

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

Максим'юк Юрій Всеволодович

УДК 539.375

**МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ЗАДАЧАХ ГЕОМЕТРИЧНО
ТА ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ, СТІЙКОСТІ
І РУЙНУВАННЯ ТІЛ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ
ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

05.23.17 – будівельна механіка

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі будівельної механіки

Київського національного університету будівництва і архітектури МОН України.

Науковий консультант

доктор технічних наук, професор

Баженов Віктор Андрійович,

Київський національний університет будівництва і архітектури МОН України,

завідувач кафедри будівельної механіки,

академік Національної академії педагогічних наук України,

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Карнаухов Василь Гаврилович,

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,

завідувач відділу термопружності

доктор технічних наук, професор

Марчук Олександр Васильович,

Національний транспортний університет МОН України,

завідувач кафедри опору матеріалів та машинознавства

доктор технічних наук, старший науковий співробітник

Чирков Олександр Юрійович,

Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренко НАН України,

провідний науковий співробітник відділу чисельних і експериментальних

методів дослідження конструкційної міцності

Захист відбудеться « 3 » липня 2019 р. о 13⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.04 при Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03680, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, а.319.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03680, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31.

Автореферат розісланий "29" травня 2019 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

к.т.н., доц



Д. В. Михайловський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Аналіз роботи значної кількості реальних об'єктів дає змогу окреслити коло задач механіки деформівного твердого тіла і теплопровідності, розв'язок яких потрібний для подальшого удосконалення конструктивних рішень і технологічних процесів. Переважну більшість з них становлять об'єкти, дослідження яких потребує розв'язання фізично нелінійних задач з різним рівнем розвитку незворотних деформацій пластичності та повзучості. Значну кількість складають також оболонкові і комбіновані конструкції, розрахунок яких необхідно виконувати в геометрично нелінійній постановці при великих переміщеннях і малих незворотних деформаціях включно з задачами дослідження втрати стійкості і закритичної поведінки. Визначення напружено-деформованого стану (НДС) заготовок при математичному моделюванні процесів обробки металів тисненням необхідно також виконувати в геометрично нелінійній постановці при великих деформаціях пластичності і повзучості. Крім того, в цьому випадку необхідним є розв'язок контактних задач зі змінними граничними умовами і урахуванням тертя, залежності характеристик матеріалу від змінних у часі неоднорідних температурних полів, визначення яких потребує розв'язання задач нестационарної теплопровідності. Суттєвою проблемою, особливо для елементів енергетичних установок, є питання підвищення ресурсу їх експлуатації, що призводить до необхідності розв'язання задач континуального і дискретного руйнування. Вирішення цієї проблеми в рамках задач континуального руйнування ускладнюється необхідністю враховувати фактори, які хоч і незначною мірою впливають на параметри НДС проте істотно позначаються на величині розрахункового ресурсу. До цих факторів відносяться залежність констант матеріалу від температури і вплив геометричної нелінійності. В задачах дискретного руйнування обчислення ресурсу взагалі неможливе без математичного моделювання процесу розвитку початкової тріщини до критичної довжини, що потребує визначення її дійсної траєкторії в умовах нестационарних термосилових навантажень. Проектування вузлів з'єднання окремих конструктивних елементів потребує розв'язання контактних задач при декількох зонах взаємодії і розвитку незворотних деформацій.

Розв'язання кожної з поставлених задач можливе лише на основі чисельних методів, серед яких провідне місце займає метод скінченних елементів (МСЕ), що засвідчено його широким застосуванням в конструкторській практиці. Тим не менше в рамках окресленого кола задач є ряд проблем, ефективність розв'язання яких потребує подальшого розвитку існуючих підходів. Перш за все це стосується питання розробки скінченно елементної бази, орієнтованої на виділений клас об'єктів, яка давала б змогу побудови їх дискретних моделей, оптимальних за кількістю невідомих і обумовленістю загальної матриці розрахункових рівнянь. Серед підходів до вирішення цієї проблеми чільне місце займає моментна схема скінченних елементів (МССЕ). Розв'язання нелінійних задач стійкості, закритичної поведінки, суттєвого формозмінення в рамках МСЕ реалізується на основі використання крокових алгоритмів, як і при розв'язанні задач механіки руйнування, пов'язаних з визначенням траєкторії розвитку початкової тріщини, контактної

взаємодії і нестационарної теплопровідності. Оскільки для ряду об'єктів ці задачі можуть накладатися одна на одну і потребувати одночасного розгляду виникає необхідність уніфікації та узгодження крокових алгоритмів їх розв'язання. Слід зазначити, що в межах МСЕ цим проблемам не приділено достатньої уваги.

Таким чином, створення на основі МССЕ ефективного чисельного підходу до комплексного розв'язання лінійних, фізично і геометрично нелінійних задач деформування, стійкості, континуального і дискретного руйнування, контактної взаємодії та нестационарної теплопровідності тонкостінних, масивних і комбінованих тіл обертання складної структури є актуальною проблемою будівельної механіки і становить практичний інтерес.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана у відповідності до загального плану наукових досліджень кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) і Науково-дослідного інституту будівельної механіки КНУБА (НДІБМ КНУБА).

Дослідження проведені в межах наступних науково-дослідних робіт, що виконувались за напрямком 05 – «Нові комп'ютерні засоби та технології інформатизації суспільства» за дорученням Міністерства освіти і науки України:

2ДБ-2010 «Розробка теоретичних основ і методики чисельного моделювання напружено-деформованого стану і визначення ресурсу відповідальних об'єктів машинобудування з урахуванням геометрично-нелінійного деформування» (2010-2012 рр., № держ. реєстрації 0110U002280);

1ДБ-2013 «Створення теорії і методик дослідження тріщиностійкості просторових тіл методом скінченних елементів з урахуванням геометрично нелінійного деформування» (2013-2015 рр., № держ. реєстрації 0113U002288);

5ДБ-2015 «Створення теорії і методів дослідження невстановлених температурних полів та пружнопластичного деформування просторових тіл» (2015-2017 рр., № держ. реєстрації 0115U000714);

1ДБ-2016 «Дослідження формозмінення і стійкості масивних, тонкостінних та комбінованих вісесиметричних конструкцій при термосиловому навантаженні» (2016-2018 рр., № держ. реєстрації 0116U000839);

1ДБ-2019 «Створення комп'ютерних технологій дослідження несучої здатності просторових тіл складної форми з тріщинами на основі енергетичних критеріїв руйнування» (2019-2021 рр., № держ. реєстрації 0119U004841).

Автор брав участь у виконанні перелічених науково-дослідних робіт як виконавець і відповідальний виконавець.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є створення на основі розвиненої бібліотеки скінченних елементів і уніфікованих крокових алгоритмів ефективного чисельного підходу до комплексного розв'язання лінійних, фізично і геометрично нелінійних задач деформування, стійкості, континуального і дискретного руйнування, контактної взаємодії та нестационарної теплопровідності тонкостінних, масивних і комбінованих тіл обертання складної структури і визначення на цій основі ресурсу, тріщиностійкості і несучої здатності відповідальних об'єктів сучасної техніки, які знаходяться під впливом довільно розподілених в просторі та часі силових, кінематичних і температурних навантажень.

Мета роботи досягається вирішенням наступних завдань:

- побудова на основі МССЕ розв'язувальних співвідношень просторових, оболонкових, універсальних скінченних елементів загального і модифікованого варіантів для визначення напружено деформованого стану, нестационарних температурних полів, моделювання контактної взаємодії тіл обертання і створення розвиненої бібліотеки скінченних елементів;
- уніфікація крокових алгоритмів інтегрування по параметрам навантаження, переміщення, часу, прирощення довжини магістральної тріщини для розв'язання лінійних і нелінійних задач деформування, стійкості, закритичної поведінки, суттєвого формозмінення, механіки руйнування і нестационарної теплопровідності;
- створення на основі фундаментальних положень нелінійної теорії пружності, нових розрахункових співвідношень МССЕ і прийомів покращення обумовленості систем нелінійних рівнянь методики чисельного дослідження еволюції НДС заготовок в процесах обробки металів тисненням при великих незворотних деформаціях;
- розробка ефективних алгоритмів розв'язання контактних задач взаємодії окремих деформованих тіл між собою, з жорсткими перепонами при змінних граничних умовах і з урахуванням тертя на поверхнях контакту;
- отримання основного і модифікованого варіантів розрахункових скінченноелементних співвідношень задачі нестационарної теплопровідності і розробка алгоритмів їх розв'язання з урахуванням формозмінення;
- розробка алгоритмів чисельного моделювання розповсюдження початкових тріщин, отримання їх траєкторій на основі розвитку модифікованого методу реакцій з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності, обчислення параметрів механіки руйнування по довжині магістральної тріщини і визначення її критичної довжини та розрахункового ресурсу;
- реалізація розробленого чисельного підходу у вигляді розвиненого програмного забезпечення з використанням концепції багатофрагментної побудови нерегулярних сіткових моделей для оптимізації процесу дискретизації реальних об'єктів складної форми і структури;
- аналіз достовірності, збіжності та ефективності розрахункових співвідношень, кроково-ітераційних алгоритмів моделювання еволюційних процесів, методів визначення параметрів руйнування на основі розв'язання значної кількості контрольних прикладів шляхом порівняння базових і модифікованих варіантів з аналітичними, чисельними та експериментальними опублікованими даними;
- дослідження особливостей термовязкопружнопластичного деформування, стійкості, континуального та дискретного руйнування і визначення ресурсу, тріщиностійкості і несучої здатності відповідальних конструктивних елементів, вузлів і деталей, пов'язаних з проектуванням об'єктів сучасної техніки, які знаходяться під впливом довільно розподілених в просторі та часі силових, кінематичних і температурних навантажень.

Об'єктом дослідження є процеси фізично і геометрично нелінійного деформування, втрати стійкості, континуального та дискретного руйнування, змін в часі нестационарних температурних полів масивних, тонкостінних і комбінованих тіл обертання складної структури під дією силових, кінематичних та температурних чинників.

Предметом дослідження є величини параметрів напружено-деформованого стану, континуального і дискретного руйнування, розрахункового ресурсу, зусиль протяжки та осадки, критичні значення навантажень при втраті стійкості та розмірів магістральних тріщин.

Методи дослідження. Дискретизація масивних і тонкостінних тіл обертання виконується методом скінчених елементів на основі вихідних співвідношень вісесиметричної задачі теорії пружності і статичних гіпотез тонких оболонок. Для отримання розрахункових співвідношень використовуються основні положення моментної схеми скінчених елементів. При виведенні формул для обчислення коефіцієнтів матриць жорсткості та вузлових реакцій інтегрування по площі елементів проводиться як чисельно так і в замкненому варіантах. Побудова дискретних моделей комбінованих тіл обертання складної структури реалізується шляхом розробки універсальних СЕ, розрахункові співвідношення яких базуються на статичних гіпотезах оболонок середньої товщини.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у створенні узагальненого ефективного чисельного підходу до математичного моделювання еволюційних процесів фізично і геометрично нелінійного деформування, стійкості, закритичної поведінки, континуального і дискретного руйнування, контактної взаємодії, нестационарного теплопереносу та їх можливих різноманітних комбінацій для тонкостінних, масивних і комбінованих тіл обертання складної структури. При цьому:

1. Вперше на основі розвитку основних положень МССЕ з єдиних позицій теорії пружності отримані розрахункові співвідношення об'єктно орієнтованих і спеціальних контактних СЕ для апроксимації масивних, тонкостінних і комбінованих тіл обертання складної структури та систем взаємодіючих деталей стиковочних вузлів збірних конструкцій.

2. Проведена уніфікація крокових алгоритмів інтегрування диференціальних рівнянь різної фізичної природи і передбачена можливість зміни конкретних значень параметра інтегрування таких як інтенсивність силового навантаження, величина вимушених переміщень, прирощення довжини магістральної тріщини або відрізок часу експлуатації на протязі окремих інтервалів при моделюванні загального еволюційного процесу для мінімізації обсягу обчислювальних витрат.

3. Створено ефективний підхід до розв'язання геометрично нелінійних задач стійкості, закритичної поведінки і формозмінення на основі побудови нових розрахункових співвідношень та прийомів покращення збіжності алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь при великих незворотніх деформаціях.

4. Розроблено і реалізовано алгоритми розв'язання контактних задач при взаємодії окремих тіл обертання, при змінних граничних умовах та з урахуванням тертя на поверхнях контакту.

5. Створена методика розв'язання задач тріщиностійкості тіл обертання з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності шляхом узагальнення модифікованого методу реакцій а також моделювання процесів розвитку початкових тріщин для визначення траєкторій магістральних тріщин, їх критичної довжини і розрахункового ресурсу при термосиловому навантаженні.

6. Отримано нові розв'язки задач фізично і геометрично нелінійного деформування, контактної взаємодії, стійкості, закритичної поведінки, формозмінення при великих незворотніх деформаціях, континуального і дискретного руйнування та їх комбінацій для реальних вісесиметричних конструкцій при термосиловому нестационарному навантаженні.

Достовірність результатів обґрунтовується коректністю математичних перетворень, використаних в ході отримання розв'язувальних співвідношень МССЕ, малими похибками отриманих результатів розв'язання тестових задач із експериментальними даними або розрахунковими результатами інших авторів, результати досліджень збіжності скінченноелементних розв'язків при послідовному збільшенні числа ступеня дискретизації розрахункових моделей за просторовими і часовою координатами.

Практичне значення одержаних результатів полягає в створенні чисельної методики і програмних засобів для розв'язання важливої науково-технічної проблеми математичного моделювання процесів термов'язкопружнопластичного деформування з урахуванням геометричної нелінійності, втрати стійкості, континуального та дискретного руйнування і визначення на цій основі розрахункового ресурсу тонкостінних, масивних і комбінованих відповідальних конструкцій складної структури, що знаходяться під дією термосилового навантаження. Розроблені програмні засоби використано в НДІБМ КНУБА при виконанні держбюджетних науково-дослідних робіт і на кафедрі будівельної механіки КНУБА при виконанні магістерських робіт. Результати дисертаційної роботи можуть застосовуватись у різних галузях техніки для визначення несучої здатності деталей та конструкцій, що являють собою вісесиметричні тіла складної структури.

Особистий внесок здобувача. Основні результати та положення, які становлять суть (зміст) дисертації, отримані автором самостійно. В індивідуальних публікаціях і роботах, підготовлених у співавторстві, викладені наступні наукові результати, що належать автору: особливості використання моментної схеми скінчених елементів при лінійних [1, 15] і нелінійних [1, 16] розрахунках оболонок і пластин; розрахункові співвідношення універсального скінченого елемента на основі моментної схеми скінчених елементів [1, 12]; ефективність моментної схеми скінчених елементів (МССЕ) в задачах згину та з концентраторами напружень [1, 7]; методика та алгоритм розв'язання вісесиметричних задач стаціонарної [1, 3, 17], нестационарної теплопровідності та термопружності на основі МССЕ [1, 2, 13, 22]; вплив геометричної нелінійності на несучу здатність і закритичну поведінку тонкостінних та комбінованих вісесиметричних тіл [1, 10, 11, 20]; алгоритм розв'язку задач нелінійного деформування та стійкості пружнопластичних вісесиметричних оболонок середньої товщини [1, 8]; напружено-деформований стан і формозмінення в тілах обертання складної структури [1, 5, 6, 18, 19]; математичне моделювання процесів розвитку магістральних тріщин в тілах обертання складної структури з урахуванням формо змінення [1, 4, 9, 14, 21]. Проведене чисельне обґрунтування достовірності отримуваних результатів шляхом дослідження їх збіжності та порівнянням з результатами, отриманими іншими авторами та із застосуванням інших СЕ баз [1-22] та отримані розв'язки практичних задач про визначення ресурсу, тріщиностійкості та несучої здатності відповідальних елементів конструкцій [1, 4-6, 9, 18-22].

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи та отримані в ході її виконання результати доповідались та обговорювались на міжнародних наукових конференціях:

«Математичні проблеми технічної механіки» (м.Дніпродзержинськ, 16-29квітня 2013 р.);

«Recent Studies of Applied Sciences» International scientific-practical conference. Section: TECHNICAL SCIENCE (Kyiv, Ukraine 15-17 April 2015);

International scientific-practical conference of young scientists “BUILD-MASTER-CLASS-2017,2018” (Kyiv, 28.11-01.12.2017) (Kyiv, 28-30.11.2018);

«Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі» (м.Київ, 18-20 жовтня 2018 р.);

наукових та науково-практичних конференціях Київського національного університету будівництва і архітектури (м.Київ, 2011-2017 рр.).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась на міжкафедральному семінарі КНУБА (м.Київ, 2019 р.).

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані в 31 науковій праці, в тому числі в одній монографії, в 21 статтях у фахових наукових журналах і збірниках наукових праць і 9 публікаціях матеріалів міжнародних і вітчизняних конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, десяти розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Загальний обсяг дисертації становить 339 сторінок, у тому числі 164 рисунків, 18 таблиць, список використаних джерел із 301 найменування на 28 сторінці, додаток на трьох сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтована актуальність теми, визначені мета і задачі досліджень, наведена загальна характеристика роботи.

В першому розділі на підставі огляду літературних джерел надана оцінка теперішнього стану досліджень геометрично нелінійного та термов'язкопружнопластичного деформування, стійкості, континуального і дискретного руйнування тіл обертання складної форми та структури при термосиловому навантаженні.

Основи теорії і класичні методи розв'язання задач пружності та термопружності викладені в роботах М.І. Безухова, В.І. Блоха, П.П. Ворошка, О.М. Гузя, С.П. Демидова, О.А. Іллюшина, А.Д. Коваленка, О.В. Ликова, А.І. Лур'є, Я.С. Підстригача, Ю.К. Рубцова, І.Н. Снеддона, Ю.І. Соловійова, С.П. Тимошенка, Н.Г. Хомасурідзе, М.О. Шульги та інших авторів. В цих роботах розглянуті питання загальної теорії пружності та динамічної теорії пружності. Опису лінійного та нелінійного деформування, в тому числі в умовах термосилового навантаження, присвячені роботи М.І. Бобиря, А.П. Дзюби, О.З. Галішина, В.Г. Карнаухова, Г.І. Львова, С.М. Шляхова, та ін. Основні положення теорії та методів розв'язання задач термов'язкопружнопластичності викладені в роботах І. А. Біргера, Д. Друкера,

О.О. Іл'юшина, Ю.І. Кадашевича, Л.М. Качанова, Ю.Г. Коротких, М.М. Малініна, Р. Мізеса, Г.С. Писаренка, Ю.М. Работнова, В.М. Соколовського, Р. Хілла, Ю.М. Шевченка, К.Ф. Одквіста. Огляди з питань розв'язання вказаних задач наведені в роботах В.А. Мерзлякова, В.Г. Савченка, Ю.М. Шевченка. Значні успіхи в області теоретичних і експериментальних досліджень різних процесів, які супроводжуються великими пружно-пластичними деформаціями, викладені в працях Б.О.Горлача, В.І.Кондоурова, В.І.Левитаса, О.О.Поздєєва, Д.Д.Работягова, Н.Н.Lee, F.Sidoroff.

Систематичне викладення основних засад теорії повзучості з урахуванням пошкодженості матеріалів і методів розв'язання задач проведено в роботах О.О.Іл'юшина, Л.М.Качанова, Ю.М.Работнова, К.Ф.Одqvist та ін. Подальший розвиток теорії і методів розв'язання задач повзучості проведено в роботах вітчизняних вчених В.П.Голуба, Г.С.Писаренка і М.С.Можаровського, М.І.Бобиря, К.М.Русінко, Ю.М.Шевченка і О.З.Галішина, Г.І.Львова і О.К.Морачковського, В.В.Михалевича та інших українських дослідників.

Розвиток теоретичних засад механіки руйнування пов'язаний з працями А.Гріффітса, Д.Дагдейла, Дж.Ірвіна, Е.Орована, Дж.Райса, Г.П.Черепанова. Подальший розвиток теорії і методів розв'язання задач механіки руйнування здійснений в роботах таких вітчизняних та іноземних учених як О.Є. Андрейків, С. Атлурі, Д. Брок, В.В. Божидарник, О.М. Гузь, Т. Єкоборі, Л.М. Качанов, П.О. Марущак, Є.М. Морозов, Дж. Нотт, В.В. Панасюк, В.З. Партон, Ю.М. Работнов, М.П. Саврук, Г.Т. Сулим, М. Сіраторі, В.Т. Трощенко, С. Тайра, П.В. Ясній, Т.Л. Anderson та інші. Розвитку МСЕ для розв'язання задач механіки руйнування присвячені роботи В.Бронкса, П.П. Ворошка, О.І. Гуляра, Є.М. Морозова, Г.П. Нікішкова, К.М. Рудакова, О.С. Сахарова, М. Сіраторі, В.В. Харченка, О.Ю. Чиркова, E. Giner, D. Parks, H. deLorenzi, T. Hellen та ін.

Розрахунок досліджуваних тіл обертання складної форми та структури найбільш доцільно виконувати із використанням МСЕ, серед ефективних варіантів МСЕ чільне місце займає МССЕ. Розвиток теорії та практичного застосування МССЕ викладений в роботах В.А. Баженова, О.І. Гуляра, О.С. Сахарова, С.О. Пискунова.

На основі проведеного огляду літературних джерел показана недостатність висвітлення в наукових публікаціях проблеми розв'язання на основі МСЕ окресленого кола задач. Таким чином, в даній роботі розглядаються фізично і геометрично нелінійні задачі деформування, стійкості, континуального і дискретного руйнування, контактної взаємодії та нестационарної теплопровідності тонкостінних, масивних і комбінованих тіл обертання складної структури.

У другому розділі наведені визначальні рівняння пружно пластичності для тіл обертання з довільною формою меридіонального перетину (рис.1,а).

При наявності деформацій пластичності зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається співвідношеннями теорії пластичної течії для ізотропного матеріалу.

Для чисельного дослідження деформування вісесиметричних та плоско-деформованих тіл на основі МССЕ використовуються три типи базових скінчених

елементів (СЕ), з чисельним інтегруванням розрахункових співвідношень (рис. 1,б), з інтегруванням в замкнутому виді (рис. 1,в) та з чисельним інтегруванням окремих компонент тензору напружень(рис. 1,г).

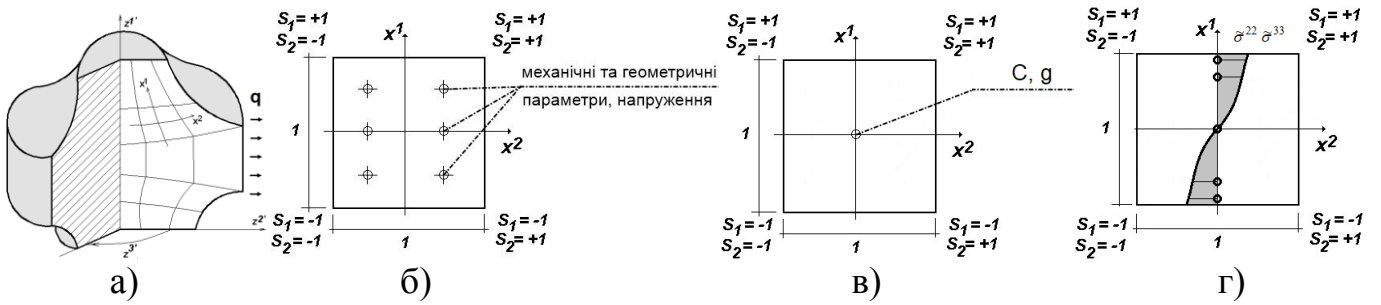


Рис 1.Тіло обертання (а), базові СЕ (б, в, г).

Розподіл переміщень у межах поперечного перетину СЕ описується білінійним законом:

$$u^{\alpha'} = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} u_{m'(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right), \quad (1)$$

де $u^{\alpha'}_{(S_1 S_2)}$ – вузлові значення переміщень, що подані компонентами в базисній системі координат; S_1 і S_2 – координати, що визначають розташування вузлів відносно центра поперечного перетину елемента в місцевій системі координат x^i .

Відповідно до моментної схеми СЕ компоненти тензора деформацій скінченного елемента подано відрізками ряду Маклорена:

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha\alpha} + \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha\alpha,(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)}, \quad \varepsilon_{12} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{12}, \quad \varepsilon_{33} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{33} + \overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\beta} x^{\beta}, \quad (2)$$

Запишемо вираз для компонент тензора напружень і отримаємо запис закону Гука з урахуванням розкладу деформацій в ряд Маклорена:

$$\sigma^{\alpha\alpha} = \overset{\circ}{\sigma}^{\alpha\alpha} + \overset{\circ}{\sigma}_{,(3-\alpha)}^{\alpha\alpha} x^{(3-\alpha)}, \quad \sigma^{12} = \overset{\circ}{\sigma}^{12}, \quad \sigma^{33} = \overset{\circ}{\sigma}^{33} + \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha}^{33} x^{\alpha}. \quad (3)$$

Опис процесу деформування вісесиметричних тіл здійснюється відповідно до варіаційного принципу Лагранжа.

Запишемо варіацію енергії деформації елемента через переміщення $\{u\}$ та вузлові реакції $\{r_{\sigma}\}$:

$$\delta W = \delta \{u\}^T \{r_{\sigma}\}, \quad \text{де } \{r_{\sigma}\} = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [B]^T \{\sigma\} \sqrt{g} dx^1 dx^2. \quad (4)$$

Виконуючи чисельне інтегрування, отримаємо формулу для обчислення вузлових реакцій скінченного елемента загального вигляду із змінними механічними та геометричними параметрами:

$$\{r_{\sigma}\} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[[B]^T \{\sigma\} \sqrt{g} H_i H_j \right]_{(x_i^1, x_j^2)} \quad (5)$$

де I, J - кількість точок інтегрування по x^1, x^2 відповідно, H_i, H_j - вагові функції, x_i^1, x_j^2 - координати точок інтегрування.

Подаючи деформації через коефіцієнти розкладу переміщень, отримаємо:

$$\delta W = \delta \{u\}^T [k] \{u\}, \quad \text{де } [k] = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[[B]^T [D] [B] \sqrt{g} H_i H_j \right]_{(x_i^1, x_j^2)} \quad (6)$$

Розроблений згідно основних положень МССЕ СЕ загального типу дозволяє з єдиних позицій просторової задачі теорії пружності розглядати, як масивні так і тонкостінні елементи конструкцій і їх комбінації

Отримані співвідношення (5) і (6) не накладають жодних обмежень на розподіл механічних і геометричних параметрів в площині скінченного елемента по будь-якій з осей x^i , проте приводять до необхідності виконання значного обсягу обчислень, що пов'язані з операціями чисельного інтегрування.

Усунути указаний недолік дозволяє перехід до інтегрування в замкненому вигляді, але це потребує введення обґрунтованих гіпотез відносно усереднення механічних і геометричних параметрів.

Будемо вважати, що компоненти тензора пружних сталей C та визначник g матриці, що складена з компонент метричного тензора g_{ij} , дорівнюють значенням відповідних величин у центрі поперечного перетину СЕ (рис.1,в):

Обчислимо такі інтеграли:

$$\int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{x^2=\frac{1}{2}} dx^1 dx^2 = 1, \quad \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{x^2=\frac{1}{2}} x^\alpha dx^1 dx^2 = 0, \quad \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{x^2=\frac{1}{2}} x^\alpha x^\beta dx^1 dx^2 = \begin{cases} 0, \alpha \neq \beta \\ \frac{1}{12}, \alpha = \beta \end{cases} \quad (7)$$

Виконуючи інтегрування виразу (4) з урахуванням (7), отримаємо вектор вузлових реакцій:

$$\left\{ \overset{\circ}{r} \right\} = \left[\overset{\circ}{B} \right]^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} + \frac{1}{12} \left(\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,1} \right\} + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,2} \right\} \right) \sqrt{\overset{\circ}{g}} \quad (8)$$

Для отримання матриці жорсткості використовуємо зв'язок деформацій і напружень по закону Гука у вигляді $\left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} = [D] \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\} = [D] [B] \left\{ u \right\}$:

$$[K] = \left[\overset{\circ}{B} \right]^T \left[\overset{\circ}{D} \right] \left[\overset{\circ}{B} \right] + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]^T \left[\overset{\circ}{D}_1 \right] \left[\overset{\circ}{B}_1 \right] + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]^T \left[\overset{\circ}{D}_1 \right] \left[\overset{\circ}{B}_2 \right] \right) \sqrt{\overset{\circ}{g}} \quad (9)$$

Отримані на основі МССЕ вирази матриці жорсткості (9) і вектора вузлових реакцій (8) модифікованого скінченного елемента із змінними компонентами метричного тензора дозволяють суттєво зменшити загальний обсяг обчислень порівняно з елементами загального типу при однакових сіткових моделях.

Універсальний СЕ повинен як і просторовий забезпечувати визначення всіх компонентів тензора напружень σ^{ij} а при використанні одного елемента по товщині деталі результати повинні відповідати теорії оболонок. Оскільки передбачається, що розглянутий універсальний скінченний елемент може використовуватися, як для розв'язання просторової вісесиметричної задачі, так і для розрахунків пластин і оболонок, то приймемо наступну гіпотезу: $\overset{\circ}{\tilde{\sigma}}_{,\alpha}^{(\alpha\alpha)} = 0$ Це припущення узгоджується з гіпотезами теорії оболонок середньої товщини.

Узагальнення модифікованого СЕ для розв'язку задач пластичності може бути проведено використанням процедури обчислення напружень в деякій кількості точок вздовж осі x^1 відповідно до прийнятого закону пластичності з подальшим обчисленням нульових і лінійних членів розкладу напружень в ряд Маклорена шляхом інтегрування за формулами:

$$\overset{\circ}{\sigma}^{22} = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \tilde{\sigma}^{22} dx^1, \quad \overset{\circ}{\sigma}^{33} = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \tilde{\sigma}^{33} dx^1, \quad \overset{\circ}{\sigma}_{,1}^{22} = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \tilde{\sigma}^{22} x^1 dx^1, \quad \overset{\circ}{\sigma}_{,1}^{33} = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=\frac{1}{2}} \tilde{\sigma}^{33} x^1 dx^1, \quad (10)$$

що реалізується чисельно будь-яким методом.

У загальному випадку при розв'язанні нелінійних задач використано кроковий алгоритм за параметрами навантаження і часу в поєднанні з ітераційною процедурою Ньютона-Кантаровича по формулі:

$$\{u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + \{\Delta u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + \left[K^* \right]^{-1} \left(\{Q\}^m - \{R\}_n^m \right), \quad (11)$$

де $\{u\}_n^m$ переміщення на ітерації n кроку m , $\{u\}_{n-1}^m$ переміщення на попередній ітерації цього ж кроку, а $\{\Delta u\}_n^m$ прирощення переміщень, де $\left[K^* \right]$ – лінералізована матриця жорсткості в системі рівнянь МСЕ, обчислена на кроці m з урахуванням корекції тензора пружних констант; $\{Q\}^m, \{R\}_n^m$ – вектори вузлових зусиль і реакцій. Компоненти вектора вузлових реакцій обчислюються на кожній ітерації n з урахуванням фізичної нелінійності.

Для зменшення обчислюваних витрат при розв'язанні задач пружно-пластичності, пов'язаних з необхідністю перерахунку на кожному кроці коефіцієнтів матриці жорсткості, широко використовується спрощений алгоритм (12), з матрицею жорсткості, елементи якої обчислюються без урахування корекції тензора пружних сталих:

$$\{u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + \{\Delta u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + [K]^{-1} \left(\{Q\}^m - \{R\}_n^m \right), \quad (12)$$

де матриця $[K]$ обчислюється один раз на першому кроці з використанням тензора пружних сталих C^{ijkl} .

Дійсні значення напружень $(\tilde{\sigma}^{ij})_n^m$, при наявності фізично нелінійних деформацій, що використовуються для визначення компонент вектора вузлових реакцій $\{R\}_n^m$, обчислюються за формулою:

$$(\tilde{\sigma}^{ij})_n^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} (\tilde{\sigma}^{ij})_n^m + (\overline{s^{ij}})_n^m = (\sigma_o)_n^m + (\overline{s^{ij}})_n^m, \quad (14)$$

де $(\overline{s^{ij}})_n^m$ – компоненти девіатора напружень, що враховують наявність деформацій пластичності або повзучості.

Визначення компонент девіатора $(\overline{s^{ij}})_n^m$ тензора дійсних напружень, що входять до формули (14), при розв'язку задачі пластичності, здійснюється з урахуванням поточних значень межі текучості τ_s :

$$(\overline{s^{ij}})_n^m = \left(s^{ij} \right)_n^m \frac{\tau_s}{\tau} \quad (15)$$

де $\tau = \sqrt{s_{ij}s^{ij}}/2$ – поточне значення інтенсивності дотичних напружень.

Отримані в данному розділі варіанти розрахункових дискретних співвідношень і алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь МСЕ потребують ретельного дослідження їх ефективності шляхом порівняння отримуваних результатів, як із даними отриманими іншими авторами, так і між собою. Це забезпечує при розгляді конкретних об'єктів оптимізацію їх дискретних моделей і в цілому комп'ютерного процесу чисельних розрахунків, а також становить суттєве підґрунтя для розвитку методики на нові більш складні класи задач.

У третьому розділі для обґрунтування ефективності отриманих в попередньому розділі на основі МССЕ розрахункових співвідношень розглянуто низку контрольних і приладних задач при використанні всіх трьох типів СЕ, як основних так і модифікованих варіантів.

Результати розрахунку сферичного купола, отримані МСЕ, збігаються із розв'язком, наведеним в роботі Тимошенка С.П. (рис.2,а).

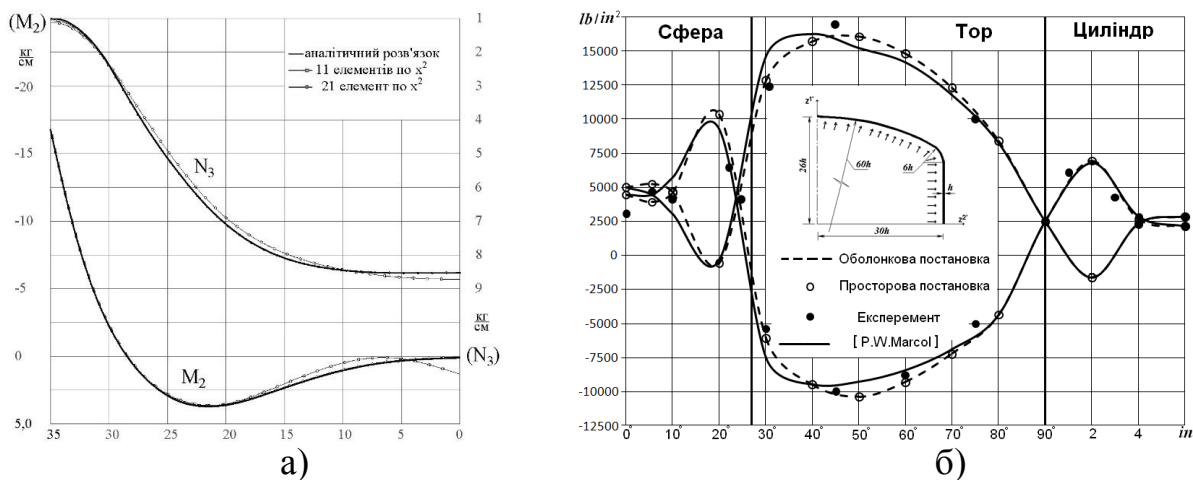


Рис.2. Результати розрахунку сферичного купола (а), торосферичної посудини (б)

Для порівняння не тільки з теоретичними, а й із експериментальними результатами розглянуто торосферичну посудину (рис. 2,б). На рис. 2,б наведені епюри напружень σ^{22} на зовнішній і внутрішній поверхні торосферичної посудини. Суцільною лінією представлені результати роботи [P.W.Marcol], пунктирною й штрихпунктирною - результати, отримані на базі МССЕ при 21 і 42 СЕ.

Великий інтерес становить вивчення збіжності МССЕ для об'єктів зі змінним радіусом криволінійного контуру. З цією метою розглянуто задачу про визначення коефіцієнта концентрації осьових напружень σ^{11} в глибинній виточці гіперболічної форми на поверхні циліндричного стрижня. Торцеві поверхні стрижня навантажені рівномірними розтягуючими зусиллями. Результати розрахунку представлені на

рис.3,а у вигляді графіків, що характеризують збіжність коефіцієнта концентрації в критичній точці залежно від кількості СЕ в радіальному та осьовому напрямках. Відсоток похибки визначався шляхом порівняння з розв'язком задачі про розтягування однопорожнинного гіперболоїда обертання (задача Нейбера).

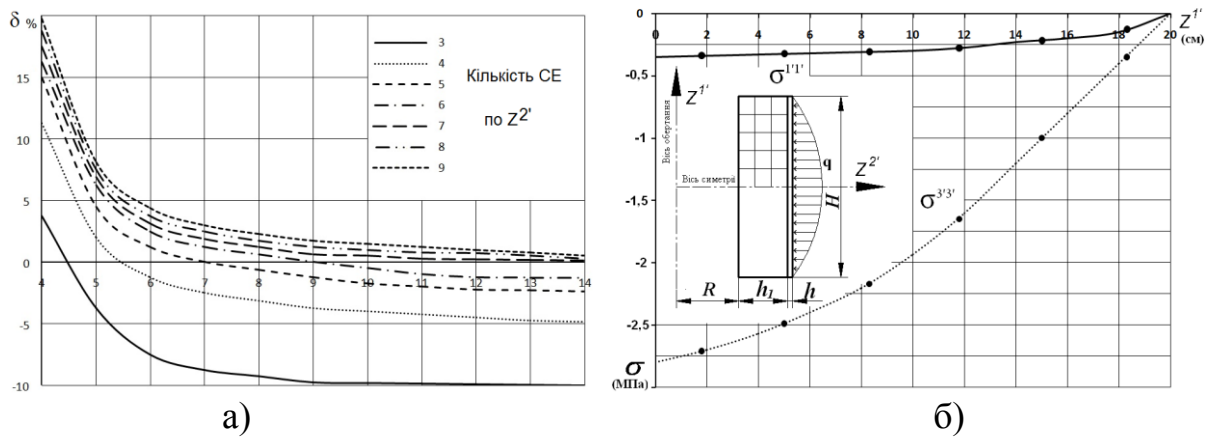


Рис. 3. Результати розрахунку тестових задач

Збіжність МССЕ при розрахунку конструкцій з неоднорідного матеріалу визначалася шляхом порівняння з результатом, отриманим на основі інтегрування диференціальних рівнянь теорії пружності за методикою, описаною в роботі Я.М Григоренка. В якості об'єкта розглянуто порожнистий циліндр (рис. 3,б), торці якого закріплені від зсувів в радіальному напрямку. Результати розрахунку представлені на рис. 3,б, у вигляді епюр кільцевих $\sigma^{3'3'}$ і осьових $\sigma^{1'1'}$ напружень на зовнішній поверхні циліндра. Кругами на графіках відзначені значення напружень, отримані МССЕ при 6 СЕ вздовж твірної і 1 СЕ по товщині внутрішнього шару.

Для з'ясування можливості моделювання розвитку зон пластичності в тонкостінних конструкціях, що апроксимуються по товщині одним скінченним елементом, виконаний пружно-пластичний розрахунок шарнірно опертої балки, завантаженої рівномірно розподіленим навантаженням. Аналітичний розв'язок задачі наведений в роботі Соколовського В.В. На рис.4 зображені зони пластичності, що відповідають прийнятним значенням навантаження q , отримані в гауссових точках інтегрування при апроксимації балки по товщині одним СЕ.

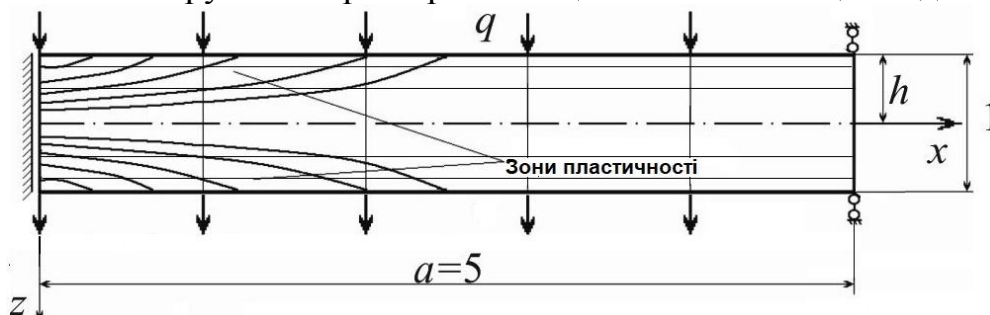


Рис. 4. Пружно-пластичний розрахунок шарнірно опертої балки.

Для дослідження характеру збіжності і достовірності результатів та порівняння ефективності використання алгоритмів обчислення напружень при наявності деформацій пластичності розглянуто приклад про пружнопластичне деформування нескінченної товстостінної труби під впливом внутрішнього тиску (рис.5,а), який

змінюється від 0 до $p_{\max} = 0.07 \text{ МН/м}^2$. В таблиці 1 показано залежність величини максимального кільцевого напруження $\sigma_{3'3'\max}$ від інтенсивності внутрішнього тиску p . Протягом всього процесу деформування спостерігається збіг результатів, отриманих в вісесиметричній і плоскій постановках за розробленими алгоритмами з розв'язком наведеним в роботі Безухова М.І.

Таблиця 1

$p, \text{ МН/м}^2$	0,037	0,051	0,059	0,064	0,07
$\sigma_{3'3'\max}, \text{ МПа [Безухов М.І.]}$	0,0613	0,0648	0,0717	0,0795	0,0873
$\sigma_{3'3'\max}, \text{ МПа (МССЕ)}$	0,0609	0,0644	0,0711	0,0789	0,0865
Похибка	0,64%	0,69%	0,83%	0,71%	0,91%

Як показали чисельні дослідження, незважаючи на зменшення обчислюваних витрат для визначення коефіцієнтів матриці жорсткості, загальна ефективність алгоритму (12) виявилась значно гіршою порівняно з алгоритмом (11), що показано на графіках рис.5,а.

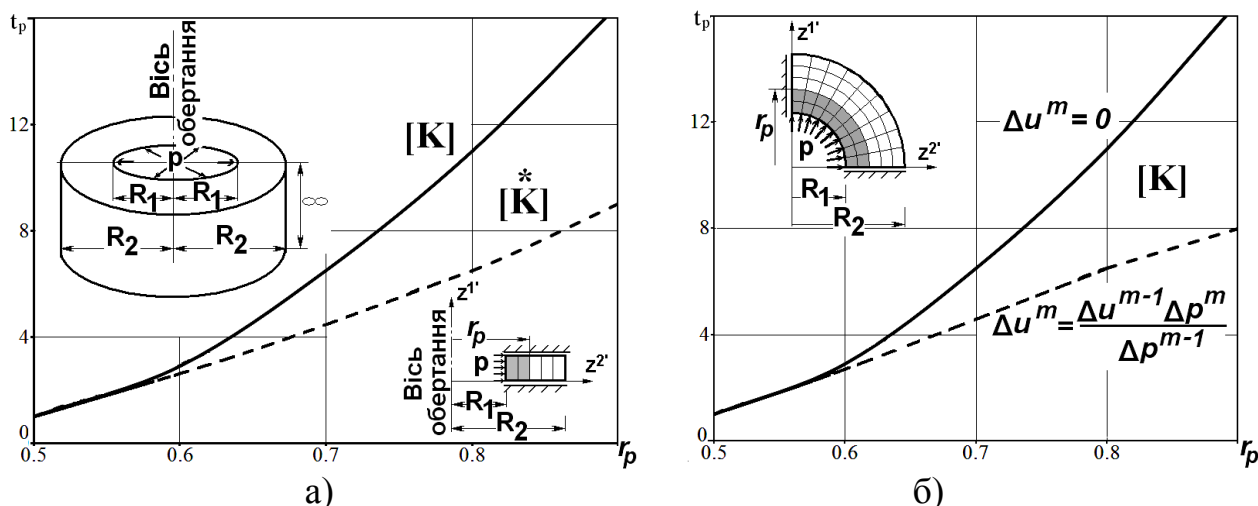


Рис. 5. Пружно-пластичне деформування товстостінної труби

Суттєво покращити ефективність алгоритму (12) дозволяє виконання процедури екстраполяції переміщень за формулою:

$$\{\Delta u^m\} = \frac{\{\Delta u^{m-1}\} \Delta p^m}{\Delta p^{m-1}} \quad (16)$$

де Δp – прирощення зовнішнього навантаження на відповідних кроках розв'язання задачі.

Як видно з графіків (рис. 5,б), екстраполяція переміщень суттєво зменшує обчислювальні витрати (12) і його ефективність не поступається алгоритму (11).

Із використанням розроблених підходів здійснено визначення напружено-деформованого стану зварного ротору складної форми (рис. 6,а) і вивчення характеру його зміни в процесі навантаження в результаті розвитку пластичного деформування. Ротор парової турбіни (рис. 6,а), являє собою тіло обертання, що складається з трьох масивних дисків змінної товщини і хвостової частини, з'єднаних між собою товстостінними циліндричними і конічними перемичками.

Проведене розв'язання задачі дозволяє виявити зони максимальних напружень, оцінити характер напруженого стану окремих конструктивних елементів та визначити найбільш небезпечні, з точки зору напруженого стану, ділянки конструкції. Максимальні значення напружень зафіксовані на поверхні диска № 3 в околі точки 1 (рис. 6,а) і є наступними: компонента, нормальна до контуру $\sigma^1=534$ МПа, колове напруження $\sigma^3=418$ МПа, інтенсивність дотичних напружень $\tau_i=78$ МПа.

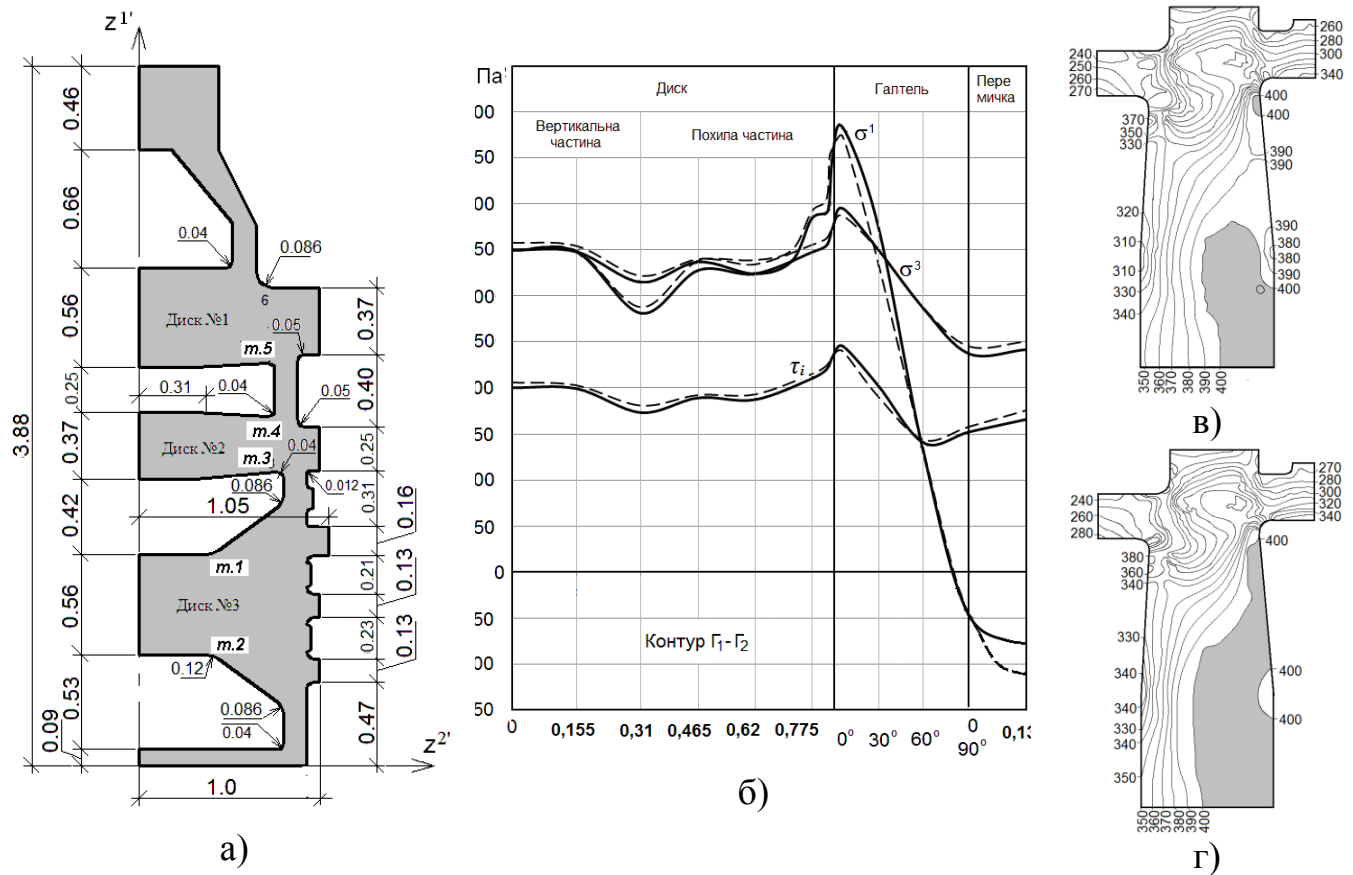


Рис. 6. Зварний ротор парової турбіни

Найбільш небезпечну ділянку в конструкції ротора знаходиться на осі обертання диска №2, де інтенсивність дотичних напружень по всій товщині диска становить 170–200 МПа. Для порівняння слід зазначити, що величина напружень в центрі перерізу 1-2 (диск №3), що проходить через точку виникнення максимальних напружень, складає лише 110 МПа і припускає можливість перерозподілу напружень при виникненні зон пластичності. У центральній частині диска № 2 такий перерозподіл важко очікувати, оскільки до моменту виникнення в цьому місці пластичних деформацій інтенсивність дотичних напружень по всій товщині буде близька до граничної. Як показано далі, це припущення повністю підтвердилося.

Збільшення числа обертів ротора в умовах екстремальних режимів навантаження призводить до необхідності вивчати поведінку конструкції в пружно-пластичній стадії роботи матеріалу.

На рис.6,б пунктирними лініями зображені епюри нормальних контурних напружень σ^1 , кільцевих σ^3 і інтенсивності дотичних напружень τ_i , диску №2. На рис.6,в,г представлені ізолінії інтенсивності дотичних напружень і розвиток зон

пластичності в перерізі диску №2. На цих рисунках зони пластичності обмежені ізолініями, що відповідають інтенсивності дотичних напружень 400 МПа і позначені сірим кольором. Вже при 4350 об/хв зона пластичності в осі обертання займає значну частину площі перерізу диска (рис.6,в), а при 4400 об/хв – об'єднується із зоною пластичності в околі точки 3 (рис.6,г). Отримана картина розвитку пластичних деформацій підтверджує початкове передбачення про те, що найбільш напруженою ділянкою ротора є перетин диска і вісі обертання.

Отримані результати свідчать, що використання скінченних елементів, в основі співвідношень яких лежить моментна схема скінченних елементів та врахування змінності геометричних параметрів дозволяє проводити розрахунок ротора у постановці, яка враховує всі геометричні особливості конструкції без будь-яких спрощень.

Дослідження напружено-деформованого стану резервуара номінальним об'ємом 1000 м³, призначеного для прийому і зберігання нафтопродуктів (рис. 7,а) виконано при висоті стінки $H = 17,88\text{ м}$, внутрішньому діаметрі 9.0 м.

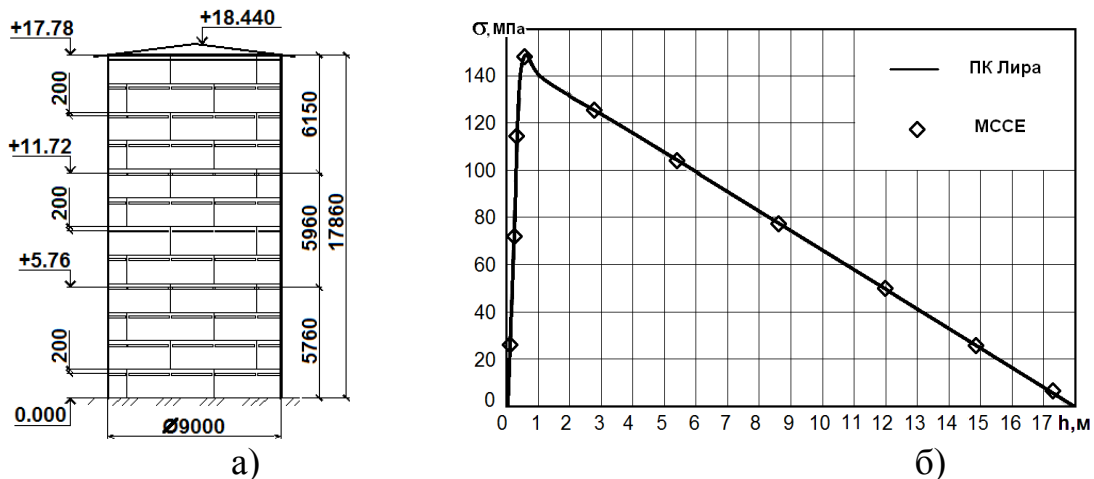


Рис. 7. Резервуар для прийому і зберігання нафтопродуктів.

На рис.7,б показана змінення кільцевих напружень по висоті резервуару, які є максимальними в околі днища і поступово зменшуються до нуля до верху резервуару. Також можна спостерігати майже повне співпадіння результатів MSCC і PK ЛІРА.

Представлені результати дослідження збіжності чисельних розрахунків тонкостінних і масивних тіл обертання, дають підставу стверджувати, що ефективність розробленого варіанту універсального скінченного елемента не поступається ефективності об'єктно орієнтованим SE. При цьому його застосування суттєво спрощує процедуру формування загальної дискретної моделі, знімаючи питання вибору типу SE в залежності від геометричних параметрів окремих конструктивних деталей.

Порівняння двох найпоширеніших алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь, при розвитку деформацій пластичності дозволяє зробити висновок, що при використанні процедури екстраполяції переміщень їх ефективність практично однакова. Слід відзначити, що, відповідно до загально прийнятої технології проведення скінченно елементних розрахунків НДС складних конструкцій, наявність декількох альтернативних варіантів SE і алгоритмів дозволяє вже на рівні

модельних задач визначити оптимальну стратегію досліджень.

Наведені результати розрахунків достатньо складних і відповідальних реальних об'єктів сучасної техніки наглядно ілюструють широкі можливості розробленої методики і реалізуючого її програмного забезпечення

В четвертому розділі дисертації наведені основні вихідні і розрахункові співвідношення МСЕ вісесиметричних задач нестационарної теплопровідності в криволінійній системи координат, а також алгоритми їх розв'язання та проведені чисельні дослідження для обґрунтування достовірності результатів. Це дозволяє проводити визначення неоднорідних температурних полів, які мають визначальний вплив при оцінці напружено-деформованого стану відповідальних конструкцій, таких як ротори парових турбін і газотурбінних установок, що особливо проявляється на етапах їх пуску або зупинки.

Побудова розв'язувальних співвідношень здійснюється на основі варіаційного рівняння вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності:

$$\delta\chi = \int_S (\lambda_{(x^1x^2)} \frac{\partial T}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \delta T}{\partial x^\beta} g^{\alpha\beta}_{(x^1x^2)}) \sqrt{g_{(x^1x^2)}} dL + \int_L \alpha(T - \theta)_{(x^1x^2)} \delta T dL - \int_S C_{(x^1x^2)} \frac{\partial T}{\partial t} \delta T \sqrt{g_{(x^1x^2)}} dL \quad (17)$$

Для вісесиметричних та плоско-деформованих тіл для розв'язання задач теплопровідності на основі МСЕ використовуються скінченні елементи (СЕ), що являють собою чотирикутники довільної форми (рис. 8,а) - вісесиметричний СЕ загального типу (рис. 8,б) і модифікований СЕ (рис. 8,в).

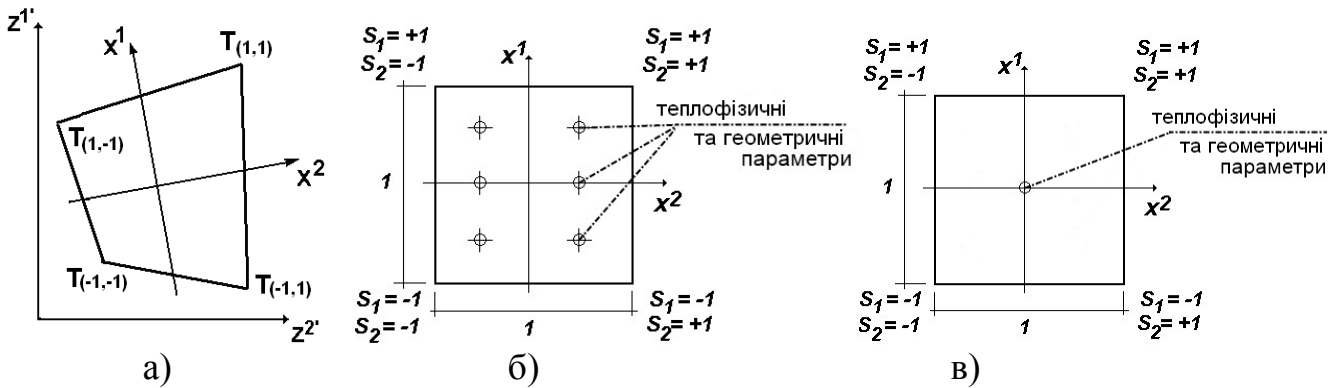


Рис. 8. Скінченні елементи для розв'язання задач теплопровідності

Розподілення температури у межах СЕ описується білінійним законом:

$$T = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1S_2)} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right), \quad (18)$$

де $T_{(S_1S_2)}$ – вузлові значення температури.

Позначимо

$$R_{(S_1, S_2, P_1, P_2)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\lambda_{(x^1x^2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) S_\alpha \times \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\beta)} x^{(3-\beta)} \right) P_\beta g^{\alpha\beta}_{(x^1x^2)} \sqrt{g_{(x^1x^2)}} H_i H_j \right]_{x_i^1, x_j^2} \quad (19)$$

- коефіцієнти матриці теплопровідності;

$$B_{(S\alpha, P\alpha)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\alpha_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \left(\delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right) \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \right]_{x_i^1, x_j^2} \quad (20)$$

- доданок до коефіцієнтів матриці теплопровідності на границі області, що співпадають з координатною лінією x^α , ($\alpha = 1, 2$);

$$C_{(S\alpha, P\alpha)} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[C_{(x^1 x^2)} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \frac{T_{(S_1 S_2)}}{\partial t} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \delta T_{(P_1 P_2)} \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \sqrt{g_{(x^1 x^2)}} H_i H_j \right]_{x_i^1, x_j^2} \quad (21)$$

- коефіцієнти матриці теплоємності.

Інтеграл $\{Q_0\}$, що містить θ , визначається чисельно тільки на контурі тіла і при формуванні системи рівнянь переноситься в праву частину.

Внаслідок довільності варіації $\delta T_{(P_1 P_2)}$ рівняння (17) еквівалентне системі звичайних диференціальних рівнянь

$$\sum_{n=1}^N \left([R] + [B] - [C] \{T\}_{,t} \right) = \sum_{l=1}^L \{Q_0\} \quad (22)$$

де коефіцієнти матриць $[R]$, $[B]$, $[C]$ визначаються за формулами (19-21).

Для розв'язання системи диференціальних рівнянь (22) використовується метод скінченних різниць. Вздовж часової координати t обирається скінченна множина N точок t_n ($n = 0, 1, \dots, N$) з кроком Δt_n таким чином, щоб $t_n \big|_{n=0} = t_n$; $t_n \big|_{n=N} = t_k$.

$$[C] \{T\}_{n+1} + ([R] + [B]) \{T\}_{n+1} = [C] \{T\}_n - ([R] + [B]) \{T\}_n + \{Q_0\}_n. \quad (23)$$

Замінюючи похідну за часом в (22) скінченно-різницевою алгоритмом другого порядку точності за схемою Кранка-Ніколсона і приймаючи в якості невідомих значення температури в вузлах сіткової області в момент часу t_{n+1} , маємо систему алгебраїчних рівнянь відносно $T_{(S_1, S_2)}^{n+1}$ в матричному вигляді (23).

Для модифікованого СЕ (рис. 8,в) передбачається, що коефіцієнт теплопровідності λ , питома об'ємна теплоємність C та значення компонент метричного тензору g^{ij} несуттєво змінюються в площини СЕ і приймаються рівними їх відповідним значенням в центрі СЕ:

$$\lambda = \overset{\circ}{\lambda} = \lambda \big|_{x^\alpha=0}, \quad C = \overset{\circ}{C} = C \big|_{x^\alpha=0}, \quad g^{ij} = \overset{\circ}{g}^{ij} = g^{ij} \big|_{x^\alpha=0} \quad (24)$$

$$R_{(S_1, S_2, P_1, P_2)} = \lambda \left(\frac{1}{4} S_\alpha P_\beta \overset{\circ}{g}^{\alpha\beta} + \frac{1}{12} S_1 S_2 P_1 P_2 \overset{\circ}{g}^{\alpha\alpha} \right) \sqrt{\overset{\circ}{g}} \quad (25)$$

- коефіцієнти матриці теплопровідності;

$$B_{(S\alpha, P\alpha)} = \alpha \sqrt{g} \left(\frac{(S_\alpha P_\alpha + 3)}{12} \right) \sqrt{g^{(3-\alpha)(3-\alpha)}} \quad (26)$$

- додаток до коефіцієнтів матриці теплопровідності на границі області, що співпадають з координатною лінією x^α , ($\alpha = 1, 2$);

$$C_{(S\alpha, P\alpha)} = \frac{C\sqrt{g}}{2} (S_1 P_1 + 3)(S_2 P_2 + 3) \quad (27)$$

- коефіцієнти матриці теплоємності.

Для дослідження достовірності розроблених співвідношень для розв'язання вісесиметричних задач нестационарної теплопровідності було розглянуто декілька тестових задач.

Для перевірки достовірності результатів застосування викладеного алгоритму до дослідження невстановлених температурних полів в конструкціях, що знаходяться в умовах конвекційного теплообміну зі зовнішнім середовищем, температура якого змінюється з залежності від часу, розв'язано тестові задачі про температурний стан довгого циліндра і необмеженої сталеві пластини рис 9.

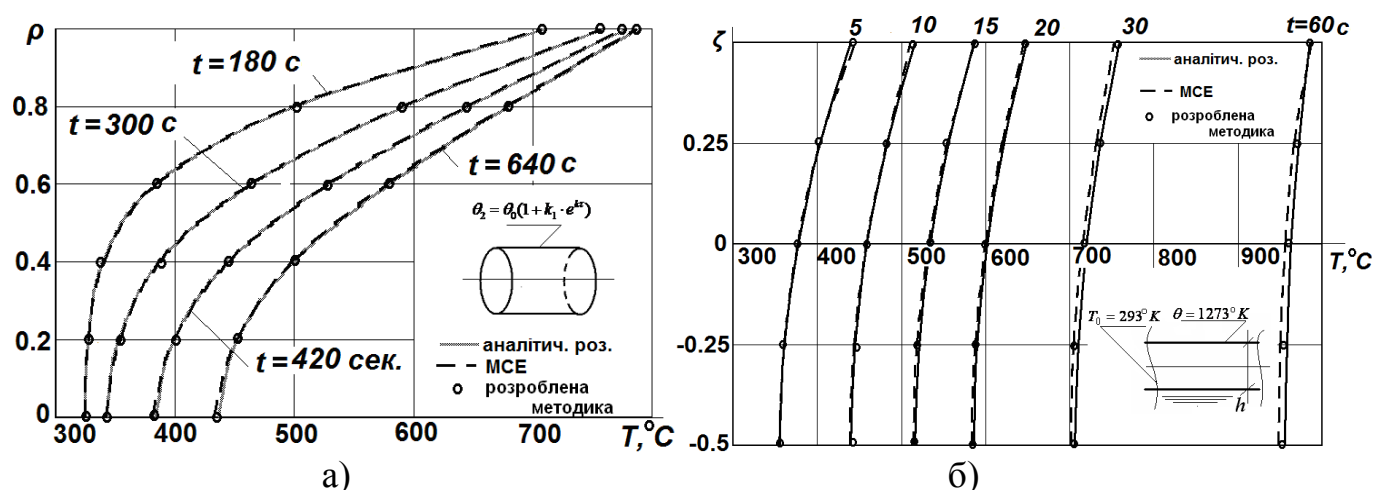


Рис. 9. Температурний стан довгого циліндра і необмеженої сталеві пластини.

Фрагмент довгого циліндра із початковою температурою (при $t_0 = 0$) 323°C (рис.9, а) знаходиться в стані конвекційного теплообміну між його поверхнею і навколишнім середовищем, температура якого θ_2 змінюється в залежності від часу t . Досліджувалась узгодженість розв'язку, який отриманий за розробленою методикою, з аналітичним розв'язком [Коваленко А.Д.], а також з чисельним розв'язком, отриманим на основі використання просторово-часових СЕ [Гуляр О.І.] в залежності від кількості СЕ по радіусу циліндра. Аналіз результатів показав, що при достатньо малій (5 СЕ) кількості елементів, взятих по товщині циліндра, максимальна похибка не перевищує 3%, а 10 СЕ забезпечують точність з максимальною похибкою до 1%. На рис. 9,а у вигляді ізоліній показано розподілення температури в циліндрі для моментів часу $t = 180$ с, 300с, 420с, 540с. Суцільна лінія відповідає аналітичному розв'язку [Коваленко А.Д.], штрихпунктирна – розв'язку за МСЕ [Гуляр О.І.], а кружечками – за розробленою

методикою. Співставлення кривих аналітичного і наближених розв'язків дозволяє констатувати, що запропонована методика досить добре узгоджується з аналітичним і чисельним розв'язком інших авторів.

Необмеженої сталеві пластина розглянута при конвекційному теплообміні між її поверхнею і навколишнім середовищем. На рис. 9,б показано розподілення температури по товщині пластини для моментів часу $t = 5\text{с}$, 10с , 15с , 20с , 30с , 60с . Позначення кривих ідентичні використаним на рис.9,а. Аналіз результатів свідчить, що і в даному прикладі спостерігається добра узгодженість наближеного і аналітичного розв'язків.

На другому етапі для ілюстрації застосування розроблених підходів виконано розрахунок зміни температурних полів ротора парової турбіни в режимі запуску. Ротор представляє собою вісесиметричне тіло, утворене набором масивних дисків, валів і перемичок різної форми перерізу. На рис. 10 наведені результати розв'язання задачі теплопровідності – розподілення температур у моменти часу $t = 300\text{с}$, 4200с , 6900с .

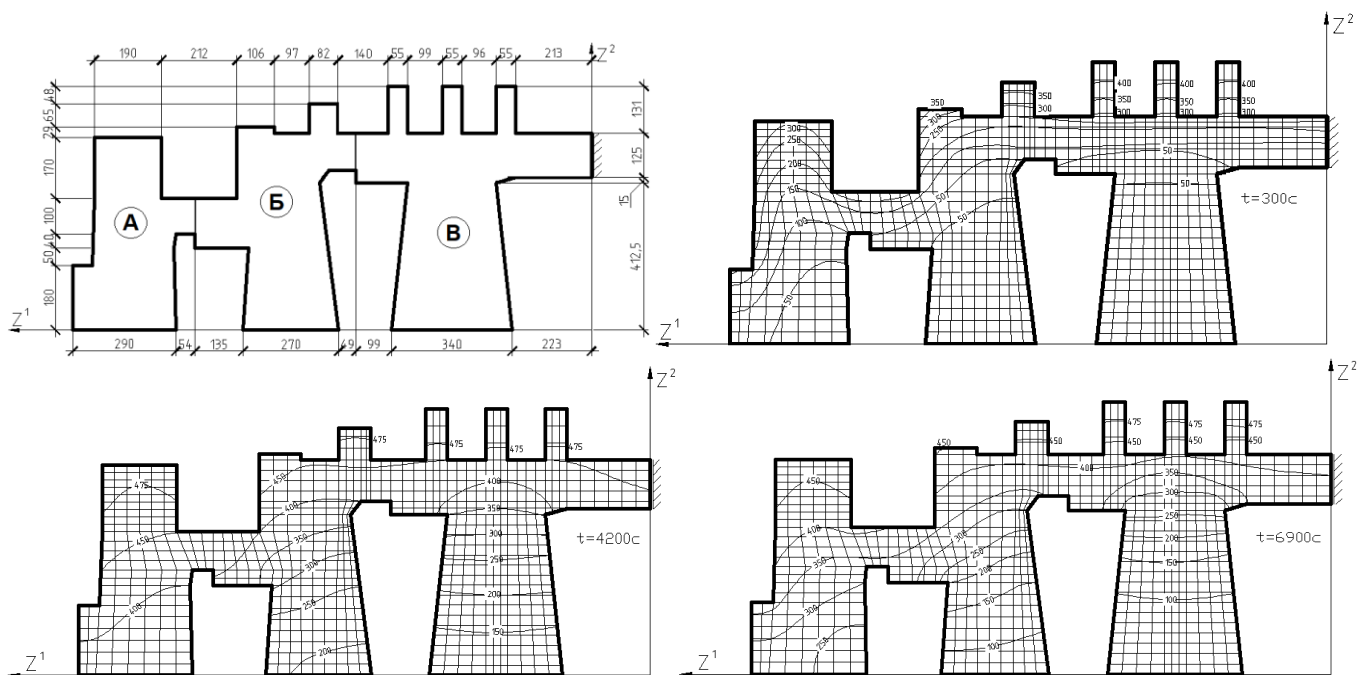


Рис. 10. Зміни температурних полів у роторі парової турбіни

Проведені дослідження дозволили встановити область використання розробленого модифікованого варіанту СЕ, який дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати і може бути застосований для розрахунку відповідальних об'єктів сучасної техніки.

Таким чином на основі представлених вище результатів можна стверджувати, що розроблений апарат чисельних досліджень нестационарних температурних полів методом скінченних елементів дозволяє суттєво розширити клас задач, включивши до їх переліку об'єкти, які знаходяться під дією не тільки силових а й змінних у часі температурних навантажень.

У п'ятому розділі проведено узагальнення методики, викладеної в попередніх розділах на нові класи задач термов'язкопружнопластичного деформування з урахуванням пошкодженості матеріалу при силовому і нестационарному температурному навантаженні, що потребувало розробки на основі МССЕ відповідних скінченноелементних співвідношень і алгоритмів. Крім того, оскільки значна кількість об'єктів досліджень можуть являти собою систему окремих, тіл виникає необхідність розгляду відповідних підходів для моделювання їх напружено-деформованого стану із урахуванням взаємодії (контакту) в процесі навантаження.

Враховуючи, що, наприклад, для конструкцій енергетичного машинобудування при дії довготривалих навантажень суттєвого значення набуває визначення їх розрахункового ресурсу, постає проблема його обчислення шляхом розв'язання задач континуального руйнування. Також отримані розрахункові співвідношення МССЕ для спеціального контактного СЕ і на цій основі проведено співставлення двох варіантів алгоритму моделювання процесу взаємодії е формівних тіл.

При наявності незворотних деформацій пластичності і повзучості зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається на основі співвідношень теорії пластичного течіння [Качанов Л.М.] і теорії спрочнення [Работнов Ю.М.]. В цьому випадку прирощення повних деформацій $d\varepsilon_{ij}$ може бути подане сумою прирощень пружних деформацій $d\varepsilon_{ij}^e$, прирощень деформацій пластичності $d\varepsilon_{ij}^p$ і прирощень деформацій повзучості $d\varepsilon_{ij}^c$, також температурних $d\varepsilon_{ij}^t$ тобто:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^c + d\varepsilon_{ij}^t. \quad (28)$$

Опис деформування в умовах повзучості з урахуванням накопичення пошкодженості здійснюється на основі співвідношень теорії повзучості, що містить параметр пошкодженості [Ю.М. Работнов]:

$$\xi_i^c = \frac{d\varepsilon_i^c}{dt} = D \left(\frac{\sigma_i}{1 - \omega} \right)^m \quad (29)$$

де ξ_c^i – інтенсивність швидкості деформацій повзучості, ω – параметр пошкодженості матеріалу $0 < \omega < 1$; $D = D(T)$, $m = m(T)$ – константи матеріалу, що залежать від температури і визначаються з базових експериментів на повзучість.

Для здійснення опису деформування матеріалу в умовах повзучості необхідно наведене співвідношення доповнити рівнянням, що описує зміну з часом параметра пошкодженості, загальний вигляд має вигляд [В.П.Голуб]:

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = C \left[\frac{\sigma_e}{1 - \omega^r} \right]^m \frac{1}{(1 - \omega)^q} \omega^\beta, \quad (30)$$

де $C = C(T)$, $m = m(T)$, $q = q(T)$, $\beta = \beta(T)$ – константи матеріалу, що залежать від температури і визначаються з базових експериментів на повзучість, σ_e – еквівалентне напруження.

Для обґрунтування достовірності результатів розрахунків, отриманих при термосиловому навантаженні, розглянуто ряд контрольних прикладів, які охоплюють тіла, як при пружному деформуванні так і при наявності деформацій пластичності і повзучості з урахуванням пошкодженості матеріалу.

Визначено пружно-пластичний напружений стан диска сталюї товщини, що обертається з кутовою швидкістю ω (1/сек), а нерівномірне температурне поле якого змінюється уздовж радіуса. Отримані графіки зміни компонент радіальних і колових напружень σ_r і σ_θ по радіусу диска (рис. 11,а) які задовільно узгоджуються з розв'язком, прийнятим за еталонний [В.А. Баженов, І.І. Гольденблат, М.А. Николаєнко, А.М. Синюков]: похибка в напруженнях σ_r за максимальними значеннями дорівнює 1.7%, а максимальні напруження σ_ϕ , співпали.

Для моделювання деформування в умовах повзучості, як і при пружнопластичному деформуванні, використовуються алгоритми розв'язання системи нелінійних рівнянь без та з екстраполяцією переміщень при визначенні прирощення вектора переміщень на кроці « m » наступним чином:

$$\{\Delta u^m\} = \frac{\{\Delta u^{m-1}\} \Delta t^m}{\Delta t^{m-1}}. \quad (31)$$

Для дослідження алгоритму з екстраполяцією переміщень при повзучості по формулі (31), розглянуто тестовий приклад про розтяг в умовах повзучості тонкостінної труби (рис. 11,б). Величини деформацій повзучості, наведені в таблиці 2, добре узгоджуються з експериментальним результатом.

Таблиця 2

t , год	2,5	5	7,5	10	12,5
ε_c % [Експер.]	0,625	1,270	2,221	3,603	5,000
ε_c % (31)	0,631	1,286	2,259	3,675	5,121
Похибка, %	0,99	1,28	1,72	2,00	2,42

Ефективність розробленої модифікації алгоритму з екстраполяцією переміщень по формулі (31) показано на рис. 11,б у вигляді графіків залежності кількості ітераційних витрат, необхідних для розв'язання задачі при різних значеннях деформацій повзучості ε_c . Як видно, застосування початкового наближення прирощень переміщень для задач повзучості дозволяє зменшити обчислювальні витрати в три рази.

Аналогічні результати отримані при одночасному розвитку деформацій пластичності та повзучості в задачі про розтяг прямокутної пластини з центральним вирізом малої товщини (рис.11,в). Розв'язання даного тестового прикладу було виконано з урахуванням сумісного виникнення деформацій пластичності і повзучості. Отримані результати подані у вигляді розподілень σ_i вздовж осі вирізу в момент часу $t=10$ год. (рис. 11,в). Збіг названих параметрів напружено-деформованого стану спостерігається на протязі всього часу деформування пластини.

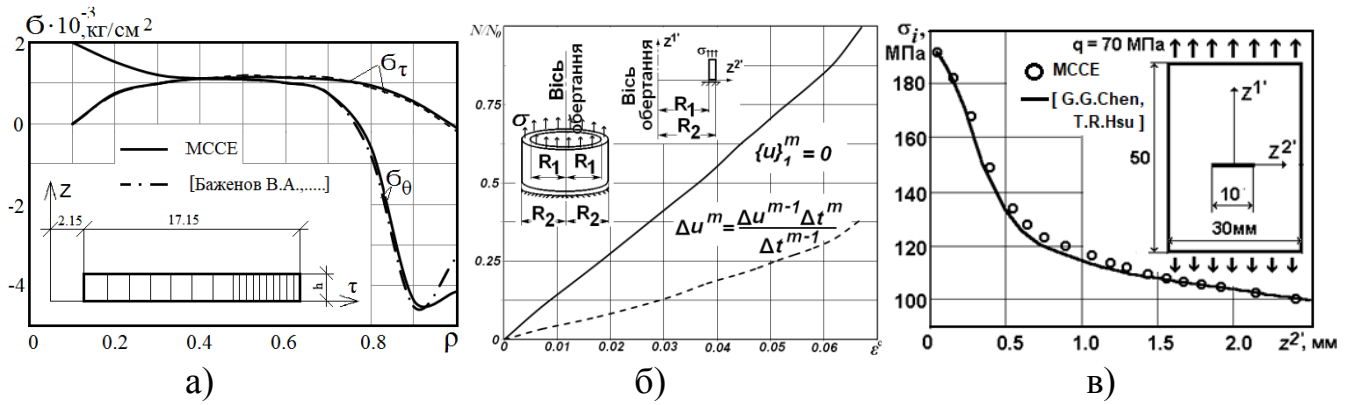


Рис. 11. Достовірність результатів розрахунків термов'язкопружнопластичного деформування і континуального руйнування.

Необхідність моделювання умов взаємодії в системі тіл виникає при розгляді опорних пристроїв, з'єднань лопаток із дисками та інших відповідальних елементів конструкцій. В основу методики розв'язання цієї задачі на основі МССЕ покладено підхід, що ґрунтується на введенні фіктивного контактної шару матеріала між тілами, що взаємодіють (рис.12,а). Контактний шар має малу, порівняно з габаритами взаємодіючих конструктивних деталей, товщину h та має забезпечувати умови взаємного непроникнення матеріалу окремих конструктивних елементів, відсутності розтягуючи напружень σ^{11} , що спрямовані по нормалі до поверхні взаємодії та відповідність дотичних напружень σ^{12} прийнятому закону тертя.

Проведені розрахунки дозволили отримати розподілення нормального тиску вздовж площадки AB (рис.12,б), що якісно збігається з відомими аналітичним розв'язком.

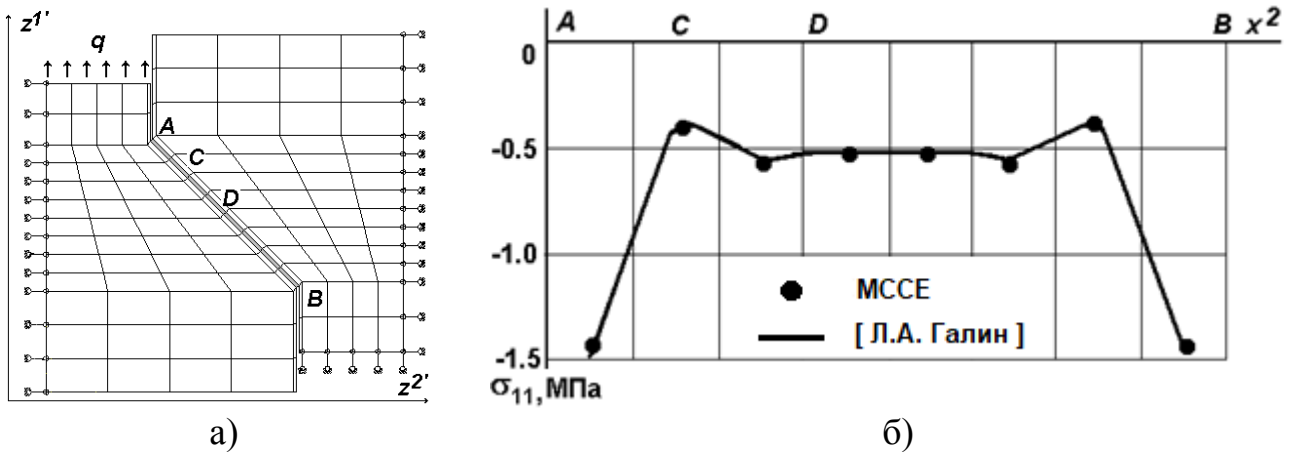


Рис. 12. Моделювання умов взаємодії

Загалом, приведені вище співвідношення і алгоритми охоплюють всі етапи розвитку методики, починаючи з вибору відповідних законів стану, виведення нових розрахункових співвідношень МССЕ і закінчуючи апробацією на тестових прикладах алгоритмів розв'язання задач термопружно'язкопластичного деформування окремих тіл і їх систем при термосиловому навантаженні. Це дає можливість надалі розглядати нові класи об'єктів, пов'язаних з дослідженням напружено-деформованого і обчисленням розрахункового ресурсу важливих елементів конструкцій і їх вузлів.

У шостому розділі для ілюстрації можливостей застосування розроблених в розділах 4 і 5 методик дослідження поведінки плоско-деформованих і вісесиметричних тіл у нестационарному температурному полі, визначення пов'язаних з ними температурних напружень, коректного обчислення розрахункового ресурсу окремих об'єктів і взаємодіючих деталей розглянуті такі важливі об'єкти машинобудування як корпус стопорного клапана парової турбіни при силовому і температурному навантаженні, цільнокований ротор парової турбіни і ялинкове з'єднання хвостовика лопатки з диском газотурбінної установки.

Стопорний клапан парової турбіни являє собою масивне тіло обертання складної форми (рис. 13,а).

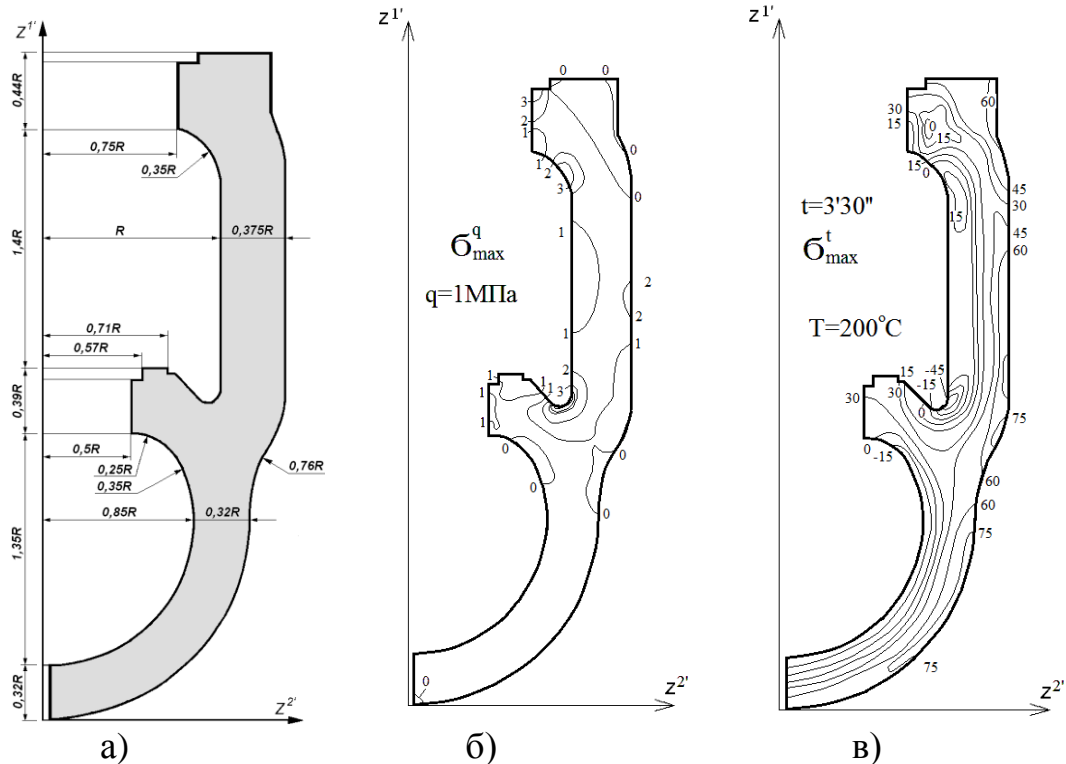


Рис. 13. Стопорний клапан парової турбіни.

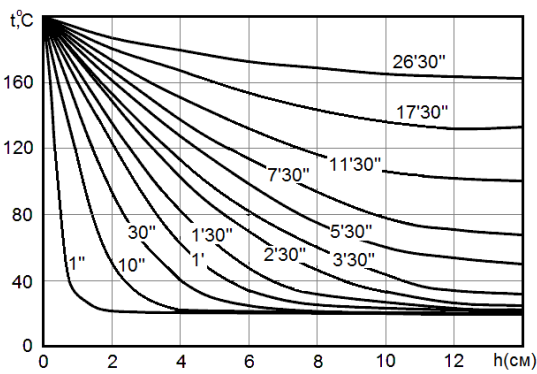


Рис. 14. Розподіл температур по товщині стінки коробки клапану

На першому етапі було проведено дослідження НДС коробки стопорного клапану від дії внутрішнього тиску $q=1 \text{ МПа}$, результати якого представлені на рис.13,б у вигляді ізоліній головних напружень в меридіональному перетині. Максимальні значення розтягуючих напружень зосереджені на внутрішній поверхні в зоні галтельного переходу від циліндричної частини корпусу до запорного виступу.

На другому етапі було проведено аналіз впливу нерівномірного температурного поля на НДС коробки клапану. На рис.13,в наведені графіки розподілу температури, отримані в пусковому режимі. Обчислення параметрів НДС корпусу стопорного клапану при температурному навантаженні,

яке виникає на різних етапах пускового режиму і обумовлено наведеними на рис.14 розподіленнями температур по товщині стінки коробки клапана.

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити висновок, що врахування температурного навантаження в період пуску на певний час зменшує рівень розтягуючих напружень в області галтельного переходу, але, згодом, підвищує їх на більшій частині товщини стінки. Як показали результати експертного аналізу стану конкретних промислових зразків стопорних клапанів, оцінка впливу температурного фактору на величину розрахункового ресурсу потребує подальших досліджень в рамках механіки руйнування.

Диск ротора парової турбіни є масивним вісесиметричним тілом з центральним наскрізним отвором та ободом для закріплення бандажу з лопатками (рис. 15,а). Відповідна дискретна модель наведена на рис.15,б.

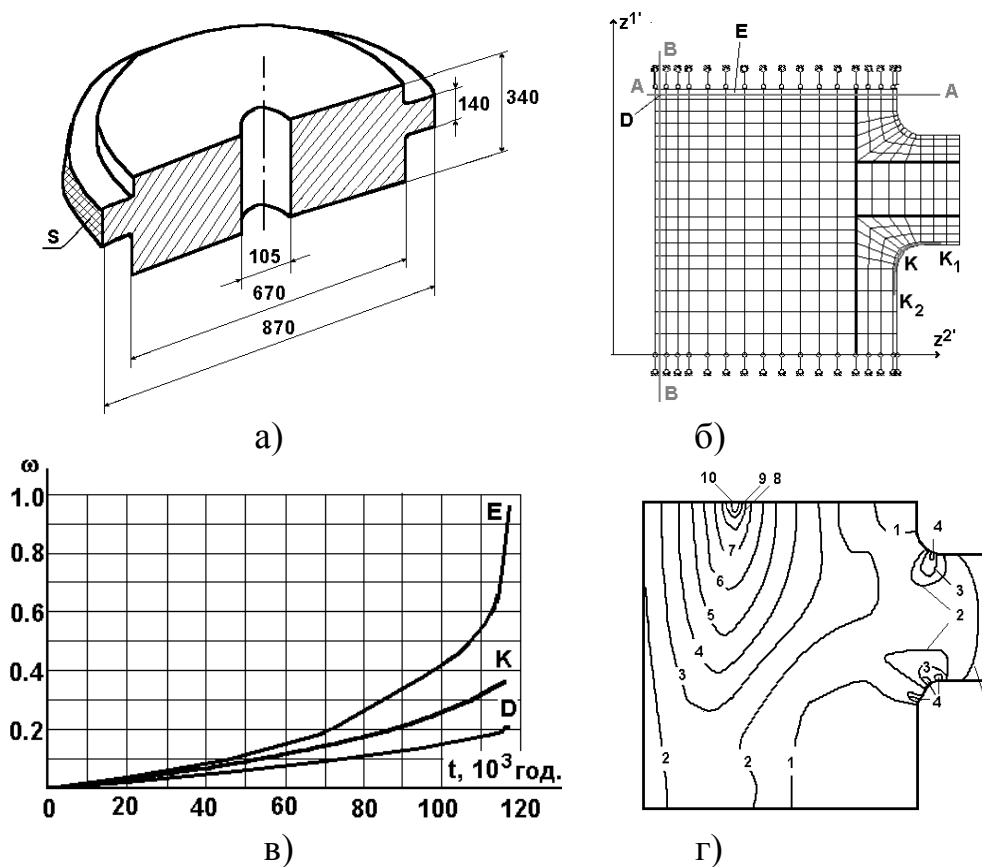


Рис. 15. Диск ротора парової турбіни

Початкове розташування зони максимальних значень пошкодженості ω_{\max} відповідає розташуванню зони максимальних напружень при пружному деформуванні (біля т. D, рис.15,б) і зберігається до моменту часу біля 21000 год з початку деформування. З часом відбувається пересування зони ω_{\max} вздовж радіусу в напрямку від осі обертання. На протязі залишку часу до початку руйнування значення пошкодженості в цій зоні (т.Е) є більшими, ніж в точках D і K, що відповідають максимумам напружень при пружному деформуванні (рис. 15,в). Зона ω_{\max} локалізується в точці E, де в момент часу $t = 117\ 600$ год формується початкова зона руйнування (рис. 15,г). Таким чином, в даному випадку руйнування розпочинається з середини диска.

Як свідчать отримані при розв'язку цієї задачі результати, розроблена методика дає змогу проводити чисельне моделювання процесів деформування реальних елементів конструкцій на базах, що відповідають термінам їх експлуатації із урахуванням ефекту перерозподілення напружень і визначенням розташування зон руйнування.

Хвостовик є складовою частиною ялинкового з'єднання, яке являє собою систему деформівних тіл (рис. 16). При розв'язанні даної задачі проведено дослідження впливу неоднорідного температурного поля на еволюцію параметрів напружено-деформованого стану. Зміна температури по висоті поперечного перерізу хвостовика лопатки описується лінійним законом, максимальні і мінімальні значення лежать в межах $\pm 0.5\%$ від значення температури в перерізі, що знаходиться на відстані $0,9345R_0$ від осі обертання диска.

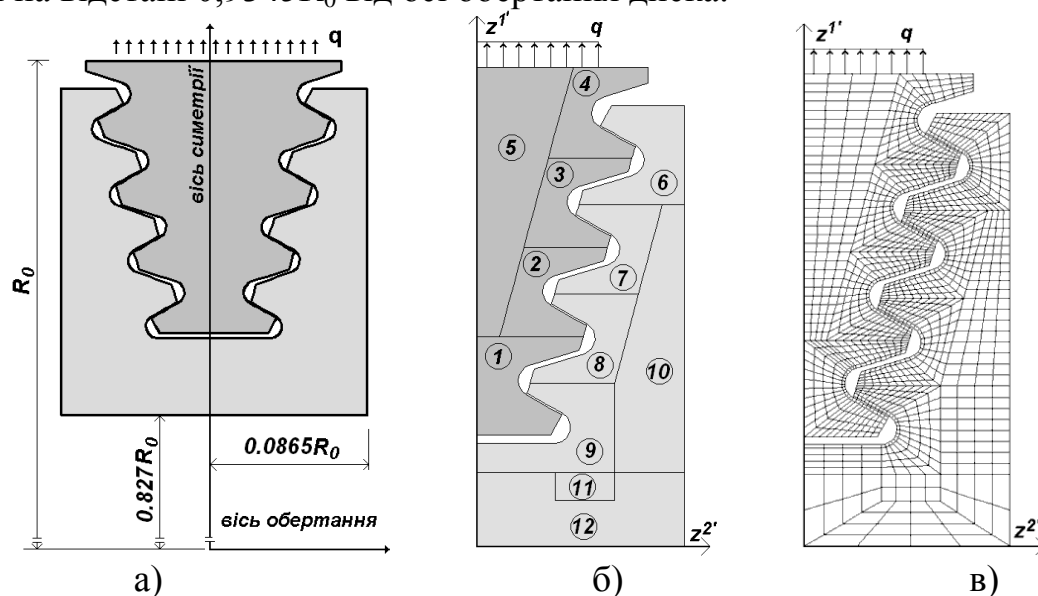


Рис. 16. Ялинкове з'єднання хвостовика лопатки з диском газотурбінної установки.

В першу чергу для більш детального аналізу впливу температурного поля було досліджено відмінності розподілення безрозмірної інтенсивності напружень (рис. 17,а) та пошкодженості (рис. 17,б) на протязі усього часу експлуатації в точці, де виникають максимальні напруження з урахуванням ($T \neq \text{const}$) і без урахування ($T = \text{const}$) неоднорідного температурного поля. Також був проведений аналіз розподілення безрозмірної інтенсивності напружень (рис. 18,а) та пошкодженості (рис. 18,б) вздовж галтелі в області виникнення максимальних напружень.

При проведенні розрахунку передбачалось, що внаслідок малих розмірів хвостовика по висоті вплив температурних деформацій на напружено-деформований стан є незначним. В той же час залежність констант рівнянь від температури приводить до суттєвих відмінностей в перебігу процесу повзучості при урахуванні неоднорідного розподілу температури. Для даного розподілення температури значення розрахункового ресурсу становить $t_T = 0,91t_0$, тобто наявність залежності констант матеріалу від температури може зменшити величину розрахункового ресурсу в межах 10%.

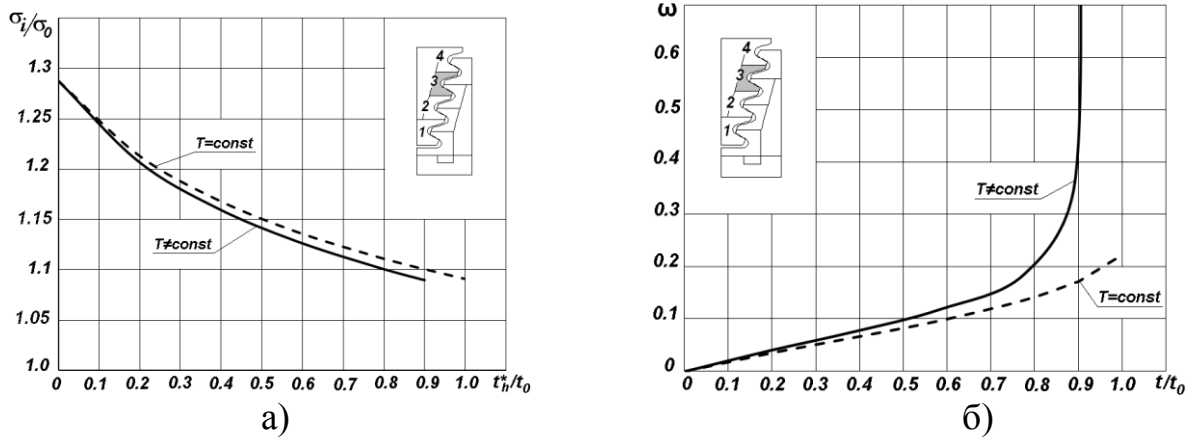


Рис. 17. Розподілення безрозмірної інтенсивності напружень та пошкодженості.

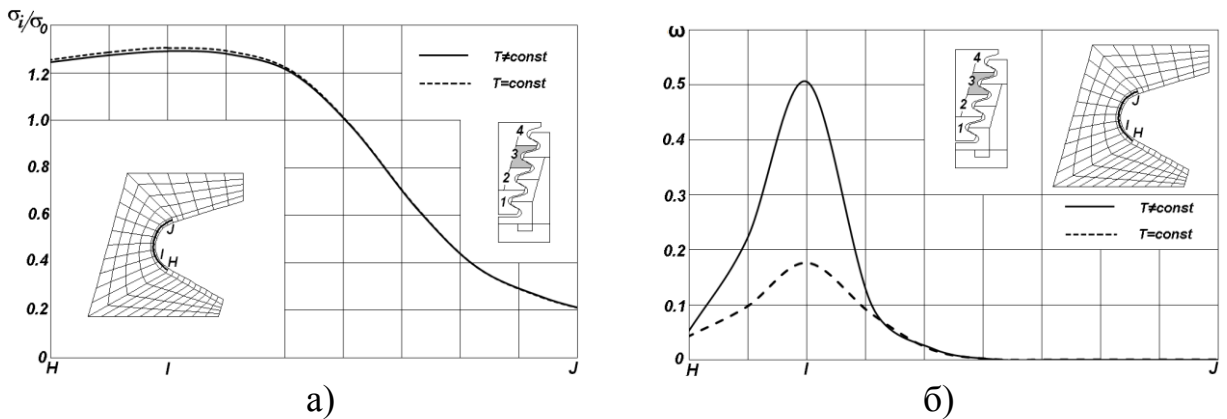


Рис. 18. Розподілення безрозмірної інтенсивності напружень (а) та пошкодженості (б) вздовж галтелі 3.

Таким чином, можна констатувати ефективність і широкі можливості розробленої методики для розв’язання задач із визначення несучої здатності відповідальних об’єктів техніки при високому рівні достовірності результатів

У сьомому розділі розглянуті питання побудови розрахункових співвідношень геометрично-нелінійного деформування. Вісесиметричні масивні, тонкостінні і комбіновані об’єкти розглядаються в базисній початковій відліковій системі координат (рис. 19). Суттєва зміна первісної геометрії тіла при формозмінні

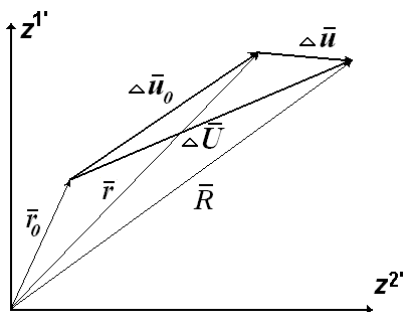


Рис. 19. Зміна положення точки відповідно до введеної проміжної відрахункової конфігурації

обумовлює необхідність використовувати, окрім початкової, ще актуальну конфігурацію. Для побудови крокового процесу вирішення еволюційних задач формозміння додатково вводиться проміжна відлікова конфігурація, яка вибирається таким чином, щоб приращення компонент метричного тензора при переході від проміжної відлікової конфігурації до актуальної були малі в порівнянні з G_{ij} . При великих деформаціях можливі значні повороти частин конструкцій, які не мають змінювати напружено-деформований стан тіла. В цьому випадку необхідно, щоб величини, які входять в визначальні співвідношення, задовольняли вимогам індиферентності.

В зв'язку з цим в роботі використані тензор напружень Коші і міра деформацій Фінгера. Обидва тензора і їх інваріанти задовольняють властивості індиферентності енергетичної сполученості. І являються енергетично сполученими. В якості об'єктивної похідної використовується похідна типу Олдройда.

Для коваріантних компонент прирощення деформації в актуальній конфігурації відносно проміжної відлікової маємо:

$$\Delta \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(z'_{,\alpha} u'_{,\beta} + z'_{,\beta} u'_{,\alpha} + u'_{,\alpha} u'_{,\beta} \right), \quad \Delta \varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left(2z' u'^2 + (u'^2)^2 \right). \quad (32)$$

Лінійний тензор деформацій обчислюємо за формулою:

$$\Delta \varepsilon_{\alpha\beta}^{\wedge} = \frac{1}{2} \left(z'_{,\alpha} u'_{,\beta} + z'_{,\beta} u'_{,\alpha} \right), \quad \Delta \varepsilon_{33}^{\wedge} = z' u'^2. \quad (33)$$

Коваріантні компоненти тензора прирощення нелінійних деформацій в актуальній конфігурації (32) можна описати співвідношеннями аналогічними за виглядом із формулою (33):

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\bar{z}'_{,\beta} u'_{,\alpha} + \bar{z}'_{,\alpha} u'_{,\beta} \right), \quad \varepsilon_{33} = \bar{z}' u'^2 \quad (34)$$

де коефіцієнти перетворень подамо у вигляді:

$$\bar{z}'_{,\alpha} = z'_{,\alpha} + \frac{1}{2} u'_{,\alpha}, \quad \bar{z}'_{,\beta} = z'_{,\beta} + \frac{1}{2} u'_{,\beta}, \quad (35)$$

Аналогічно можна представити варіацію нелінійних деформацій:

$$\delta(\varepsilon_{\alpha\beta}) = \frac{1}{2} \left(Z'_{,\alpha} \delta u'_{,\beta} + Z'_{,\beta} \delta u'_{,\alpha} \right), \quad (36)$$

де $Z'_{,\alpha} = z'_{,\alpha} + u'_{,\alpha}$, $Z'_{,\beta} = z'_{,\beta} + u'_{,\beta}$,

Запишемо вираз варіації енергії СЕ в актуальній конфігурації через деформації:

$$\delta W = \iint_{x_1 x_2} \sigma^{ij} \delta(\Delta \varepsilon_{ij}) \sqrt{G} dx^1 dx^2 \quad (37)$$

З даного виразу в подальшому можна отримати вектор вузлових реакцій, що визначається по значенням повних напружень в актуальній конфігурації і коефіцієнти матриці жорсткості СЕ в проміжній відліковій конфігурації.

В розділах 4 і 6 викладена методика визначення нестационарних температурних полів і пов'язаних з ними полів напружень, деформацій і переміщень в геометрично лінійній постановці. Це дозволяло розглядати задачі нестационарної теплопровідності і визначення НДС незалежно. У випадку дослідження процесів суттєвого формозмінення така можливість спрощення організації обчислювального процесу за рахунок його розподілення на два незалежних послідовних етапи відсутня, оскільки обидві задачі пов'язані між собою. Розв'язання задачі теплопровідності відбувається в проміжній розрахунковій конфігурації з відповідним кроком за часом. Крім того, величини кроку повинні задовольняти умовам збіжності обох задач.

В якості контрольного прикладу розглянемо сталевий циліндричний зразок висотою $H=300$ мм, нагрітий в початковий момент часу $t=0$ до температури $T=1160^\circ\text{C}$. На деформоване тіло накладаються граничні умови теплообміну III-го роду. Стиск проходить до 50% початкової висоти зразка. Коефіцієнт тертя на торцях

циліндра прийнятий рівним нулю. Велечини температур, визначене в результаті розв'язання задачі теплопровідності, порівнюється з експериментальними і теоретичними результатами (табл.3).

Таблиця 3.

N			Експеримент, [А.А.Каракин, В.І.Тарновський]
1	2	4	
958 ⁰	1022 ⁰	1020 ⁰	990 ⁰
Δt			
t/3	t/7.5	t/15	
1028 ⁰	1023 ⁰	1020 ⁰	

Слід відзначити, що представлені в даному розділі матеріали свідчать про суттєвий поступ в напрямку розвитку МССЕ на нові, досить складні класи задач. Це досягається шляхом максимального використання попередніх розробок при отриманні нових розрахункових співвідношень і при розробці узагальнених алгоритмів розв'язку одночасно фізично і геометрично нелінійних задач з змінними граничними умовами. Крім того, перехід до перемінної відлікової конфігурації на кожному кроці навантаження забезпечив можливість розв'язання нестационарної задачі теплопровідності при значному формозмінненні.

У восьмому розділі для дослідження достовірності результатів розв'язання фізично і геометрично нелінійних задач, при використанні одного СЕ по товщині оболонки було проведено їх порівняння з розв'язком, отриманим в просторовій постановці, на прикладі торосферичного сосуду. На рис. 20 представлені криві, які показують отримані на основі МССЕ зростання максимальної деформації на тороїдальній частині сосуду при збільшенні інтенсивності внутрішнього тиску (пунктир) у порівнянні із експериментом (кружки) і результатами розрахунку, наведеними в роботі [P.W. Marcol] (суцільна лінія). Спостерігається добре узгодження результатів.

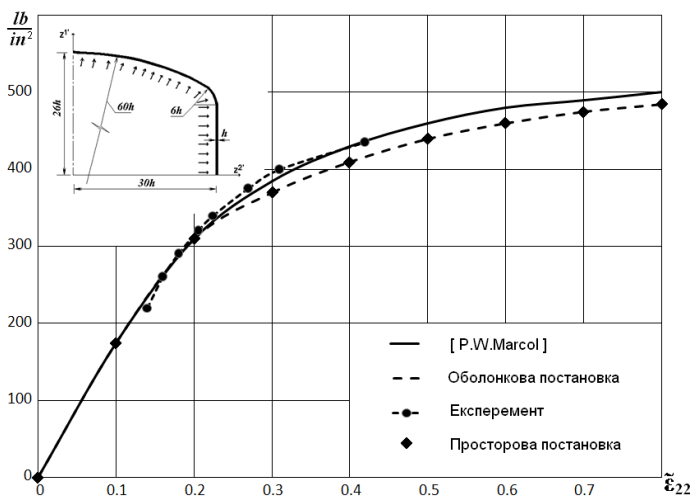


Рис. 20. Розрахунок торосферичного сосуду

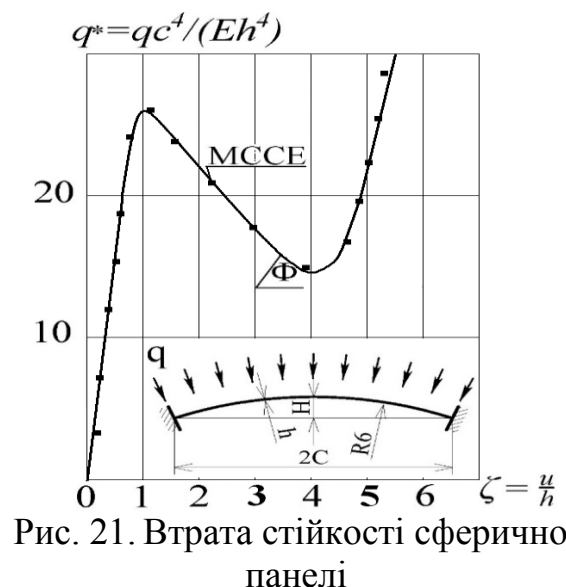


Рис. 21. Втрата стійкості сферичної панелі

Обґрунтування достовірності визначення верхнього і нижнього критичного навантажень проведено на прикладі задачі втрати стійкості сферичної панелі. На рис. 21, а наведений графік залежності між параметром навантаження $q^* = qc^4/(Eh^4)$ і безрозмірною стрілою прогину $\zeta = u/h$ в центрі (h – товщина, $H=3h$) отриманий за розробленою методикою (суцільна лінія), який добре узгоджується із наведеним в роботі В.І. Феодосьєва (ромби).

Для підтвердження достовірності результатів розв'язання задачі пружно-пластичного формозмінення тонкостінних тіл обертання була розглянута задача про пружно-пластичне деформування круглої пластини жорстким штампом в циліндричний стакан рис.22. Деформування спочатку плоскої поверхні пластини здійснюється за допомогою матриці і пуансона. Пуансон, надаючи тиск на центральну частину, втягує її в матрицю. Розрахункова схема, відповідаючи початку процесу, надана на рис. 22,а. На рис.22,б представлені епюри кругових і меридіальних напружень при глибині витяжки, рівній $0,1h$, по товщині елемента (N), який в процесі деформування потерпає найбільших змін напружено-деформованого стану. Співставлення напружень (табл.4) і шляхів деформування (рис. 22,в) окремих точок показало їх добре узгодження із прийнятим за еталонний розв'язком роботи [Накамура].

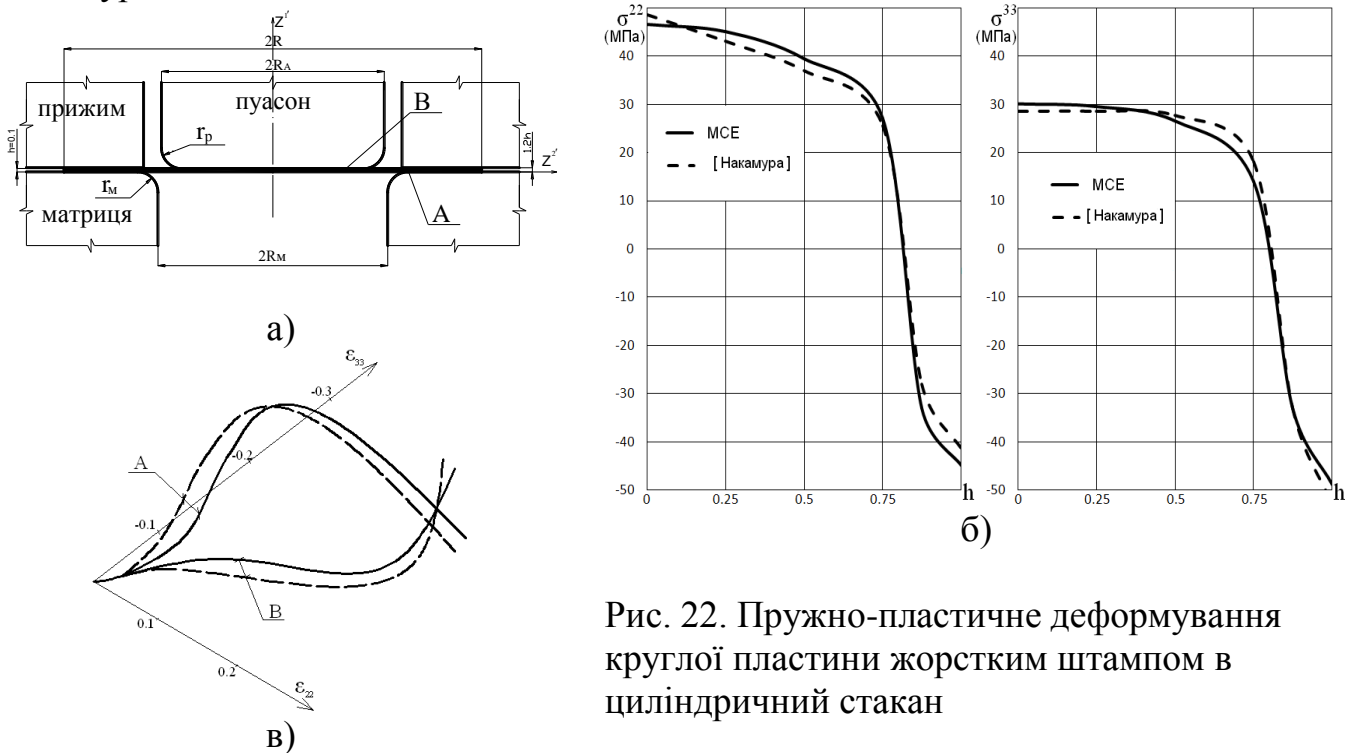


Рис. 22. Пружно-пластичне деформування круглої пластини жорстким штампом в циліндричний стакан

Таблиця 4.

	σ^{22} (кг/мм ²)	σ^{33} (кг/мм ²)	$\sigma^{22}_{(MEM)}$ (кг/мм ²)
МССЕ	46,80	28,06	18,74
Накамура (МСЕ)	49,00	27,50	21,50
Попов А.Е.	25,68	20,23	5,45

Для доведення достовірності розв'язку задач при скінчених переміщеннях і великих пластичних деформаціях для тіл обертання, проведено дослідження пружно-пластичного деформування суцільного циліндра між двома плоскими жорсткими плитами (рис.23).

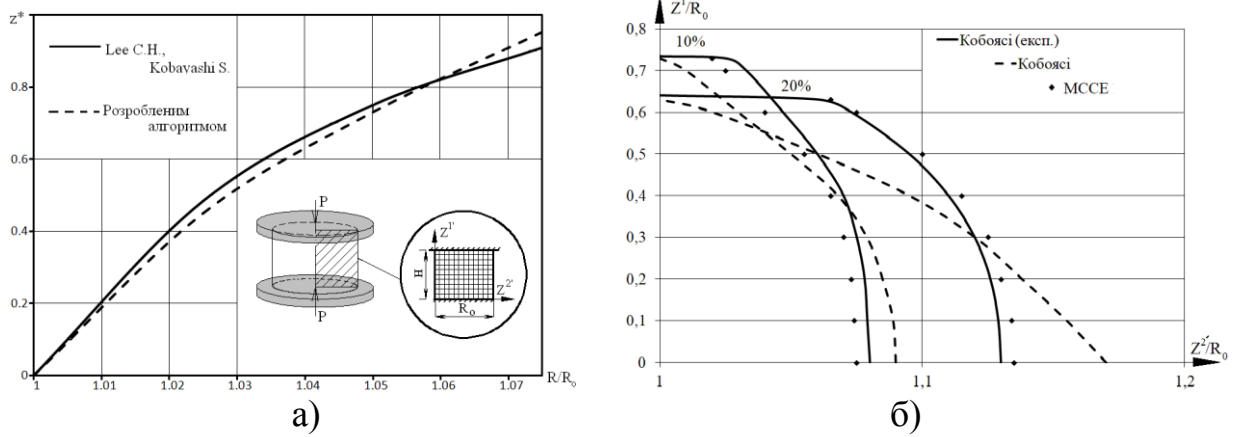


Рис. 23. Деформування суцільного циліндра між двома плоскими шорсткими плитами

Результати розрахунку показані у вигляді епюр нормованого радіального переміщення в залежності від нормованого переміщення верхньої плити $z^* = \frac{H - z^1}{R_0}$ (рис. 23,а). Суцільна лінія позначена на графіку, приведена в роботі відомих авторів, пунктиром – отримані по розробленій методиці. Спостерігається добра збіжність результатів.

Достовірність результатів, отриманих при використанні алгоритму урахування контантного тертя в задачах формозмінення, приведені на рис. 23,б. Коефіцієнт тертя приймається в цьому випадку у відповідності з реальними умовами взаємодіючих поверхонь. Форма бічної поверхні, позначена кружечками, добре співпадає з формою бічної поверхні, отриманої експериментальним шляхом.

Дослідження ефективності розроблених алгоритмів показані на прикладі моделювання процесу осадки конічної заготовки плоскими плитами. Результати досліджень приведені на рис.24,а у вигляді графіків, які показують витрату машинного часу t в залежності від осевої координати Z^1 точки А. За одиницю прийнятий час розв'язання задачі в інтервали зміни H від 280 до 275 см. Потрібно відмітити високу ефективність розробленої методики.

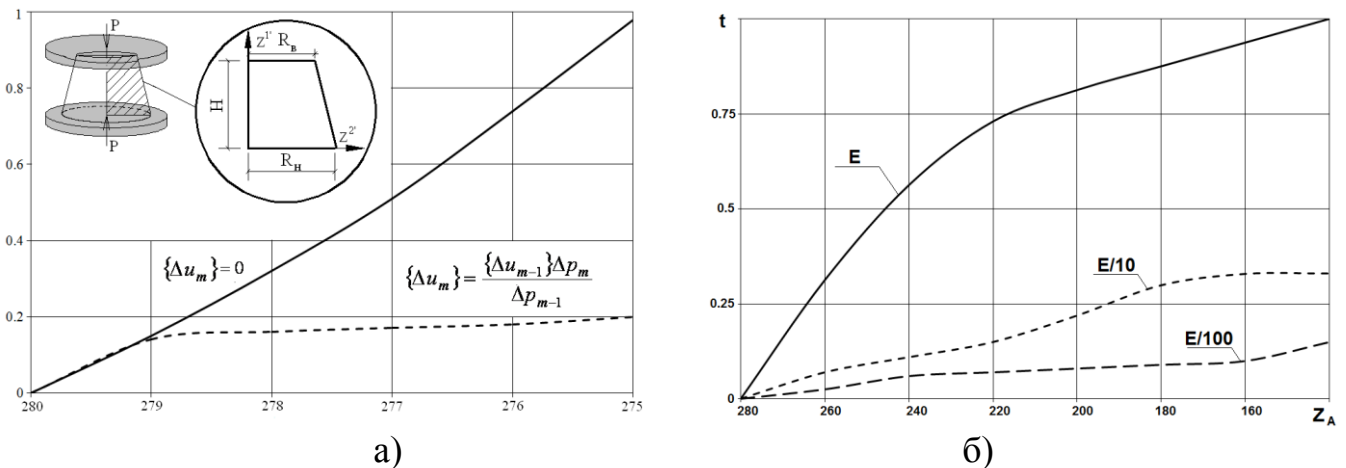


Рис. 24. Осадка конічної заготовки плоскими плитами

Ще один спосіб модифікації алгоритму ґрунтується на регуляризації системи нелінійних рівнянь.

На рис. 24,б приведені графіки, що відображають залежність відносного часу розрахунку t від осової координати точки А, побудовані при різних значеннях модуля пружності E і фіксованої величини межі текучості. За одиницю відносного часу t прийнято час розв'язання задачі в інтервалі зміни Z^1 від 280 см до 140 см. Зміна E в інтервалі ($E/\tau_s=1,4*10^4$) до $E/100$ ($E/\tau_s=1,4*10^2$) майже на порядок знижує час розрахунку, практично не впливаючи на картину напружено-деформованого стану.

Аналіз результатів розв'язання контрольних прикладів показав достовірність, універсальність і ефективність використання методики і розробленого комплексу моделювання процесів деформування тонкостінних і масивних об'єктів, що супроводжуються істотним формозміненням за рахунок великих деформацій пластичності і повзучості.

В дев'ятому розділі, розглянуто приклади застосування методики розв'язання задач нелінійного деформування до визначення напружено-деформованого стану складених оболонок постійної і змінної товщини. Зокрема розглянуто два типи підводних апаратів, що відрізняються конструктивними особливостями і функціональним призначенням –дозаправочний балон (рис.25,а) і рятувальний апарат (рис.26,б). На рис.25,а представлені графіки, що відображають величину приведеного нормального переміщення w/h в центрі сферичної ділянки дозаправочного балону в залежності від величини зовнішнього тиску. Наведені графіки переконливо свідчать про необхідність при розрахунку подібного роду конструкцій брати до уваги обидва види нелінійності.

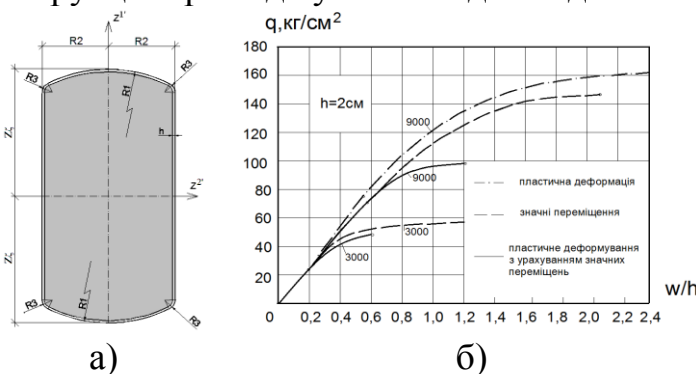


Рис.25. Дозаправочний балон

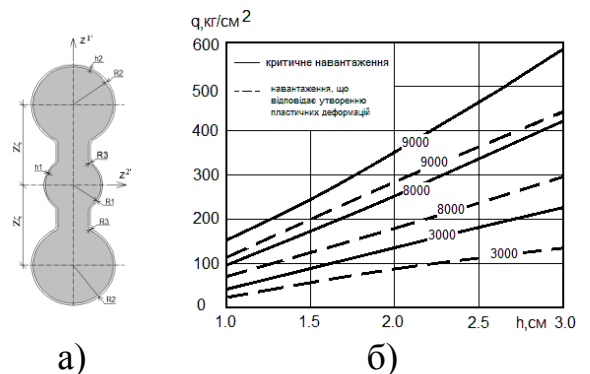


Рис.26. Рятувальний апарат

Другий тип глибоководного апарату призначений для виконання рятувальних операцій і передбачає занурення на більші глибини. Результати розрахунку представлені на рис.26,б у вигляді кривих, що відображають залежність P_K і P_T від товщини h_1 . Графіки свідчать про значно менший вплив врахування геометричної нелінійності на результати розрахунку рятувального апарату в прийнятному діапазоні зміни параметрів.

Розроблені підходи були використані при дослідженні впливу параметрів підкріплюючого шару і пружного закріплення на стійкість і закритичних поведінку сферичних панелей рис. 27. Розглянемо сферичну панель, розрахункова схема якої представлена на рис. 27,а. Процес деформування підкріпленої сферичної панелі

відрізняється нелінійним зв'язком напружень і деформацій з інтенсивністю тиску. Крива «навантаження-прогин» характеризується наявністю двох біфуркаційних точок, що відповідають значенням верхнього і нижнього критичних навантажень.

Вплив граничних умов будемо досліджувати залежно від виду закріплення 1) жорстко затиснена по контуру, 2) пружно затиснена, 3) вільно оперта (рис. 27,б).

На рис.27,б суцільною лінією зображена крива, яка відображає залежність верхнього критичного навантаження пружно затисненої панелі P_y^6 від величини параметра K_1 . Штрихпунктирною і пунктирною лініями позначені значення верхніх критичних навантажень відповідно жорстко затисненої P_3^6 і вільно опертої P_3^6 оболонки.

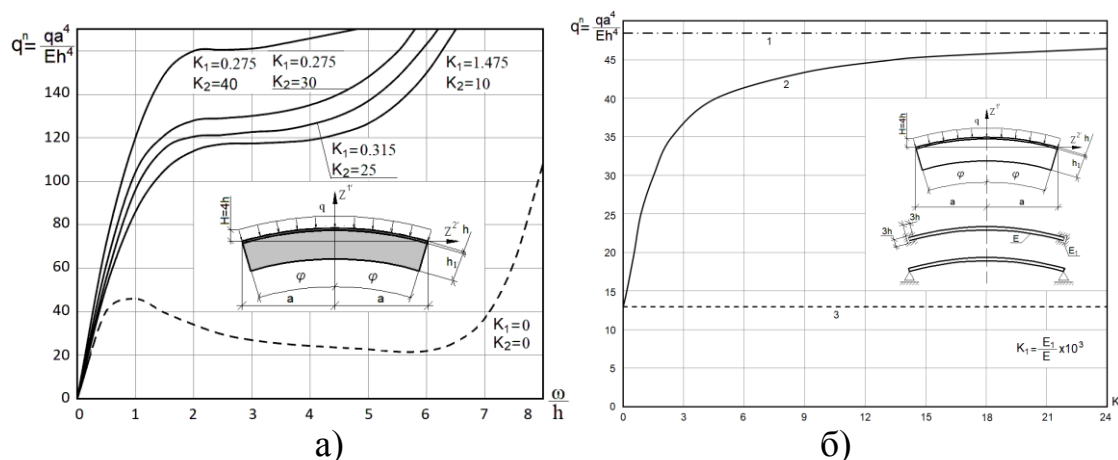


Рис. 27. Дослідження впливу параметрів підкріплюючого шару і пружного закріплення на стійкість і закритичних поведінку сферичних панелей

Проведено дослідження процесу витяжки. Процес витяжки відбувається за допомогою матриці, прижиму і пуассона, який тисне на середню частину заготовки у вигляді круглої пластини рис. 28,а. Мета дослідження полягає у дослідженні впливу зміни радіуса заокруглення матриці і пуассона на зусилля витяжки P та її напружено-деформований стан.

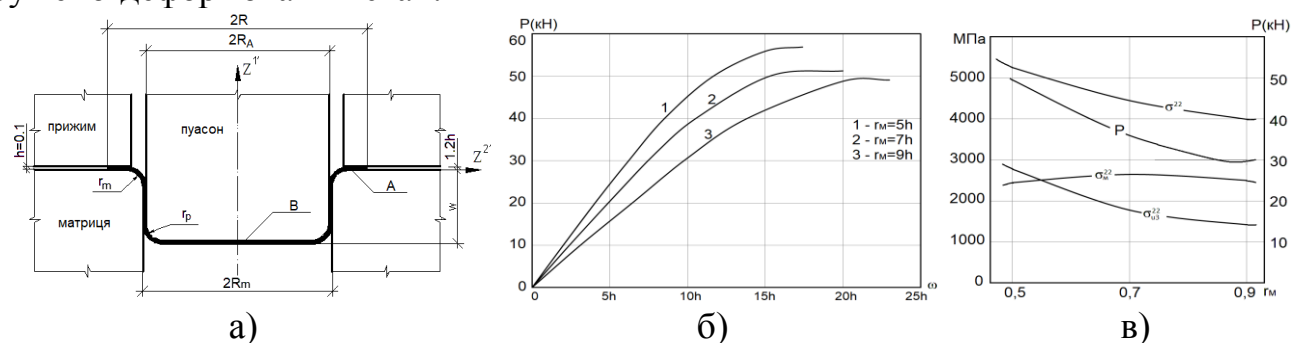


Рис. 28. Процес витяжки циліндричного стану

Графіки зміни зусилля витяжки P при деформуванні заготовки представлені на рис.28,б. Максимальні зусилля P в усіх трьох випадках відповідають моменту появи вертикальної стінки стакану. Виявилось, що величина P_{max} змінюється при збільшенні радіусу скруглення r на 7,5% при $r=7h$ і на 14% при $r=9h$ порівняно із

значення $P_{\max} = 5h$. На рис.28,в представленні графіки зміни меридіональних напружень, їх згинної та мембранної складових в залежності від величини радіусу скруглення r . Встановлено, що зростання меридіональних напружень σ_{22} при зменшенні r від 9 до $5h$ відбувається тільки за рахунок збільшення складових згину σ_{22} . Мембранна складова σ_{22} залишається практично незмінною при всіх досліджуваних значеннях радіусу r .

Таким чином проведені чисельні дослідження дозволили зробити висновок, що зміна геометрії інструмента незначною мірою впливає на величину зусилля витяжки P_{\max} , проте суттєво впливає на величину максимальних меридіональних напружень. Значний вплив на напружено-деформований стан заготовок, що осаджуються, має температура преса, яка, як правило, в декілька разів менше температури оброблюваної деталі. Від температури преса та від швидкості відведення тепла з торців оброблюваних заготовок залежить характер зміни фізико-механічних характеристик матеріалу, і отже, зміни напружено-деформованого стану об'єкту.

Розглянемо описану раніше в розділі 8 циліндричну заготовку, нагріту до температури $T_0 = 1200^\circ\text{C}$. Передбачається, що тертя на поверхні контакту заготовка-інструмент відсутнє. Температура зовнішнього середовища $T_{\text{ср.}} = 20^\circ\text{C}$. Дослідження впливу температури матеріалу плити пресу проводилося при трьох значеннях $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_3 = 500^\circ\text{C}$. На рис. 28,а,б наведені ізолінії розподілення температури в меридіональному перерізі заготовки при рівні осадки $H/H_0 = 0.53$ і $T_1 = 100^\circ\text{C}$ та $T_3 = 500^\circ\text{C}$. Очевидно, що збільшення температури преса вирівнює розподілення температури по висоті заготовки в приграничній зоні.

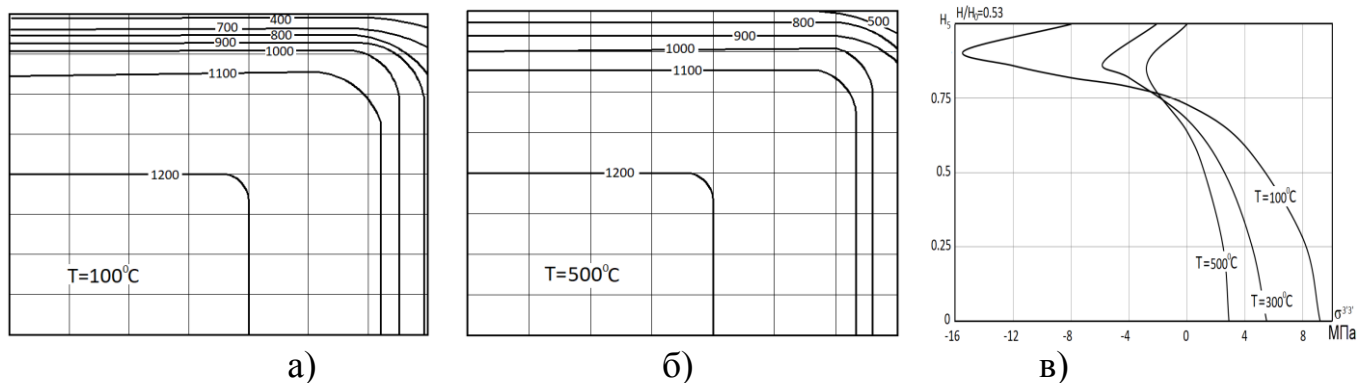


Рис. 28. Осадка заготовки з урахуванням впливу температури інструменту

Виявилось, що збільшення температури інструменту практично не спричиняє впливу на характер зміни зусилля деформування заготовки. Це пояснюється тим, що охолодженню піддається тільки поверхневий шар, об'єм якого в порівнянні з усім деформованим тілом становить 5%. Стискаючі окружні напруження, що виникають у верхній частині бокової поверхні заготовки при її охолодженні, призводять до збільшення кривизни поперечного перерізу. При цьому форма бічної поверхні наближається до бочкоподібної.

Таким чином, чисельні дослідження процесу осадки циліндричної заготовки показали, що зміна умов теплообміну призводить до більш нерівномірного характеру розподілу напружень по попечечному перетину заготовки, розширенню зони розтягуючих окружних напружень, зростанню величини останніх, що може позначитися на якості виробів, що виготовляються.

Наведені вище результати розрахунків реальних технологічних процесів дають підставу зробити висновок, що розроблена методика дозволяє проводити дослідження деформування, стійкості, закритичної поведінки і формозмінення широкого класу оболонкових, масивних і комбінованих вісесиметричних конструкцій з урахуванням геометричної і фізичної нелінійності при силовому і нестационарному температурному навантаженні.

У десятому розділі проведено розробку методики траєкторії розвитку початкової тріщини на основі МСЕ.

Відповідно до критерію локального руйнування, запропонованого Ердоганом і Сі, розвиток тріщини при несиметричному навантаженні відбувається в напрямку, перпендикулярному дії максимальних розтягуючих напружень. Розподілення напружень при вершині тріщини в цьому випадку можна визначити за формулами:

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right), \quad \tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (K_I \sin \theta + K_{II} \cos \theta), \quad (38)$$

де K_I і K_{II} - коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН), r , θ – полярні координати із початком у вершині тріщини.

Для визначення напрямку поширення тріщини використовується умова $\partial\sigma_{\theta}/\partial\theta=0$ або $\tau_{r\theta}=0$, звідки одержати рівняння для визначення кута Θ_i , який визначає напрямок розвитку тріщини:

$$K_I \sin \Theta_i + K_{II} (3 \cos \Theta_i - 1) = 0. \quad (39)$$

Звідки

$$\Theta_i = 2 \arctg \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 8\lambda_K^2}}{4\lambda_K} \right), \quad \text{де } \lambda_K = \frac{K_{II}}{K_I}. \quad (40)$$

Для моделювання розвитку тріщини використовується покроковий алгоритм. Вважаючи, що на кроці тріщина подовжиться вздовж отриманого напрямку на деякий відрізок Δl , одержимо точку I , що несуттєво відхилилася від дійсної траєкторії, внаслідок того, що подовження відбулося не по дійсній траєкторії, а по дотичній до неї. Обчисливши для точки I КІН K_I і K_{II} і, використовуючи умову (38), визначимо новий кут Θ_2 , що поверне траєкторію таким чином, щоб наблизити її до дійсної (рис. 29,а). Повторюючи дану операцію n разів, одержимо ламану траєкторію розвитку тріщини, що обумовлено використанням покрокового алгоритму, який ґрунтується на відповідних диференціальних залежностях розвитку тріщини. Для одержання дійсної траєкторії проводиться згладжування отриманої ламаної лінії. При зміні кроку Δl можна знайти таке його мінімальне значення, подальше зменшення якого не призведе до зміни отриманої траєкторії. Оскільки отримана траєкторія має вигляд ламаної лінії, то після її вирівнювання варто провести K -тарировку (обчислення значень КІН уздовж траєкторії тріщини).

На першому етапі розглянемо задачу про визначення прямолінійної траєкторії розвитку похилої початкової тріщини в пластині, що знаходиться під дією однобічного розтягу (рис. 29,б) . На рис. 29,в наведені траєкторії розвитку похилої тріщини в системі координат $y^{i''}$, отримані шляхом розрахунку ([Саврук М.П.], суцільна лінія 1), експериментально ([Ііда С.], суцільна лінія 2), а також отримані за описаною методикою (штрих пунктирна лінія). Обчислена на основі формули (41) траєкторія добре узгоджується з експериментальними і розрахунковими результатами інших авторів. z^2 .

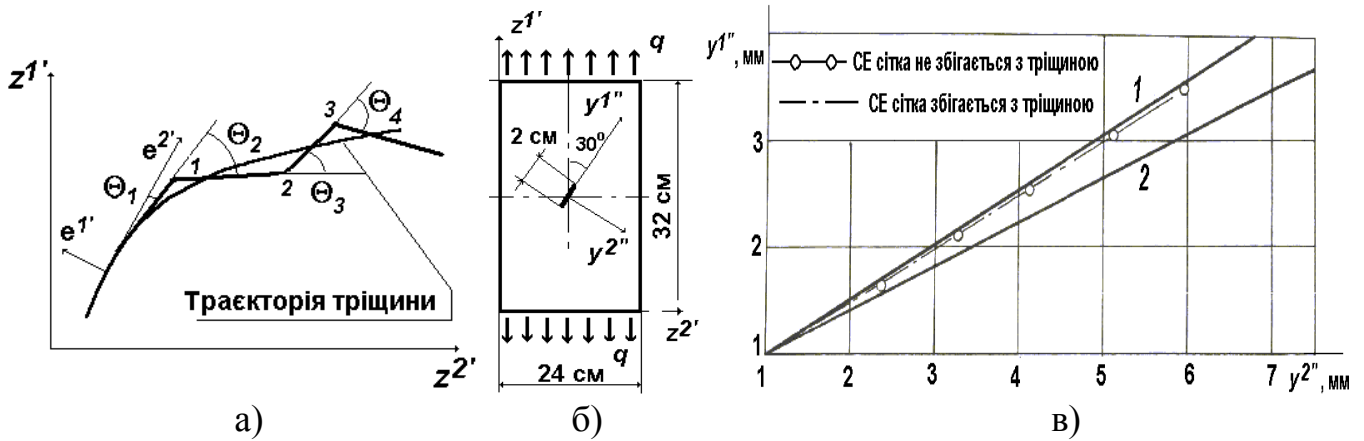


Рис. 29. Визначення траєкторії магістральної тріщини на основі модифікованого методу реакцій

Розроблена методика використана для моделювання розвитку тріщини в об'єкті складної структури - занурюваному контейнері, який складається із скляної оболонки із металевими кришками (рис.30,а). Початкова тріщина (рис. 30,б) розташована на відстані $0,3 h$ від краю заглушки у точці досягнення максимальних розтягуючих напружень, розмір тріщини заданий відповідно до відомих реально існуючих дефектів на поверхні подібних скляних об'єктів. Кут відхилення її від нормалі до зовнішньої поверхні оболонки у бік торця прийнятий таким, що дорівнює 8° і є перпендикулярним напрямку максимальних головних напружень в цій області.

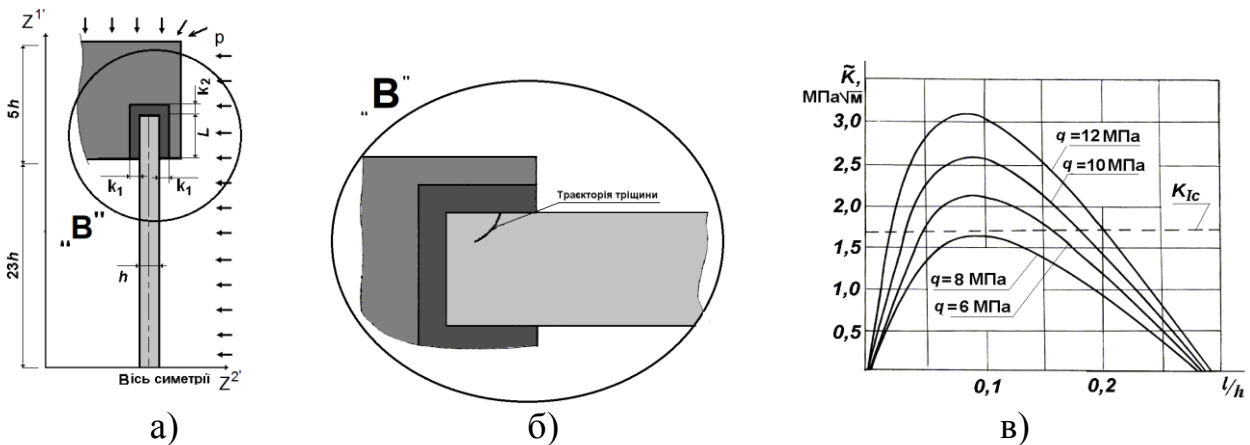


Рис. 30. Занурюваний контейнер.

На рис. 30,б наведена траєкторія тріщини, обчислена відповідно підходу, викладеному вище, характерною особливістю якої є її розвиток тріщини вглиб з'єднувального вузла. Графіки залежності приведених величин КІН $\tilde{K}(\ell)$ від довжини тріщини при різній інтенсивності зовнішнього навантаження зображені суцільними лініями на рис. 30,в.

Пунктирною лінією показане значення критичного коефіцієнта інтенсивності напружень K_{Ic} , що для скла, з якого виготовлений циліндр, дорівнює $1,7 \text{ МПа м}^{1/2}$. Аналізуючи результати, можна зробити висновок, що навантаження 6 МПа не призведе до розвитку початкової тріщини $l_0 = 0,05 h$. Для більш високих значень зовнішнього тиску критична довжина початкової тріщини буде зменшуватися від $0,05 h$ ($q = 8 \text{ МПа}$) до $0,02 h$ ($q = 12 \text{ МПа}$).

Отже, при інтенсивності зовнішнього тиску, що змінюється в межах до 12 МПа , статичне збільшення тріщини можливо лише до досягнення довжини $l = 0,2 h$, де \tilde{K} знову стає менше ніж K_{Ic} . Траєкторія тріщини при цьому має такий вигляд, що навіть при її подальшому розвитку не повинне відбуватися порушення герметичності з'єднання і катастрофічне руйнування об'єкта. Після досягнення довжини $0,3 h$, тріщина попадає в зону, де значення \tilde{K} знижується до нуля, і подальший її розвиток стає неможливим.

ВИСНОВКИ

Основні результати, отримані в дисертаційній роботі полягають в наступному:

1. Вперше створено ефективний універсальний чисельний підхід до комплексного розв'язання лінійних, фізично і геометрично нелінійних задач при дослідженні процесів деформування, втрати стійкості, закритичної поведінки, континуального і дискретного руйнування, контактної взаємодії та нестационарної теплопровідності і їх взаємовпливів на поведінку тонкостінних, масивних і комбінованих тіл обертання складної структури, які знаходяться під дією довільно розподілених в просторі та часі силових, кінематичних і температурних навантажень.

2. На основі рівнянь вісесиметричної задачі теорії пружності при використанні статичних гіпотез теорії тонких оболонок і середньої товщини та з урахуванням нелінійного розподілу напружень шляхом розвитку МССЕ створена розвинена бібліотека скінченних елементів. Зокрема отримані нові розрахункові співвідношення просторових, оболонкових, загального і модифікованого варіантів універсальних скінченних елементів для визначення напружено деформованого стану, нестационарних температурних полів, моделювання контактної взаємодії тіл обертання.

3. Отримані формули для обчислення фізично і геометрично лінеаризованих матриць жорсткості, які в поєднанні з процедурою екстраполяції переміщень, дозволили провести уніфікацію кроково-ітераційних алгоритмів інтегрування по параметрам навантаження, переміщення, часу, прирощення довжини магістральної тріщини для розв'язку лінійних і нелінійних задач деформування, втрати стійкості, закритичної поведінки, суттєвого формозмінення, механіки руйнування і нестационарної теплопровідності.

4. На основі фундаментальних положень нелінійної теорії пружності з урахуванням вимог до індиферентності та енергетичної сполученості тензорів напружень і деформацій, процедури їх накопичення і нових прийомів покращення обумовленості систем нелінійних рівнянь створена методика чисельного дослідження еволюції напружено-деформованого стану масивних і тонкостінних заготовок в процесах обробки металів тисненням при великих незворотних деформаціях і термосиловому навантаженні,

5. Шляхом використання шару спеціальних СЕ розроблені ефективні алгоритми розв'язку задач взаємодії окремих деформівних тіл з урахуванням тертя на поверхнях контакту, а за рахунок введення допоміжної системи координат реалізовано моделювання контакту оболонок з жорсткими перепонами довільної конфігурації при змінних граничних умовах.

6. Отримані основні і модифіковані варіанти розрахункових скінченноелементних співвідношень задачі нестационарної теплопровідності і розроблені алгоритми їх розв'язку з урахуванням формозмінення,

7. Розроблені алгоритми чисельного моделювання розповсюдження початкових тріщин, отримання їх траєкторій з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності, обчислення параметрів механіки руйнування по довжині магістральної тріщини і визначення її критичної довжини та розрахункового ресурсу,

8. Виконана реалізація розробленого чисельного підходу у вигляді розвиненого програмного забезпечення, інтегрованого до загального програмного комплексу НДІБМ КНУБА з використанням концепції багатофрагментної побудови нерегулярних сіткових моделей для оптимізації процесу дискретизації реальних об'єктів складної форми і структури.

9. Проведено аналіз достовірності, збіжності та ефективності розрахункових співвідношень, кроково-ітераційних алгоритмів моделювання еволюційних процесів, методів визначення параметрів руйнування на основі розв'язку значної кількості контрольних прикладів шляхом порівняння базових і модифікованих варіантів з аналітичними, чисельними та експериментальними опублікованими даними,

10. Проведені чисельні дослідження особливостей термовязкопружнопластичного деформування, стійкості, континуального та дискретного руйнування і визначення ресурсу, тріщиностійкості і несучої здатності відповідальних конструктивних елементів, вузлів і деталей, пов'язаних з проектуванням об'єктів сучасної техніки, які знаходяться під впливом довільно розподілених в просторі та часі силових, кінематичних і температурних навантажень.

В цілому, сукупність отриманих в даній дисертаційній роботі результатів являє собою розв'язання актуальної науково-технічної проблеми з розробки на основі розвитку моментної схеми скінчених елементів, алгоритмів математичного моделювання еволюційних процесів та методів визначення параметрів континуального і дискретного руйнування ефективного чисельного підходу до комплексного розв'язання задач деформування, стійкості та тріщиностійкості масивних, тонкостінних і комбінованих тіл обертання складної структури, який має суттєве наукове та прикладне значення.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

а) монографія

1. Метод скінченних елементів у задачах деформування та руйнування тіл обертання при термосиловому навантаженні / [Баженов В.А., Пискунов С.О., Максим'юк Ю.В.] – Київ: Вид-во “Каравела”, 2018. – 316с.

б) статті в наукових фахових виданнях України

2. Алгоритм розв'язання вісесиметричних задач нестационарної теплопровідності / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В. Максим'юк [та ін.] // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 95. – С. 11–20.
3. Андрієвський В.П. Методика розв'язання вісесиметричних задач стаціонарної теплопровідності та термопружності на основі МССЕ / В.П. Андрієвський, Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2014. – Вип. 93. – С. 64–72.
4. Баженов В.А. Математичне моделювання процесів розвитку магістральних тріщин в тілах обертання складної структури з урахуванням формозмінення / В.А. Баженов, Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2018. – Вип. 101. – С. 111–120.
5. Баженов В.А. Напружено-деформований стан і формозмінення в тілах обертання складної структури / В.А. Баженов, Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2019. – Вип. 102. – С. 3–12.
6. Дослідження напруженого стану зварного ротору на основі моментної схеми МСЕ / С.О. Пискунов, О.І. Гуляр, Ю.В. Максим'юк [та ін.] // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 98. – С. 163–172.
7. Ефективність моментної схеми скінчених елементів (МССЕ) в задачах згину та з концентраторами напружень / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, І.І. Солодей, Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2012. – Вип. 89. – С. 143–157
8. Максим'юк Ю.В. Алгоритм розв'язку задач нелінійного деформування та стійкості пружнопластичних вісесиметричних оболонок середньої товщини / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2014. – Вип. 92. – С. 148–156.
9. Максим'юк Ю.В. Визначення тріщиностійкості вісесиметричних тіл з урахуванням формозмінення / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2018. – Вип. 100. – С. 202–213.
10. Максим'юк Ю.В. Індиферентність тензорів деформацій, напружень та їх прирощень при умові енергетичної сполученості / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2017. – Вип. 99. – С. 151–159.
11. Максим'юк Ю.В. Постановка задачі про вплив геометричної нелінійності на несучу здатність і закритичну поведінку тонкостінних та комбінованих вісесиметричних тіл / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2016. – Вип. 97. – С. 186–193.

12. Максим'юк Ю.В. Розрахункові співвідношення універсального скінченного елемента на основі моментної схеми скінчених елементів / Ю.В Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2015. – Вип. 94. – С. 244–251.
 13. Максим'юк Ю.В. Скінчений елемент загального типу для розв'язку вісесиметричної задачі нестационарної теплопровідності / Ю.В Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд – 2016. – Вип. 96. – С. 148–157.
 14. Модифікований варіант метода реакцій в двовимірних задачах механіки руйнування / О.І. Гуляр, О.С. Сахаров, О.О. Шкриль, Ю.В Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2011. – Вип. 88. – С. 12–17.
 15. Особливості використання моментної схеми скінчених елементів (МССЕ) при лінійних розрахунках оболонок і пластин / С.О. Пискунов, І.І. Солодей, Ю.В Максим'юк, А.Д. Солоденко // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2013. – Вип. 91. – С. 59–75.
 16. Особливості використання моментної схеми скінчених елементів (МССЕ) при нелінійних розрахунках оболонок і пластин / В.А. Баженов, О.С. Сахаров, О.І. Гуляр [та ін.] // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2014. – Вип. 92. – С. 3–16.
 17. Особливості розв'язання двовимірних задач стаціонарної теплопровідності і повзучості з урахуванням геометричної не лінійності / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В Максим'юк, Б.І. Сизевич // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2012. – Вип. 90. – С. 73–89.
- в) статті, що включені до наукових періодичних видань інших держав, та у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:
18. Визначення параметрів напружено-деформованого стану вісесиметричних тіл при термосиловому навантаженні / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, В.П. Андрієвський, Ю.В. Максим'юк // Вісник НТУ «ХПІ» Технології та обладнання виробництва – 2015. – №21(1130). – С. 128-135.
 19. Дослідження еволюції напружено-деформованого стану і визначення розрахункового ресурсу масивних елементів вісесиметричних конструкцій на основі універсального скінченного елемента / В.П. Андрієвський, Ю.В. Максим'юк, С.В. Мицюк, С.О. Пискунов // Вісник НТУ «ХПІ» Системний аналіз, управління та інформаційні технології – 2018. – №22(1298). – С. 66-72.
 20. О.І. Гуляр Дослідження нелінійного деформування складених оболонок обертання середньої товщини / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В. Максим'юк // Технічні науки та технології: науковий журнал. – 2018. – №2(12). – С 9-24.
 21. A modified method for evaluating the invariant J-integral in finite-element models of prismatic bodies / V.A. Bazhenov, A.S. Sakharov, Y.V. Maksimyuk, A.A. Shkryl' // International Applied Mechanics. – 2016. – 52(2). pp. 140-146.
 22. Pyskunov S.O. Finite element analysis of influence of non-homogenous temperature field on designed lifetime of spatial structural elements under creep conditions / S.O. Pyskunov, Yu.V. Maksimyuk, V.V. Valer // Applied Mathematics and Nonlinear. – 2016. – Sciences 1(1) (2016). pp. 170–176.

г) основні публікації по доповідям на міжнародних і вітчизняних конференціях:

23. Баженов В.А. Моделювання фізично і геометрично нелінійного деформування і руйнування вісесиметричних і плоско-деформованих тіл / В.А. Баженов, О.І. Гуляр, Ю.В. Максим'юк // «Математичні проблеми технічної механіки – 2013»: Матеріали міжнародної наукової конференції, м. Дніпродзержинськ, 16–29 квітня.: – Дніпродзержинськ, 2013. – С 101.
24. Баженов В.А. Напружено-деформований стан і формозмінення масивних і тонкостінних об'єктів / В.А. Баженов, Ю.В. Максим'юк // Международная научно-практическая конференция «Современные методы и проблемно-ориентированные комплексы расчета конструкций и их применения в проектировании и учебном процессе». (Киев, 18-20 октября 2018). –К., 2018. – С 97.
25. Максим'юк Ю.В. Моментна схема скінчених елементів в геометрично нелінійних задачах пружнопластичного деформування тіл обертання / Ю.В. Максим'юк, В.І. Мартиновський // International scientific-practical conference of young scientists “BUILD-MASTER-CLASS-2018” – К.: KNUCA., 28-30.11.2018 – 236-237s.
26. Максим'юк Ю.В. Визначення впливу урахування геометричної нелінійності на величину ресурсу стопорного клапана у випадку дискретного руйнування / Ю.В. Максим'юк // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів студентів КНУБА:тези доповідей. – в 2х частинах (м.Київ, 8-11 листопада 2011 р.). – Ч.1. –К., 2011. – С 46.
27. Максим'юк Ю.В. Оболонковий скінчений елемент (СЕ) загального типу для розв'язання задач фізичної і геометричної нелінійності вісесиметричних оболонок та пластин / Ю.В. Максим'юк // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів студентів КНУБА:тези доповідей (м.Київ, 5-8 листопада 2013 р.). –К., 2013. – С 57.
28. Максим'юк Ю.В. Розв'язання фізично і геометрично-нелінійних задач для тонкостінних об'єктів / Ю.В. Максим'юк // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів студентів КНУБА:тези доповідей. – в 2х частинах (м.Київ, 6-9 листопада 2012 р.). – Ч.1. –К., 2012. – С 55.
29. Максим'юк Ю.В. Розрахунок корпусних деталей занурюваних глибоководних апаратів з урахуванням фізичної і геометричної не лінійності / Ю.В. Максим'юк, О.Ю. Башинська // «Recent Studies of Applied Sciences» International scientific-practical conference. Section: TECHNICAL SCIENCE – Kyiv, Ukraine 15-17 April 2015. – pp. 39.
30. Пискунов С.О. Вплив параметрів підкріплювального шару на стійкість і закритичну поведінку сферичних панелей / С.О. Пискунов, Ю.В. Максим'юк // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів студентів КНУБА:тези доповідей (м.Київ, 15-17 березень 2017 р.). –К., 2017. – С 83.
31. Maksimyuk Y. Using of foreign experience in the application of pendulumsilencers in the high-rise building in the seismic districts of Ukraine / Y. Maksimyuk, I. Tkach // International scientific-practical conference of young scientists “BUILD-MASTER-CLASS-2017” – К.: KNUCA., 28.11-01.12.2017 – 442s.

АНОТАЦІЯ

Максим'юк Ю.В. Метод скінченних елементів у задачах геометрично та фізично нелінійного деформування, стійкості і руйнування тіл складної структури при термосиловому навантаженні. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.23.17 – будівельна механіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, Київ, 2019.

На основі моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) створена розвинена бібліотека скінченних елементів: побудовані розв'язувальні співвідношення просторових, оболонкових, універсальних скінченних елементів загального і модифікованого варіантів для визначення напружено деформованого стану, нестационарних температурних полів, моделювання контактної взаємодії тіл обертання. Представлена уніфікація крокових алгоритмів інтегрування по параметрам навантаження, переміщення, часу, прирощення довжини магістральної тріщини для розв'язання лінійних і нелінійних задач деформування, стійкості, закритичної поведінки, суттєвого формозмінення, механіки руйнування і нестационарної теплопровідності. Створена на основі фундаментальних положень нелінійної теорії пружності, нові розрахункові співвідношення МССЕ і прийоми покращення обумовленості систем нелінійних рівнянь методики чисельного дослідження еволюції НДС заготовок в процесах обробки металів тисненням при великих незворотних деформаціях. Розроблено ефективний алгоритм розв'язання контактних задач взаємодії окремих деформівних тіл між собою, з жорсткими перепонами при змінних граничних умовах і з урахуванням тертя на поверхнях контакту. Отриманий основний і модифікований варіант розрахункових скінченноелементних співвідношень задачі нестационарної теплопровідності і розроблено алгоритм їх розв'язання з урахуванням формозмінення. Розроблений алгоритм чисельного моделювання розповсюдження початкових тріщин, для отримання їх траєкторій на основі розвитку модифікованого методу реакцій з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності, обчислено параметри механіки руйнування по довжині магістральної тріщини для визначення її критичної довжини та розрахункового ресурсу. Аналіз достовірності, збіжності та ефективності розрахункових співвідношень, кроково-ітераційних алгоритмів моделювання еволюційних процесів, методів визначення параметрів руйнування виконане на основі розв'язання значної кількості контрольних прикладів шляхом порівняння базових і модифікованих варіантів з аналітичними, чисельними та експериментальними опублікованими даними. Виконано дослідження особливостей термов'язкопружнопластичного деформування, стійкості, континуального та дискретного руйнування і визначення ресурсу, тріщиностійкості і несучої здатності відповідальних конструктивних елементів, вузлів і деталей, пов'язаних з проектуванням об'єктів сучасної техніки, які знаходяться під впливом довільно розподілених в просторі та часі силових, кінематичних і температурних навантажень

Ключові слова: метод скінченних елементів, моментна схема скінчених елементів, фізично і геометрично нелінійні задачі деформування, стійкість, континуальне і дискретне руйнування, контактна взаємодія, нестационарна теплопровідність, тонкостінні, масивні і комбіновані тіла.

SUMMARY

Maksimyuk Yu.V. Finite element method in problems of geometrically and physically nonlinear deformation, stability and fracture of bodies of complex structure under thermoforce loading. - Qualifying scientific work on the rights of manuscripts.

Dissertation for obtaining of the scientific degree of the doctor of technical sciences in the specialty 05.23.17 - structural mechanics. - Kyiv National University of Construction and Architecture of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2019.

On the basis of the moment finite element scheme (MFES) the developed library of finite elements have been created[^] the solvable ratios of spatial, shell, universal finite elements of general and modified variants for determination of the stress-strained state, non-stationary temperature fields, modeling of the contact interaction of the rotational bodies. The unification of step-by-step integration algorithms according to the parameters of loading, displacement, time, incremental length of the main crack for solving linear and nonlinear deformation problems, stability, overcritical behavior, essential form-modification, fracture mechanics and nonstationary thermal conductivity are presented. Based on the fundamental provisions of the nonlinear theory of elasticity, the new calculated ratios of MFES and techniques for improving the conditionality of systems of nonlinear equations, the method of numerical investigation of the evolution of the stress-strained state of blanks in the processes of metal processing by embossing for large irreversible deformations. An effective algorithm for solving of a contact problems of interaction between individual deformable bodies with one another, with rigid barriers under variable boundary conditions and taking into account friction on contact surfaces, has been developed. The main and modified version of the calculated finite-element relations of the problem of non-stationary heat conduction was obtained and an algorithm for their solution was developed taking into account the form-modification. The algorithm of numerical simulation of the distribution of initial cracks, for obtaining their trajectories on the basis of the development of the modified reaction method taking into account physical and geometric nonlinearity, calculates the parameters of the fracture mechanics along the length of the main crack to determine its critical length and estimated resource. The analysis of reliability, convergence and efficiency of settlement relationships, stepwise-iterative algorithms for modeling of evolutionary processes, methods for determining the parameters of destruction is performed on the basis of solving a large number of control examples by comparing the basic and modified variants with analytical, numerical and experimental published data. The study of the features of thermally elastic plastic deformation, stability, continual and discrete destruction and determination of the resource, crack resistance and bearing capacity of responsible structural elements, nodes and details related to the design of objects of modern technology, which are under the influence of arbitrarily distributed in space and time of force, kinematic and temperature loads.

Key words: finite element method, moment finite element scheme (MFES), physically and geometrically nonlinear deformation problems, stability, continual and discrete fracture, contact interaction, unsteady heat conduction, thin-walled, massive and combined bodies.

Підписано до друку 27.05.2019. Формат 60×90/16.
Папір офісний. Друк цифровий. Тираж 100 прим.
ПП «Сердюк В.Л.» Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
Серія ДК №3360 від 30.12.2008р.