МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

СКОЧКО ВОЛОДИМИР ІГОРОВИЧ

УДК: 514.18

МЕТОДИ ІНТЕРПРЕТАЦІЙНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СІТЧАСТИХ СТРУКТУР ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2021

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано в Київському національному університеті будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор
ПЛОСКИЙ Віталій Олексійович,
Київський національний університет будівництва і архітектури (м. Київ), МОН України, завідувач кафедри архітектурних конструкцій

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
ВАНІН Володимир Володимирович,
Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського» (м. Київ), МОН України, декан фізико-математичного факультету

доктор технічних наук, професор
ПУГАЧОВ Євген Валентинович,
Національний університет водного господарювання та природокористування (м. Рівне), МОН України, професор кафедри основ архітектурного проєктування

доктор технічних наук, доцент
АДОНЬЄВ Євген Олександрович,
Запорізький національний університет, економіко-гуманітарний факультет у м. Мелітополі (м. Мелітополь), МОН України, декан факультету

Захист відбудеться «___» __________ 2021 р. о ___ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 при Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, КНУБА, Вчена рада університету, ауд. 466

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, КНУБА

Автореферат розіслано «_____» _______________ 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради _______________ О. А. Бондар

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. На сьогоднішній день інструменти прикладної геометрії набули широкого ужитку при вирішенні цілого ряду практичних та теоретичних задач, що належать до майже усіх галузей науки і техніки. Особливо складними є задачі, пов'язані з дослідженням багатокомпонентних об'єктів та складних системних процесів, що інтерпретують рівноважний стан чи динаміку розвитку та характеру поширення різноманітних фізичних або абстрактних явищ і процесів, природа яких описується диференціальними чи іншими функціональними закономірностями.

До відповідних задач належать: геометричне моделювання дискретно представлених поверхонь технічних форм та графіків неявних математичних функцій, зокрема дискретне моделювання фізичних скалярних полів; геометричне формоутворення з подальшою оптимізацією відносно заданих параметрів та визначення компонентів напружено-деформованого стану (НДС) таких архітектурних конструкцій, як безмоментні стрижневі та вантові структури, а також дискретно представлені оболонки конструкцій покриттів; підвищення енергоефективності й ресурсозбереження об'єктів будівництва, архітектури та житлово-комунального господарства (в тому числі інженерних систем та споруд) шляхом оптимізації їх геометричних і фізичних параметрів; моделювання та дослідження абстрактних явищ і процесів, як то кластеризація організаційних структур та формоутворення мікроструктури кристалічних решіток.

Для вирішення даних задач інженери та науковці переважно вдаються до застосовування елементів чисельного моделювання. При цьому інтерпретаційні моделі зазначених явищ, процесів або об'єктів зручно зображати як деякі сітчасті структури у просторах із розмірностями два і вище. Дискретний характер представлення відповідних моделей спричинено неможливістю неперервного опису особливостей суцільних процесів і об'єктів у кожній точці континуума. Відтак, область, у якій розвивається чи перебуває об'єкт дослідження, умовно поділяється на елементарні фрагменти, а його геометричні параметри і параметри стану визначаються із певною точністю лише у базових (характерних) точках цих фрагментів. Базові точки і в'язі (ланки), які їх з'єднують та несуть інформацію про міру взаємозв'язку й впливу параметрів досліджуваного явища чи об'єкту в суміжних точках один на одного, утворюють графоаналітичні дискретні геометричні моделі у формі сітчастих інтерпретаційних структур.

Точно побудована інтерпретаційна геометрична модель об'єкту дослідження дозволяє не лише максимально детально змоделювати характер його взаємодії з оточуючим середовищем, як системи, але й здійснювати подальшу оптимізацію його параметрів в умовах зовнішнього впливу даного середовища, а також впливу внутрішніх чинників, спричинених дією окремих компонентів системи одне на одних. Якщо ж об'єкти дослідження можуть бути інтерпретовані сітчастими структурами зі спорідненими ознаками, то задля підвищення ефективності процесу моделювання необхідно розробити єдині методологічні основи побудови, управління та оптимізації відповідних інтерпретаційних моделей.

Інтерпретаційне геометричне моделювання перелічених вище об'єктів дослідження, на основі застосування дискретних сітчастих структур повинне мати ряд переваг важливих перед іншими інструментами моделювання:

1) наочність моделей та простота їх побудови;

2) можливість без зайвих ускладнень здійснювати локальне корегування моделей без зміни їх топологічних ознак;

3) можливість опису функцій впливу зовнішнього середовища та взаємодії моделей із ним, як у дискретній, так і у неперервній формах;

4) адаптивність інтерпретаційних сітчастих структур до інтегрованого застосування математичного інструментарію відомих методів чисельного моделювання, загальної теорії оптимізації, та елементів штучного інтелекту (ШІ), причому, як локально, так і глобально по відношенню до всієї моделі;

5) інваріантність математичного апарату інтерпретаційних сітчастих структур при застосуванні по відношенню до різних класів задач;

6) можливість моделювання як статичних, так динамічних об'єктів дослідження, геометричні й фізичні параметри стану яких можуть змінюватися з плином часу, у просторах довільної розмірності;

7) простота програмної реалізації математичних алгоритмів моделювання та оптимізації об'єктів дослідження.

Наведені переваги вказують на важливість і доцільність виконання системних досліджень теоретичних й практичних аспектів геометричного інтерпретаційного моделювання сітчастих структур з подальшим визначенням фундаментальних закономірностей взаємодії між їх елементами і зовнішнім середовищем, а також розробкою методологічної й алгоритмічної бази для впровадження одержаних результатів у практику моделювання та прогнозування поведінки й подальшої оптимізації об'єктів дослідження.

При цьому методології інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур повинні бути притаманні наступні ознаки:

- системність залучення методів та інструментів геометричного й чисельного моделювання, а також математичної логіки й ШІ при управлінні та оптимізації об'єктів дослідження;

- універсальність підходу до застосування елементів методології (включаючи математичний апарат, методологічні засади та принципи побудови моделей і чисельних алгоритмів) при вирішенні усіх раніше зазначених класів задач;

- незалежність принципів застосування даної методології від кількості параметрів варіювання об'єктів дослідження та можливість її узагальнення для вирішення багатовимірних наукових і практичних задач;

- можливість урахування як аналітичних функціональних, так і диференціальних властивостей об'єктів дослідження, а також простота засобів управління цими властивостями;

- одержання ефекту синергії при застосуванні даної методології у поєднанні з елементами відомих методів геометричного та чисельного моделювання.

З огляду на усе вище зазначене, можна сформулювати актуальність *проблематики* дисертаційного дослідження:

А) відсутність єдиної методологічної бази інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур, які є прообразами багатокомпонентних систем і складних фізичних або абстрактних системних процесів;

Б) відсутність фундаментальних математичних закономірностей взаємодії елементів інтерпретаційних геометричних моделей між собою та із зовнішнім середовищем;

В) необхідність адаптації відповідної методології до вирішення різних класів науково-практичних задач із застосуванням уже наявного інструментарію методів чисельного моделювання, геометричного формоутворення та загальної теорії оптимізації.

Сучасний стан проблеми. Найбільш актуальними й важливими працями, орієнтованими на дослідження й моделювання сітчастих структур, які інтерпретують роботу фізичних явищ, об'єктів та процесів, є роботи, присвячені застосуванню статико-геометричного методу (СГМ) дискретної геометрії, запропонованого проф. Ковальовим М.С., та розвиненого його учнями і послідовниками. Даний метод дозволяє формоутворювати та корегувати багатоланкові сітчасті структури, що є дискретними аналогами геометричних об'єктів або стрижневих конструкцій, кожен стрижень яких працює лише на стиск або на розтяг в межах пружних деформацій. Процес формоутворення здійснюється шляхом навантаження незакріплених вузлів моделі зосередженими сталими або функціональними навантаженнями, які при попередньо заданому розподілі лінійної щільності поздовжніх внутрішніх зусиль у стрижнях приводять кожен вузол у певне положення на площині або в просторі. На основі СГМ було виконано ряд важливих подальших практичних досліджень, що знайшли своє застосування у задачах управління формою дискретних каркасів архітектурних конструкцій, зокрема ферм, просторових рам та оболонок покриттів. Існує також ряд досліджень із застосуванням СГМ, присвячених моделюванню дискретно представлених кривих та поверхонь, що мають фізичну природу формоутворення. Вагомою працею, присвяченою узагальненню та систематизації задач, що вирішуються на основі СГМ стала робота проф. Ботвіновської С.І.

Також чималого поштовху розвитку дискретного геометричного моделювання надали роботи мелітопольської школи прикладної геометрії, присвячені дискретному геометричному моделюванню кривих та поверхонь за заданими диференційними або натуральними параметрами.

Однак, усі наявні роботи мали на меті вирішення вузько направлених задач, здебільшого пов'язаних із формоутворенням геометричних образів та адаптацією відповідних моделей до подальшого застосування при чисельних розрахунках засобами САПР. При цьому практично не було здійснено спроб адаптації засобів дискретного геометричного моделювання до прямого вирішення задач чисельного моделювання та подальшої оптимізації сітчастих структур, що інтерпретують об'єкти дослідження різної природи та видів, єдиними інструментальними засобами.

Значущість проблеми. Розробка методологічних основ геометричного інтерпретаційного моделювання сітчастих структур, а також її застосування при вирішенні прикладних задач у різних галузях науки і техніки, дозволить ефективно ідентифікувати системні ознаки об'єктів, явищ і процесів, та дасть змогу комплексно вирішувати задачі з їх корегування й оптимізації єдиними інструментальними засобами. Наочність і простота представлення інтерпретаційних моделей багатокомпонентних систем у формі сітчастих структур спонукатиме до використання саме цього механізму моделювання, а близькість його математичного апарату до закономірностей та алгоритмів чисельних методів відкриє широкі перспективи їх симбіотичного поєднання й одержання ефектів синергії.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в рамках наукових досліджень кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА). Результати досліджень використовуються при підготовці фахівців з проектування та зведення будівель з близьким до нульового енергоспоживанням. Підготовка здійснюється в рамках Проекту «Train-to-NZEB: The Building Knowledge Hubs» програми ЄС «Горизонт 2020» (угода про надання гранту № 649810) (довідка №23/10 від 15.10.2020 р.), що реалізується в Україні Всеукраїнською благодійною організацією «Інститут місцевого розвитку» в партнерстві з КНУБА. Також, результати досліджень використовуються при підготовці та державній атестації фахівців, що мають намір проваджувати діяльність з енергетичної сертифікації будівель та обстеження інженерних систем, на базі КНУБА (довідка №15/11 від 17.11.2020 р.). Окрім того роботу виконано згідно з планом проведення науково-дослідних робіт кафедри архітектурних конструкцій КНУБА за напрямками: «Енергозбереження в будівництві та архітектурі», а також «Розробка геометричних моделей складних об'єктів і процесів».

Дисертація відповідає вимогам до докторських дисертацій. За змістом та результатами роботи дисертація відповідає чинному паспорту спеціальності 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка, а саме за такими пунктами в порядку пріоритетності у цій роботі

– *за пунктом 6* у частині «…розвиток теоретичних основ та інструментарію дискретного геометричного моделювання і його практичне застосування»;

– *за пунктом 4* «Конструктивне та комп'ютерне дослідження геометричних багатовидів різної природи та розмірності (кривих, поверхонь, конгруенцій, польових структур тощо) у просторах різних вимірів»;

– *за пунктом 8* «Створення сучасних технологій та систем прийняття рішень на основі конструктивно-геометричного інтерпретування задач та моделей інженерних, математичних та інформаційно-технологічних наук».

Мета і завдання дослідження. *Метою* дослідження є розробка методологічних основ формування дискретних геометричних моделей сітчастих структур, які інтерпретують багатокомпонентні системи і складні процеси, на основі узагальненого методу СГМ для розв'язання широкого кола прикладних задач.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі *завдання*:

1. Провести якісний аналіз методів геометричного моделювання дискретних об'єктів, порівняльний огляд методів аналізу й розрахунку сітчастих та стрижневих структур, а також аналіз чисельних методів оптимізації параметрів функцій багатьох змінних.

2. На основі СГМ створити єдину геометричну інтерпретаційну модель сітчастої структури, що перебуває під дією зовнішніх впливів і може прогнозовано змінювати свою форму.

3. Розробити геометричні алгоритми побудови дискретних плоских та просторових кривих ліній, а також дискретних каркасів поверхонь, неперервні аналоги яких визначаються функціями у неявній формі.

4. Створити математичний алгоритм прискорення процесу геометричного моделювання регулярних дискретних каркасів кривих та поверхонь, заданих у параметричній або неявній формах.

5. Розробити єдину методику геометричного моделювання параметрів НДС, управління та оптимізації форми плоских та просторових стрижневих безмоментних будівельних конструкцій, споруд та архітектурних форм.

6. Створити спосіб управління геометричними і фізичними параметрами енергоефективних будівель на основі дискретної моделі процесу їх теплообміну, а також запропонувати методику скорочення тепловтрат зовнішніх мереж систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей.

7. На основі єдиної геометричної моделі сітчастих структур запропонувати базові принципи пошуку ефективних геометричних параметрів багатоярусних підпірних стін.

8. Запропонувати підхід до управління параметрами організаційних кластерів у будівельному виробництві з метою підвищення ефективності їх функціонування.

9. На основі єдиної геометричної моделі сітчастих структур розробити базові принципи формування та впливу на мікроструктуру решіток іонних кристалів.

10. Сформулювати математичні закономірності для опису динамічних сітчастих структур, встановити зв'язок між геометричними і фізичними параметрами та характеристиками полів, що зумовлюють рух їх вузлів.

11. Впровадити створені моделі та розроблені алгоритми дискретного геометричного моделювання в практику проектування архітектурно-будівельних об'єктів, у подальші наукові дослідження та навчальний процес.

Об'єкт дослідження: сітчасті структури й стрижневі конструкції, а також дискретні образи геометричних моделей, що інтерпретують фізичні та абстрактні системи, процеси й об'єкти.

Предмет дослідження: інструментальні засоби геометричного моделювання та управління параметрами сітчастих структур.

Методи дослідження включають засоби дискретного геометричного моделювання, елементи топології, теорії параметризації, теорії поля, диференціальної та аналітичної геометрії, класичної теоретичної механіки, теорії пружності, системного аналізу, теорії оптимізації, методи чисельного моделювання та штучного інтелекту, елементи комп'ютерного математичного програмування.

Теоретичною базою досліджень є праці вітчизняних і зарубіжних вчених, які розглядали проблеми дискретного геометричного й чисельного моделювання та оптимізації об'єктів архітектури, будівництва, житлово-комунального господарства, технічних форм, а також фізичних та абстрактних явищ і процесів. зокрема:

- у галузі архітектурного формоутворення та конструювання: М.М. Абдураімова, С.О. Амбарцумяна, З.В. Беляєвої, Ф.А. Благовещєнського, В. Блеквела, С.А. Боєва, Л.Б. Великовського, Ю.А. Духовічного, А.В. Захарова, О.В. Іконнікова, О.В. Кащенка, С.М. Кривошапко, Ю.С. Лебедєва, В.Є. Михайленка, А.Н. Попова, Г. Рюле, І.Ш. Суванкулова, Є.М. Удлера та інш.;
- у галузі дискретного геометричного моделювання: И.Г. Балюби, С.І. Ботвіновської, С.М. Ковальова, А.В. Найдиша, В.М. Найдиша, І.Н. Бурчака, О.В. Воронцова, В.Г. Лі, М.Я. Логачев, Є.В. Пугачова, Н.Е. Горькова, їх учнів та послідовників;
- в галузі прикладного геометричного моделювання, теорії параметризації геометричних об'єктів та використання геометричних методів у задачах формоутворення кривих ліній та поверхонь: Н.М. Аушевої, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, Г.Г. Власюк, В.Я. Волкова, С.М. Гумен, І.С. Джапарідзе, Г.С. Іванова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, Л.М. Куценка, В.С. Обухової, В.А. Осипова, А.В. Павлова, О.Л. Підгорного, А.М. Підкоритова, С.Ф. Пилипаки, В.О. Плоского, І.А. Скидана, М.М. Рижова, їх учнів та послідовників;
- у галузі комп'ютерного моделювання геометричних моделей складних об'єктів та фізичних процесів: Дж. А. Адамса, В.Д. Борисенка, Ю.І. Бадаєва, В.В. Гайдайчука, С.М. Грибова, В.Г. Грищенко, Ю.О. Дорошенка, В.Г. Лі, В.М. Несвідоміна, Ф.П. Препарата, Є.В. Пугачова, Д.Ф. Роджерса, К.О. Сазонова, О.В. Сергейчука, О.Л. Хейфеца, М. Шеймоса, О.В. Шоман та інш.;
- в галузі чисельного моделювання та систем автоматизованого проектування: І. Альтенбаха, В.А. Баженова, К.А. Бребіа, Г.Г. Власюк, Є.О. Волкова, М.П. Галаніна, С.К. Годунова, Дж. Іствуда, М.М. Каліткіна, В.М. Кислоокого, В.В. Киричевского, Дж. Т. Одена, Р.Д. Річтмаєра, О.А. Самарського, А.С. Сахарова, Г.Я. Тулученка, Р.В. Хеммінга, А.Н. Хомченка, Р. Хокні, О.В. Чернікова та інш.;
- у галузі теорії поля, теорії оптимізації та ШІ: Д.В. Гальцева, М.М. Долгова, Д. Іваненка, Л.Д. Ландау та Е.М. Ліфшица, М. Мінскея, І.П. Мисовських, Дж. Фон Неймана, Е.І. Несіса, Я.І. Олькова, Дж. Паліса, М.С. Піскунова, С. Пейпера, Ю.Х. Поландова, І.М. Рабіновича, Ф Розенблата, С.Л. Соболева, Р. Тадеусевича, І.Е. Тамма, С. Хайкні, І.С. Холопова, Дж. Хопфілда, Т. Шупа, Б.Ф. Шутца, та інш.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукову новизну роботи складають наступні результати:

Уперше:

- виявлено диференційну закономірність між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та потенціалом векторного поля, що її врівноважує у незакріплених вузлах; одержано диференціальне рівняння зв’язку між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та щільністю потоку векторного поля, яке діє на її вільні вузли;

- виведено рівняння, що описують зв'язок між фізичними і геометричними параметрами окремих ланок сітчастої структури та вузловими характеристиками польових структур, що врівноважують модель; розроблено універсальний метод управління параметрами ланок сітчастих структур шляхом корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів на основі виведених рівнянь;
- розроблено інваріантний по відношенню до постановки задач метод корегування сітчастих структур, побудованих шляхом геометричного формоутворення із накладанням додаткових функціональних умов;
- створено алгоритми прискорення процесу моделювання регулярних дискретних каркасів кривих та поверхонь, заданих у параметричній або неявній формі;
- запропоновано ефективну методику розрахунку та оптимізації форми і компонентів НДС стрижневих безмоментних будівельних конструкцій, вузли яких сприймають проектне навантаження; представлено спосіб локального та комплексного корегування форми стрижневої конструкції на основі запропонованої методики;
- запропоновано алгоритм оптимізації геометричних та фізичних параметрів огороджувальних конструкцій і теплових оболонок енергоефективних будівель, а також адаптивний алгоритм скорочення тепловтрат мереж систем теплопостачання на основі оптимізації їх геометричних моделей;
- запропоновано спосіб оптимізації організаційних кластерних структур на основі корегування параметрів їх геометричних моделей, як інтерпретаційних сітчастих структур;
- запропоновано спосіб геометричного моделювання мікроструктури кристалічних решіток на прикладі іонних кристалів із можливістю урахування зовнішнього впливу на положення елементів моделі;

Удосконалено:

- диференційні закономірність між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та полів що на них діють, які адаптовано до застосуваннях у задачах довільної розмірності.
- спеціальні алгоритми побудови дискретно представлених плоских і просторових кривих, а також поверхонь, заданих функціями у неявній формі;

Дістали подальшого розвитку:

- інструментальні засоби СГМ дискретної геометрії шляхом доповнення системи рівнянь рівноваги вузлів моделі сітчастої структури параметричними рівняннями стану її вузлів та ланок;
- оптимізаційний алгоритм пошуку ефективних геометричних параметрів багатоярусних підпірних стін на основі симбіотичного поєднання методу штрафних функцій та методу управління параметрами сітчастих структур;
- диференційні закономірності між фізико-геометричними параметрами ланок сітчастих структур та характеристиками зовнішніх полів, діючих на їх вузли, які були адаптовані до випадку, коли незафіксовані вузли моделі перебувають у рухомому стані.

Обґрунтованість і достовірність отриманих результатів забезпечується: коректністю постановки усіх задач; теоретичним обґрунтуванням викладених тез і міркувань й практичним підтвердженням дієвості одержаних математичних закономірностей і запропонованих алгоритмів їх застосування на тестових прикладах та в результаті впровадження.

Практичне значення отриманих результатів полягає у розширенні області застосування інструментів дискретної геометрії по відношенню до нових класів прикладних здач. А саме:

1. Розроблений підхід до побудови дискретних каркасів кривих і поверхонь, заданих неявними функціями, а також ізоповерхонь потенціальних полів, які характеризують фізичні явища, розширює інструментальну палітру методів візуалізації процесів та геометричних об'єктів складної форм. При цьому запропоновані в роботі алгоритми можуть включати не лише принципи градієнтних способів пошуку, а й елементи ШІ та інші методи комплексної оптимізації, що в сукупності значно зменшує затрати операційних потужностей використовуваного комп'ютерного обладнання.

2. Запропонований підхід до побудови дискретних образів сітчастих структур за наперед заданими диференціальними закономірностями дозволяє полегшити адаптацію та реалізацію програмних алгоритмів чисельного моделювання інтерпретованих об'єктів та процесів у середовищі уже існуючого програмного комп'ютерного забезпечення (як символьної, так і чисельної математики).

3. Одержана методика моделювання та корегування форми стрижневих будівельних конструкцій дозволяє не лише відносно спростити й унаочнити процес формування, а й значно скоротити загальний об'єм обчислювальних операцій, оскільки не передбачає залучення інструментів чисельного моделювання у процес проектування, власне й являючи собою симбіотичне поєднання методів геометричного формоутворення та елементів чисельних варіаційних методів.

4. На основі запропонованої методики оптимізації стрижневих конструкцій можна досягти максимально можливих показників економії матеріалів з урахуванням реальних обмежень, що накладаються на відповідні конструкції з огляду на практичність їх експлуатації, монтажу, транспортування й виготовлення.

5. Запропонований підхід до управління параметрами стану ланок дискретних моделей, що інтерпретують тепловий баланс будівель, дозволяє корегувати й оптимізувати, як геометричні так і фізико-механічні властивості елементів зовнішніх огороджувальних конструкцій (включаючи системи утеплення) та внутрішніх конструкцій (стін, перекриттів, внутрішніх дверей), що в свою чергу забезпечує інваріантність проектних рішень, орієнтованих на досягнення ефектів енергоресурсозбереження. При цьому оптимізовані рішення дають однаковий економічний результат, незважаючи на обрані оптимізаційні заходи.

6. Розроблена методика оптимізації геометричних параметрів систем теплопостачання та їх інженерних мереж у цілому дозволяє ще на етапі проектування віднайти такі координати вузлів розгалуження їх ланок, які забезпечуватимуть мінімізацію енергетичних втрат по довжині прокладання відповідних мереж, враховуючи специфіку містобудівних умов та обмежень.

7. Запропонований оптимізаційний алгоритм пошуку ефективних геометричних параметрів багатоярусних пальових підпірних стін дозволяє не лише досягти економії матеріалів та зниження рівня зусиль у конструктивних елементах відповідних інженерних захисних конструкцій, але й значно зменшити трудовитрати інженерів-проектувальників за рахунок значного зменшення кількості тестових задач, необхідних для визначення найкращого із варіантів.

8. Запропонований підхід до управління процесом кластеризації (формуванням організаційних кластерів) дозволяє віднайти такі параметри їх елементів, при яких ці елементи входитимуть до необхідного кластеру із забезпеченням максимального очікуваного ефекту від подальшого функціонування відповідного кластеру.

9. На основі результатів дослідження розроблено ефективні програмні алгоритми

моделювання та оптимізації дискретних каркасів просторових і плоских кривих та поверхонь, а також стрижневих конструкцій, зовнішніх інженерних мереж, багатоярусних підпірних стін, організаційних кластерів у будівництві.

Впровадження отриманих результатів.

Розроблену у дисертаційному дослідженні методику оптимізації геометричних та/або фізичних параметрів огороджувальних конструкцій та внутрішніх конструкцій будівель впроваджено у ряді тренінгових курсів в рамках Проекту «Train-to-NZEB: The Building Knowledge Hubs» програми ЄС «Горизонт 2020» (угода про надання гранту № 649810) (довідка №23/10 від 15.10.2020 р.), що реалізується в Україні Всеукраїнською благодійною організацією «Інститут місцевого розвитку» в партнерстві з КНУБА. Зокрема, результати досліджень використовуються при викладанні навчальних матеріалів в рамках підготовки фахівців за наступними спеціалізаціями: «Проектувальник будівель з близьким до нульового енергоспоживанням», «Фахівець зі зведення будівель з близьким до нульового енергоспоживанням» та «Менеджер проектів будівель з близьким до нульового енергоспоживанням». Також, вище зазначену методику прийнято до впровадження у проектно-будівельній компанії ТОВ «Комплексне проектування та будівництво» (довідка №7-20/10/20 від 20.10.2020 р.).

Розроблену методику оптимізації зовнішніх систем теплопостачання та інших інженерних систем впроваджено у навчальний процес підготовки та державної атестації фахівців, які мають намір провадити діяльність з енергетичної сертифікації будівель та обстеження інженерних систем, на базі КНУБА (довідка №15/11 від 17.11.2020 р.). Окрім того, відповідну методику прийнято до впровадження у архітектурно-проектній компанії ТОВ «Архітектурно-будівельний енергоцентр» (довідка №01-11/20 від 26.11.2020 р.).

Запропоновану методику управління параметрами організаційних кластерів у будівельному виробництві прийнято до впровадження у будівельній компанії ТОВ «Укрбуд Девелопмент» (довідка №53 від 03.12.2020 р.).

Розроблену методику моделювання елементів НДС та оптимізації форми стрижневих безмоментних конструкцій прийнято до впровадження у ТОВ «Науково-консультаційний центр» (довідка №5/12 від 07.12.2020 р.).

Особистий внесок здобувача. Усі положення, що виносяться на захист і складають наукову новизну дисертаційної роботи, отримано особисто здобувачем. У публікаціях, які підготовлені за участю співавторів, результати, що належать здобувачеві, вказано у списку опублікованих праць за темою дисертації.

Апробація результатів дослідження. Основні положення і результати роботи доповідались, обговорювались і здобули позитивну оцінку на наступних конференціях: XX Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання», (Україна, м. Мелітополь, Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 05-08 червня 2018 р.); XI Scientific Conference Composite Structures (Poland, Zielona Góra, University of Zielona Góra, June 29th and 30th of year 2017); II and III International Conferences "Challenges in Geotechnical Engineering" (Ukraine, Kyiv, KNUCA, November 20th –23th of year 2017; Poland, Zielona Góra, University of Zielona Góra, September 10th –13th of year 2019); II Наукова конференція студентів, аспірантів та молодих вчених (Україна, м. Київ, НТУУ (КПІ), травень 2014 р.); III, IV, VI, VII, VIII та IX Міжнародних науково-практичних конференціях «Інтегровані енергоефективні технології в архітектурі та будівництві – «Енергоінтеграція – 2013, 2014, 2016, 2017, 2018 та 2019», (Україна, м. Київ, КНУБА, 15–17 травня 2013 р., 27-29 травня 2014 р., 13-15 квітня 2016 р., 26-28 квітня 2017 р., 25-27 квітня 2018 р., 24-26 квітня 2019 р.); I, II, III, VI та V Міжнародних науково-практична конференція молодих вчених, аспірантів та студентів «Буд-Майстер-Клас

– 2015, 2016, 2017, 2018, 2019 та 2020» (Україна, м. Київ, КНУБА, 26-27 листопада 2015 р., 16-18 листопада 2016 р., 28 листопада – 1 грудня 2017 р., 28-30 листопада 2018 р., 27-29 листопада 2019 р., ., 25-27 листопада 2020 р.); наукові конференції молодих вчених аспірантів і студентів (Україна, м. Київ, КНУБА, листопад 2013 та 2014 років).

Публікації. Основні теоретичні положення, висновки і практичні результати, одержані у процесі дослідження, висвітлено у 57 наукових працях, з яких: 12 – у міжнародних виданнях та виданнях, що належать до наукометричних баз, 22 – у виданнях, що належать до переліку фахових видань, 22 – у матеріалах науково-практичних конференцій, 1 – у додаткових публікаціях.

Структура та обсяг дисертації. Робота складається з анотації українською та англійською мовами, списку праць здобувача, вступу, семи розділів з висновками, загальних висновків по роботі, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 590 сторінок включаючи 96 рисунків, 15 таблиць, список використаних джерел зі 427 найменувань на 43-х сторінках та 10 сторінок додатків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі наведено: обґрунтування актуальності дисертаційного дослідження; короткий огляд сучасного стану проблематики дослідження та її значущість; зв’язок роботи з науковою тематикою; мету, завдання, об’єкт та предмет дослідження; теоретичну основу дослідження; сформульовано наукову новизну, обґрунтованість і достовірність одержаних результатів, а також їх практичне значення та відомості про впровадження результатів дослідження. Окрім того, зазначено особистий внесок здобувача, дані щодо апробації, кількості публікацій. Наведено структуру та обсяг дисертаційного дослідження.

У першому розділі «Аналіз сучасного стану досліджень методів дискретного геометричного моделювання об’єктів та процесів» проаналізовано способи опису досліджуваних об’єктів, явищ та процесів, як фізичного, так і абстрактного характеру, із застосуванням алгебраїчних, параметричних, трансцендентних, функціональних та диференціальних рівнянь і їх системи. Виявлено, що у зв’язку із неперервною (диференціальною, іншою функціональною або польовою) природою більшості з об’єктів дослідження, їх опис доцільно здійснювати, застосовуючи їх дискретні моделі у формі інтерпретаційних сітчастих структур. Резюмовано, що усі інтерпретаційні моделі сітчастих структур можуть бути побудовані інструментами прикладної дискретної геометрії. В той же час, якщо розглядати ці моделі, як аналоги механічних систем, слід звертати увагу на методи аналізу та розрахунку фізичних сітчастих та стрижневих конструкцій.

Відтак, проведений аналіз робіт присвячених розвитку та застосуванню методів дискретного геометричного моделювання різноманітних явищ, процесів та об’єктів. Зокрема, розглянуті основні положення та інструменти варіативного дискретного геометричного моделювання, апарату числових послідовностей, методу суперпозиції дискретних функцій, методу скінченних різниць та СГМ прикладної геометрії. Виділені основні переваги застосування кожного з цих методів по відношенню до задач прикладної дискретної геометрії, а також найбільш перспективні для вирішення широкого спектру нових задач операційні можливості.

Здійснений огляд базових підходів та методів аналізу й розрахунку фізичних сітчастих та стрижневих структур. Зокрема, виділені загальні принципи розрахунку стрижневих безмоментних конструкцій засобами теоретичної механіки, а також основи застосування чисельного методу скінченних елементів при визначенні НДС відповідних конструкцій, як інструменти вирішення задач зворотних до геометричного формоутворення сітчастих структур.

Проаналізовано основні чисельні методи оптимізації параметрів функцій багатьох змінних, а саме: градієнтні методи, метод штрафних функцій та непрямі методи оптимізації (зокрема, методи пошуку умовних екстремумів цільових функцій). Визначені основні переваги застосування відповідних методів по відношенню до різних типів задач, їх слабкі та сильні сторони при практичному використанні.

Виконано умовну класифікацію усіх типів задач, що можуть бути вирішені із застосуванням сітчастих структур, шляхом їх поділу на три основні типи: 1) прямі задачі (що передбачають визначення параметрів стану елементів сітчастих структур за наперед заданою формою), 2) зворотні задачі (які передбачають пошук параметрів форми та положення елементів моделей – їх формоутворення), 3) змішані або комплексні задачі (що передбачають як формоутворення моделей, так і пошук параметрів стану їх елементів). Множина задач останнього типу лежить на перетині множин перших двох типів, що проілюстровано на рисунку 1.

Для вирішення трьох вище зазначених типів задач, необхідно звернутися до усього різноманіття інструментальних засобів прикладної геометрії та чисельного моделювання. З метою спрощення сприйняття, у таблиці 1 наведено перелік методів та їх класів, які доцільно використовувати при вирішенні різних типів задач. За результатами аналізу відповідних методів виявлено необхідність у створенні спільної інструментальної бази для вирішення усіх трьох типів задач засобами геометричного дискретного формоутворення та чисельного моделювання. Обґрунтовано необхідність застосування елементів теорії та методів оптимізації, як в'яжучого компоненту при створенні теоретичних основ інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур.

Визначено доцільність виконання подальших досліджень на основі уявлення про роботу фізичних аналогів сітчастих структур, а саме шарнірних безмоментних стержневих та вантових конструкцій, що працюються в межах пружних деформації, як найбільш наочних та простих з точки зору сприйняття. Такому уявленню задовольняють принципи роботи зрівноважених або динамічних механічних систем, ланки яких працюють лише на стиск або на розтяг, що відповідає математичним основам узагальненої форми СГМ прикладної геометрії.

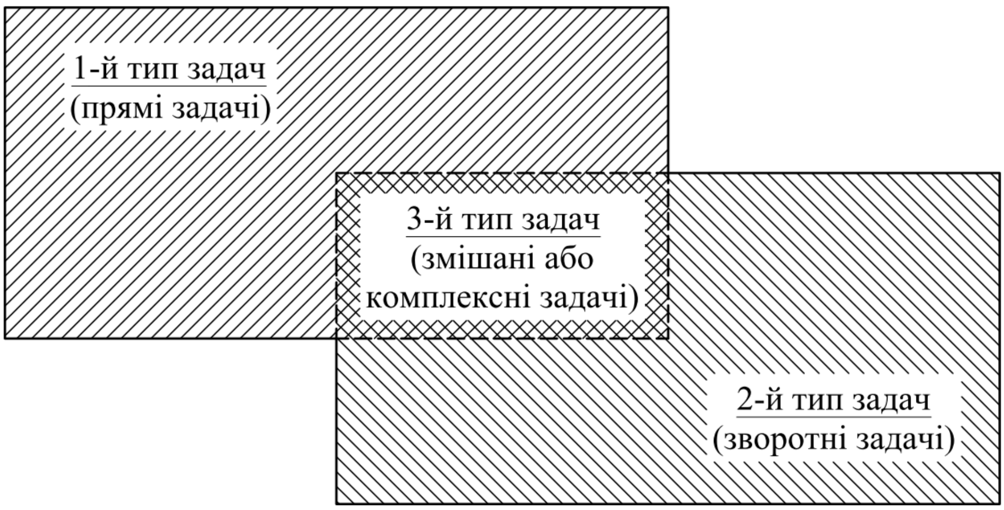


Рис. 1. Множини задач усіх типів, що можуть бути вирішені із застосуванням сітчастих структур (*розроблено автором*)

Таблиця 1

Інструментальні засоби вирішення задач, що передбачають застосування сітчастих структур

Інструменти		Тип задачі		
Клас методів	Метод	1-й тип	2-й тип	3-й тип
Методи геометричного моделювання дискретних об'єктів та процесів	Методи варіативного дискретного геометричного моделювання	–	+	+
	Математичний апарат числових послідовностей	–	+	+
	Метод суперпозиції	–	+	+
	Метод скінченних різниць	–	+	+
	Статико-геометричний метод	–	+	+
Методи аналізу та розрахунку фізичних сітчастих та стрижневих структур	Класичні методи теоретичної механіки	+	–	+
	Метод скінченних елементів	+	–	+
Чисельні методи оптимізації параметрів функцій багатьох змінних	Градієнтні методи	–	+	+
	Метод штрафних функцій	–	–	+
	Непрямі методи оптимізації	–	–	+
Примітка: «+/–» – застосовність/незастосовність методу до типу задачі				

У другому розділі «Геометрична інтерпретаційна модель сітчастої структури, яка перебуває у стані статичної рівноваги під дією зовнішніх впливів» запропоновано розглядати та описувати інтерпретаційні моделі сітчастих структур на основі уявлення про роботу фізичних систем, а саме стрижневих або вантових конструкцій, ланки яких працюють виключно на стиск або розтяг без виникнення поперечних зусиль, згинальних чи крутних моментів, оскільки робота таких систем є досить передбачуваною і наочною з точки зору емпіричного інженерного досвіду вирішення задач теоретичної та будівельної механіки.

Представлено ідеалізовану математичну модель дискретного образу сітчастої структури, яка перебуває у стані статичної рівноваги під дією зовнішніх впливів (рисунок 2.а). Зокрема, приведено математичний опис зрівноваженого стану окремого довільного вузла (який сполучається із m суміжними вузлами; див. рисунок 2.б) тривимірної сітчастої структури з точки зору подальшого геометричного формоутворення її моделі, що відповідає узагальненій формі запису рівнянь рівноваги СГМ прикладної геометрії:

$$\sum_{i=1}^{m}(s_a - s_i)\cdot R_{a,i} \big/ \delta_{a,i} + \Im_{s\,a} = 0 \text{, або:} \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{m}(s_a - s_i)\cdot \aleph_{a,i} + \Im_{s\,a} = 0 \text{, де} \tag{2}$$

$$\aleph_{i,j} = R_{i,j} \big/ \delta_{i,j} \ . \tag{3}$$

Тут s – узагальнене позначення координат; $R_{i,j}$ і $\delta_{i,j}$ – абсолютна величина зусилля, діючого у ланці S_iS_j, що сполучає довільні i-й та j-й вузли просторової сітки, і її довжина; $\aleph_{i,j}$ – показник щільності внутрішніх зусиль у даній ланці, або параметр її стану; $\Im_{s\,a}$ – проекції вектора зовнішніх впливів $\overline{\Im}$ на досліджуваний a-й вузол; в загальному випадку вектор $\overline{\Im}$ може представляти собою суперпозицію впливів польової природи.

Системи (1) та (2) можуть бути представлені у формі обчислювальних шаблонів (різницевих операторів), зображених на рисунках 3.а та 3.б відповідно. Проте у випадку (1) (рис. 3.а) чарунки шаблонів із зазначеними коефіцієнтами слід «накладати» не на вузли, а на в'язі із відповідними при їх кінцях індексами. Таким чином, одержано нову форму шаблону, виконання рівності якого забезпечується підстановкою абсолютних величин внутрішніх зусиль у відповідних ланках.

Також одержано математичні закономірності, що описують зрівноважений стан окремих ланок моделі з метою виокремлення додаткових рівнянь, які дозволяють вирішувати змішані задачі формоутворення й моделювання величин внутрішніх зусиль у ланках, якщо розглядати сітчасту структуру, як фізичну модель – механічну стрижневу безмоментну систему. Зокрема для деякої ланки S_aS_b (нехай вузли S_a та S_b вільні й сполучаються відповідно із m суміжними вузлами S'_i, де $i=1,2,\ldots,m$, та n суміжними вузлами S''_j, де $j=1,2,\ldots,n$; при чому $S_a \equiv S''_n$ та $S_b \equiv S'_m$, див. рисунок 4.а), при умові що на її вузли діють зовнішні впливи $\overline{\Im}_a$ та $\overline{\Im}_b$ відповідно, рівняння рівноваги, одержані за принципом «вирізання вузлів» класичної механіки, матимуть наступну форму:

$$\sum_{i=1}^{m-1}(s_a - s_i)\cdot R_{a,i}/\delta_{a,i} + \sum_{j=1}^{n-1}(s_b - s_j)\cdot R_{b,j}/\delta_{b,j} + \Im_{s\,a} + \Im_{s\,b} = 0 \text{, або} \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1}(s_a - s_i)\cdot \aleph_{a,i} + \sum_{j=1}^{n-1}(s_b - s_j)\cdot \aleph_{b,j} + \Im_{s\,a} + \Im_{s\,b} = 0\,. \qquad (5)$$

Обчислювальні шаблони для систем (4) та (5) показані на рисунках 5.а та 5.б.

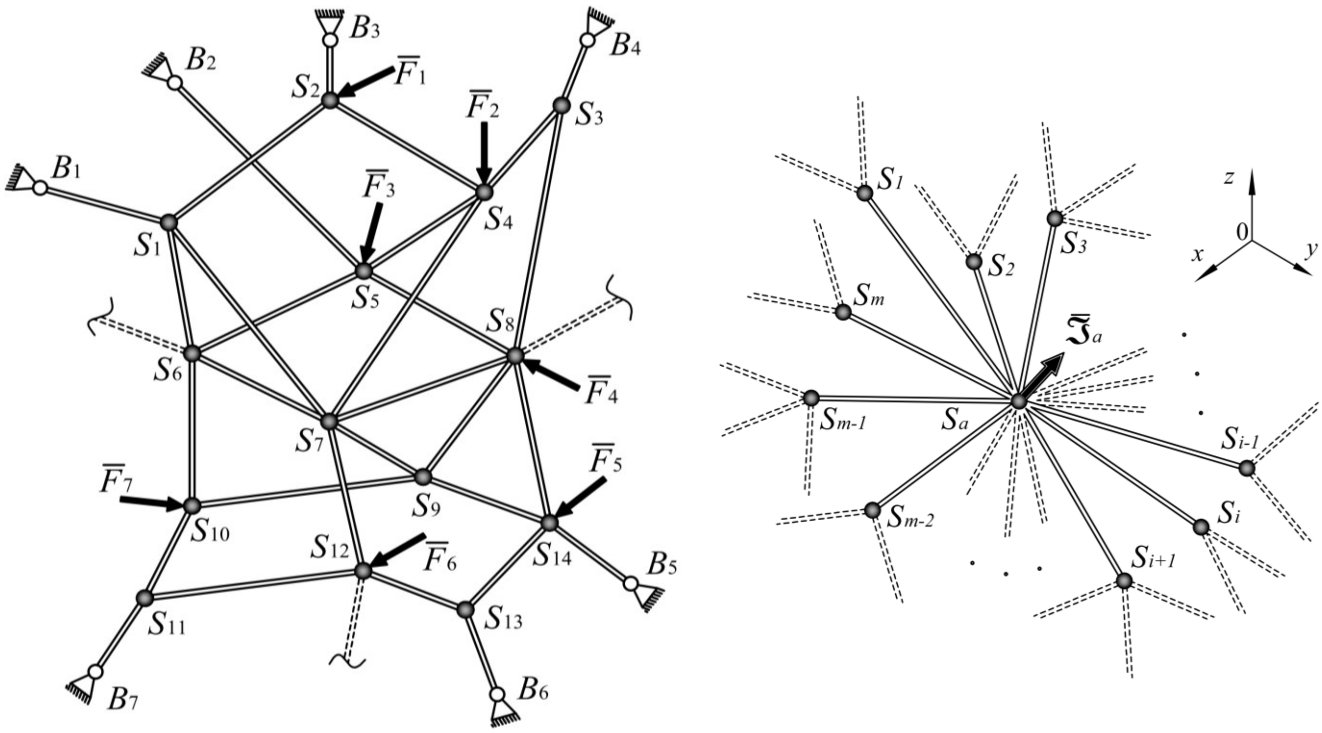
Натомість, для деякої ланки S_aS_{fix} (див. рисунок 4.б), яка сполучає деякий вільний вузол системи S_a із опорним вузлом S_{fix} (індексом *fix* позначено опорні вузли; *fixed nod* з англ. – *фіксований вузол*) рівняння рівноваги матимуть форму:

$$\sum_{i=1}^{m-1}(s_a - s_i)\cdot \aleph_{a,i} + R_{s\,fix} + \Im_{s\,a} = 0 \text{, або} \qquad (6)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m-1}\aleph_{a,i}\right)\cdot s_a - \sum_{i=1}^{m-1}(\aleph_{a,i}\cdot s_i) + R_{s\,fix} + \Im_{s\,a} = 0\,. \qquad (7)$$

Тут вектор $\overline{R}_{fix}$ – реакційне зусилля, яким замінюється відсічений в околі опорного вузла S_{fix} фрагмент нерухомого середовища (або у фізичному сенсі матеріальної субстанції) для урівноваження досліджуваної ланки. Обчислювальні шаблони для систем (6) та (7) показані на рисунках 6.а та 6.б.

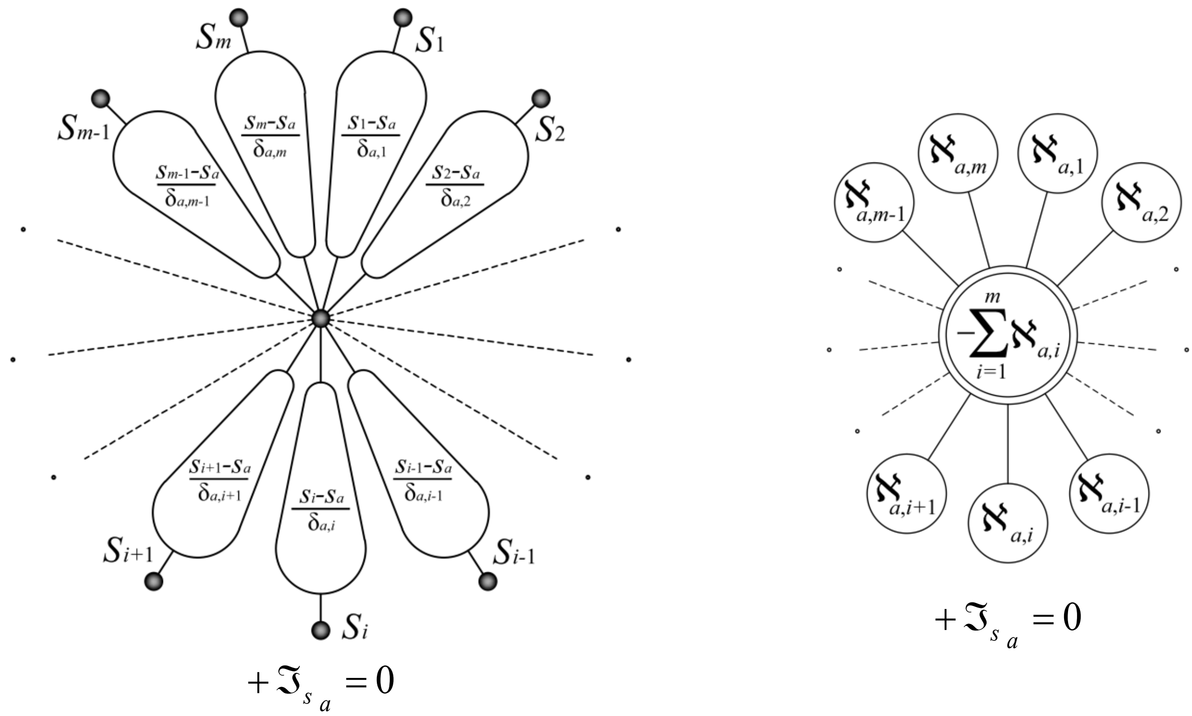
При наявності в системі ланко або векторів зовнішніх впливів, паралельних координатним осям, не усі рівняння відповідних систем даватимуть можливість коректно визначати величини внутрішніх зусиль взаємодії між вузлами. Для усунення даного недоліку доцільно просумувати всі три тотожності системи (4) і (6) або (5) і (7), записаних у розгорнутій формі, й одержані рівняння скласти для кожної ланки сітчастої структури. Відповідні рівняння, наприклад, для систем (5) і (7) матимуть наступний вигляд:



а) б)

Умовні позначення тут і надалі: – вільні вузли; – зафіксоані (опорні) вузли; – ланки (в'язі); – зосереджені зовнішні сили (впливи).

Рис. 2. Ідеалізована математична модель дискретного образу сітчастої структури: а) фрагмент довільної просторової сітки; б) вузол S, що перебуває у зрівноваженому стані під дією зовнішнього зусилля $\overline{P}$. (*розроблено автором*)



а) б)

Рис. 3. Обчислювальні шаблони еквівалентні наступним системам рівнянь: а) системі (1); б) системі (2). (*розроблено автором*)

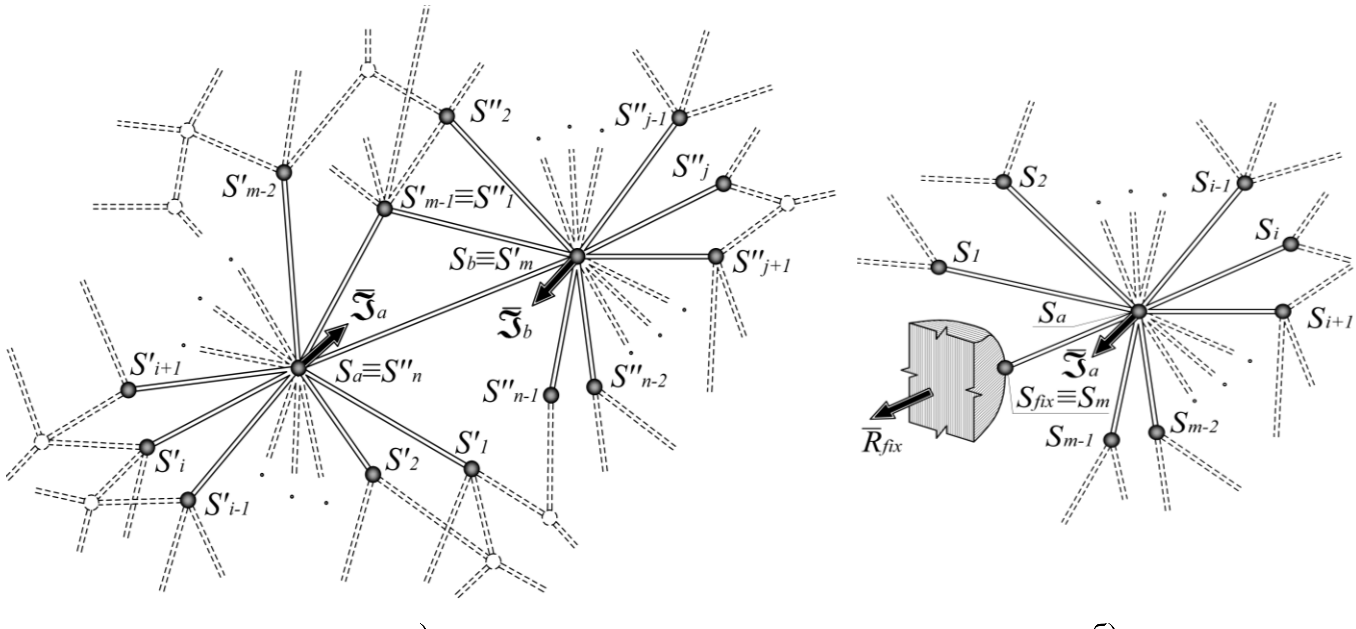


Рис. 4. Стан статичної рівноваги ланок просторової сітчастої структури:
а) ланка S_aS_b, що з’єднує два вільних вузла S_a і S_b;
а) ланка S_aS_{fix}, що з’єднує один вільний S_a і один опорний S_{fix} вузли.
(*розроблено автором*)

$$\sum_{i=1}^{m-1}[(x_a-x_i)+(y_a-y_i)+(z_a-z_i)]\cdot\aleph_{a,i}+$$
$$+\sum_{j=1}^{n-1}[(x_b-x_j)+(y_b-y_j)+(z_b-z_j)]\cdot\aleph_{a,i}+\sum_{s=x,y,x}(\Im_{s\,a}+\Im_{s\,b})=0, \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1}[(x_a-x_i)+(y_a-y_i)+(z_a-z_i)]\cdot\aleph_{a,i}+\sum_{s=x,y,x}(R_{s\,fix}+\Im_{s\,a})=0. \qquad (9)$$

Розв’язуючи системи типу (4) і (6), (5) і (7) або (8) і (9) відносно внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ або параметрів стану $\aleph_{i,j}$ моделі після її формоутворення (шляхом вирішення системи рівнянь типу (1) або (2)), вирішується пряма задача теоретичної механіки. Це продемонструє універсальність застосування принципу вирізання фрагментів сітчастих структур класичної механіки по відношенню до комплексних задач формоутворення та визначення параметрів стану моделей у прикладній геометрії.

Однак, такий підхід має певні обмеження у застосуванні, пов’язані з топологічними особливостями моделей досліджуваних сітчастих структур. Зокрема, для застосування відповідного підходу необхідно, щоб кількість ланок моделі не перевищувала кількість її вузлів.

Одержано фундаментальні математичні закономірності між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та векторних полів, що їх врівноважують. Сформовано повну систему рівнянь стану вузлів моделі, які встановлюють диференціальний зв'язок між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та потенціалом векторних полів, що її врівноважують у вільних вузлах, а також щільністю потоку відповідних векторних полів. Відповідна система рівнянь для тривимірного випадку має наступну форму:

а)

б)

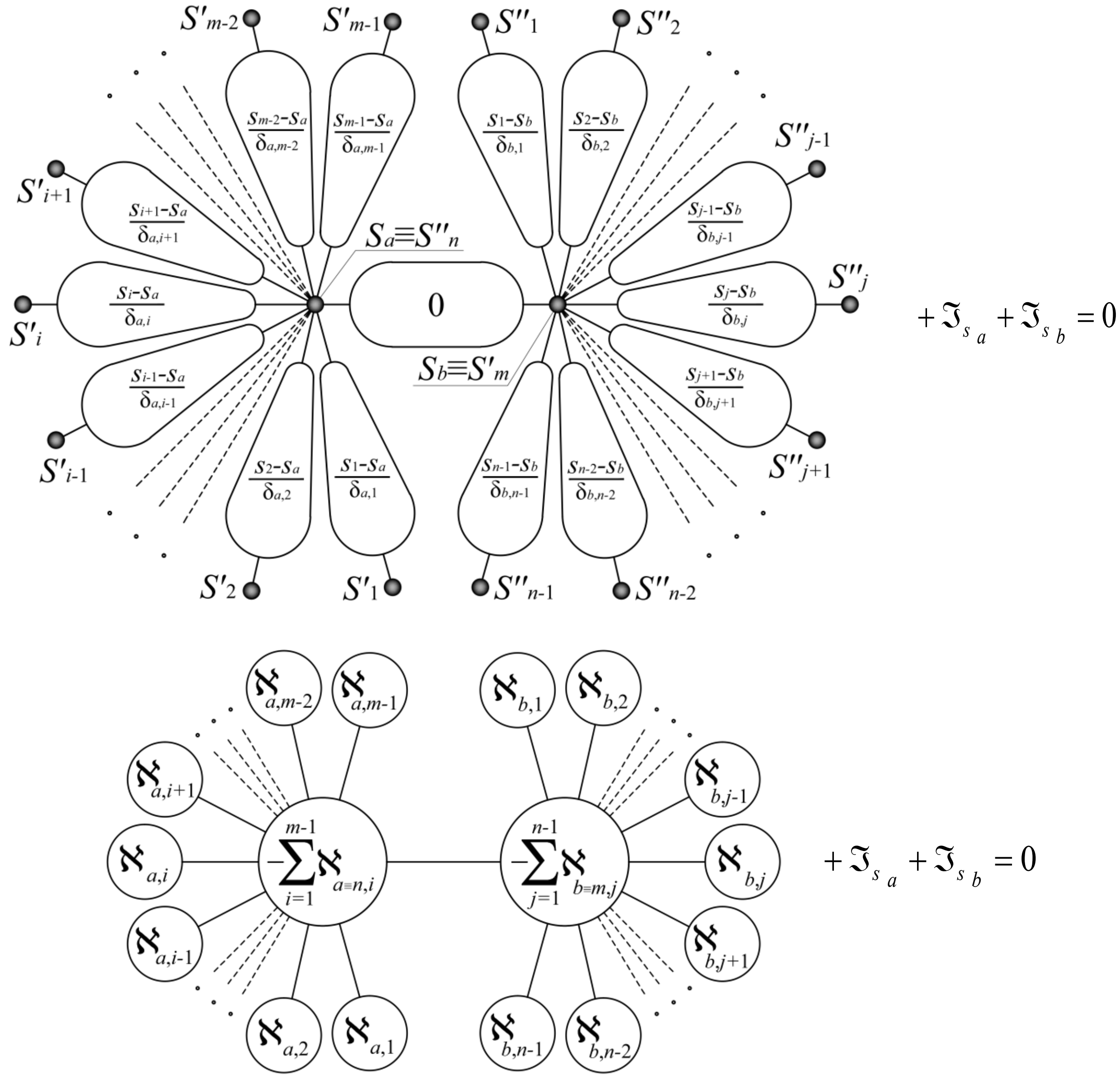


Рис. 5. Обчислювальні шаблони еквівалентні наступним системам рівнянь:
а) системі (4); б) системі (5). (*розроблено автором*)

$$
\begin{cases}
\sum\limits_{j=1}^{n}(x_j - x_i)\cdot\aleph_{i,j} + \Im_{x\,i} = 0,\\
\sum\limits_{j=1}^{n}(y_j - y_i)\cdot\aleph_{i,j} + \Im_{y\,i} = 0,\\
\sum\limits_{j=1}^{n}(z_j - z_i)\cdot\aleph_{i,j} + \Im_{z\,i} = 0,\\
\sum\limits_{j=1}^{n}\delta_{i,j}^2\cdot\aleph_{i,j} - \varphi_i(x_i, y_i, z_i) + G_i = 0,\\
\sum\limits_{j=1}^{n}\aleph_{i,j} - (k/2)\cdot\rho_i(x_i, y_i, z_i) = 0.
\end{cases}
\qquad (10)
$$

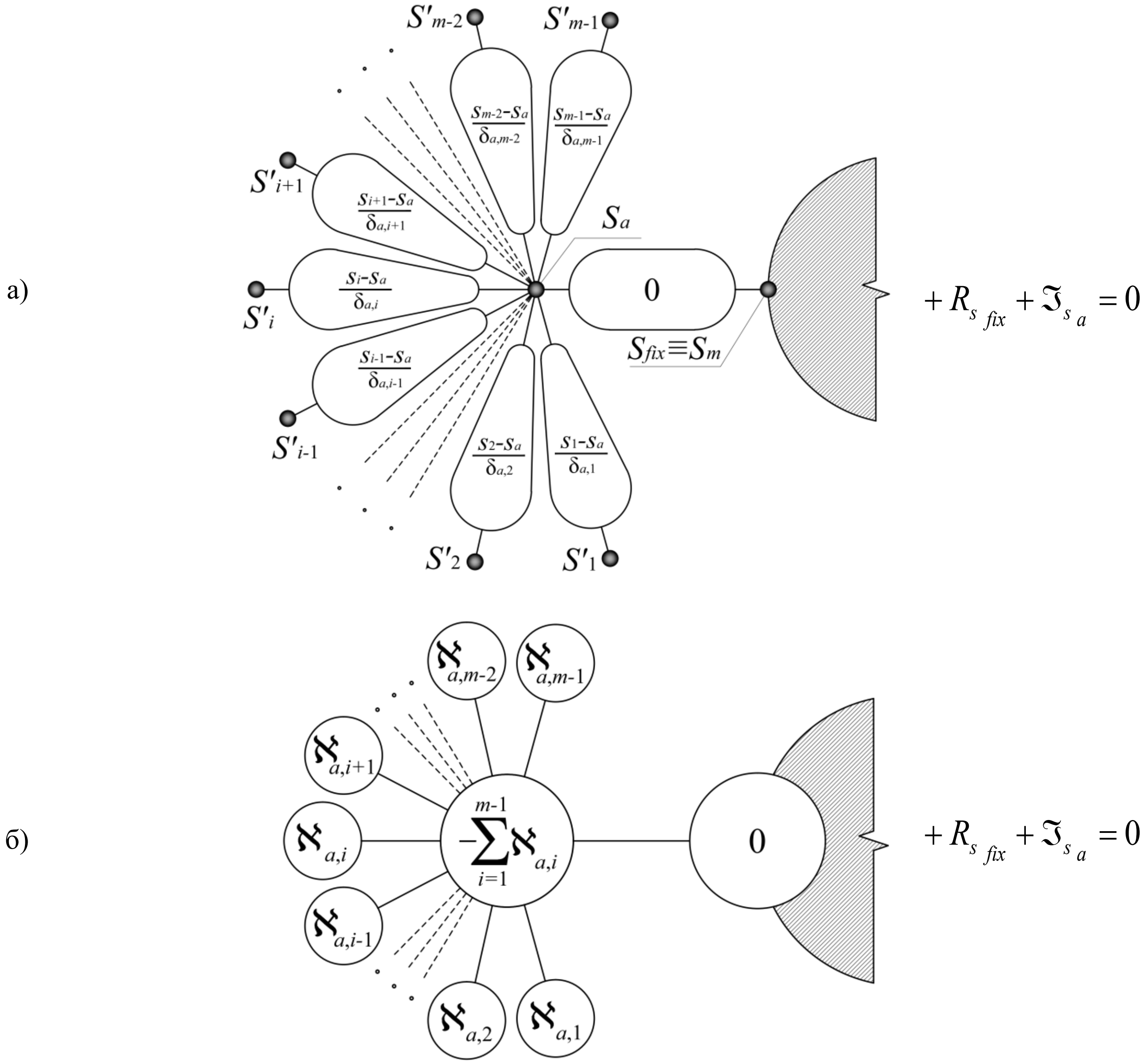


Рис. 6. Обчислювальні шаблони еквівалентні наступним системам рівнянь: а) системі (6); б) системі (7). (*розроблено автором*)

Тут $\rho_i(x_i, y_i, z_i)$ – функція розподілу щільності джерел поля $\overline{\Im}_i$; k – деяка константа, що відображає емпіричні властивості середовища, в якому розміщується сітчаста структура, у випадку, коли вона інтерпретує фізичний або абстрактний процес чи об’єкт; константа G_i є наслідком операції інтегрування, в процесі якого визначається четверте рівняння системи; $\varphi_i(x_i, y_i, z_i)$ – функція потенціалу поля $\overline{\Im}_i$, що знаходиться у градієнтному зв’язку з його векторними компонентами:

$$\begin{cases} \Im_{x\,i} = \partial\varphi_i / \partial x_i\,, \\ \Im_{y_i} = \partial\varphi_i / \partial y_i\,, \\ \Im_{z\,i} = \partial\varphi_i / \partial z_i\,. \end{cases} \tag{11}$$

На основі четвертого рівняння системи (10) побудовано параметричні рівняння стану ланок сітчастих структур, що дозволяють вивільнити додаткові параметри варіювання, такі як внутрішні зусилля або значення щільностей внутрішніх сил (параметри стану ланок), з метою подальшої оптимізації моделей у відповідності до поставлених завдань та цільових функцій, що мають виконувати ці моделі. У найбільш універсальній для застосування формі відповідні параметричні рівняння стану для ланок різного типу матимуть наступний вид:

1) для ланки S_aS_b, що сполучає два вільні вузли S_a та S_b:

$$\sum_{i=1}^{m-1}\delta_{a,i}^2\cdot\aleph_{a,i}+\chi\cdot\delta_{a,b}^2\cdot\aleph_{a,b}+\sum_{j=1}^{n-1}\delta_{b,j}^2\cdot\aleph_{b,j}-(\varphi_a+\varphi_b)+B_{a,b}=0\,; \qquad (12)$$

2) для ланки S_aS_{fix}, що з'єднує один вільний S_a та один опорний S_{fix} вузли:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{m-1}\delta_{a,i}^2\cdot\aleph_{a,i}+\chi\cdot\delta_{a,fix}^2\cdot\aleph_{a,fix}-\varphi_a+\\+(R_{x\;fix}\cdot x_{fix}+R_{y\;fix}\cdot y_{fix}+R_{z\;fix}\cdot z_{fix})+B_{a,fix}=0\,.\end{gathered} \qquad (13)$$

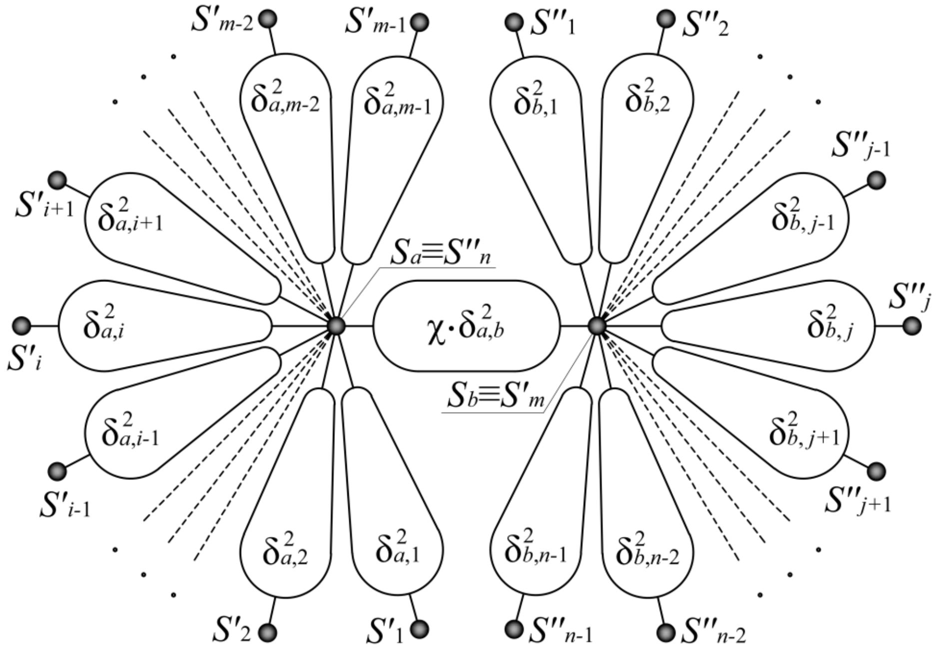
Тут: x_{fix}, y_{fix} і z_{fix} – координати опорного вузла; $\delta_{i,j}$ та $R_{x\,fix}$, $R_{y\,fix}$ і $R_{z\,fix}$ – довжина ланки між i-м й j-м вузлами та базисні складові вектора опорної реакції R_{fix}; φ_i – функція скалярного потенціалу векторного поля впливу в i-му вузлі; m та n – кількість вузлів суміжних із a-м та b-м вузлами відповідно; $B_{i,j}$ – константа, що є сумарним результатом операцій інтегрування та заміні окремих елементів параметричних рівнянь; χ – деяка невід'ємна константа. Одержані параметричні рівняння типу (12) та (13) використовуються для оптимізації та управління формою моделей сітчастих структур при вирішенні прикладних завдань та проблем, що порушуються у наступних розділах. Обчислювальні шаблони що ілюструють рівняння (12) та (13) показані на рисунках 7.а та 7.б.

Здійснено узагальнення математичних закономірностей між параметрами сітчастих та польових структур для евклідових просторів довільних розмірностей. Зокрема, виконано адаптацію параметричних рівнянь стану окремих вільних вузлів та стрижнів інтерпретаційних моделей сітчастих структур.

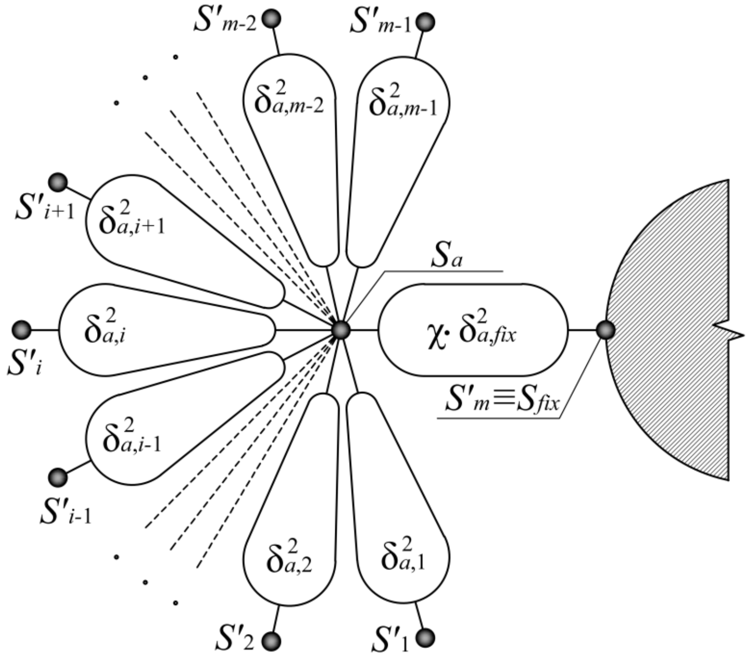
У третьому розділі «Геометричне моделювання дискретних образів об'єктів заданих функціями у неявній формі» запропоновано інструментарій формоутворення та корегування параметрів стану інтерпретаційних геометричних моделей сітчастих структур у відповідності до їх призначення та очікуваних властивостей.

На основі математичних закономірностей між геометричними і фізичними параметрами ланок і вузлів сітчастих інтерпретаційних моделей та параметрами полів, що врівноважують ці моделі, було розроблено алгоритм управління параметрами в'язей сітчастих структур на основі корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів. Даний алгоритм дозволяє змінювати форму моделей, інтерпретованих сітчастими структурами, шляхом комплексного перерозподілу параметрів стану ланок цих моделей у процесі розв'язання їх параметричних рівнянь стану. При цьому немає необхідності змінювати величини зовнішніх формоутворюючих навантажень і корегувати функції векторних полів впливу зовнішнього середовища. Послідовність операцій, необхідних для досягнення необхідного стану сітчастої структури, включає наступні кроки:

1. Складання системи рівнянь рівноваги вузлів сітчастої структури типу (2).
2. Виконання розрахунку поточних вузлових величин сітчастої структури за наближено заданими початковими умовами (до яких відносяться початкові значення зовнішніх навантажень та параметри стану ланок) та вихідними умовами.
3. Складання параметричних рівнянь ланок моделі типу (12) і (13).
4. Визначення поточних величин потенціалів полів зовнішніх впливів.

а) 

$$-(\varphi_a+\varphi_b)+$$
$$+B_{a,b}=0$$

б) 

$$+R_{x\ fix}\cdot x_{fix}+R_{y\ fix}\cdot y_{fix}+$$
$$+R_{z\ fix}\cdot z_{fix}-\varphi_a+$$
$$+B_{a,fix}=0$$

Рис. 7. Обчислювальні шаблони еквівалентні параметричним рівнянням стану ланок моделей сітчастих структур: а) системі (6); б) системі (7). (*розроблено автором*)

5. Визначення констант інтегрування $B_{i,j}$ з параметричних рівнянь ланок при поточних значеннях вузлових параметрів моделі (координат вузлів та скалярних потенціалів).

6. Розв’язання системи параметричних рівнянь типу (12) і (13) відносно параметрів стану з попередньою заміною значень поточного потенціалу φ на показники потенціалу, що відповідають бажаним $\varphi^{/}$, та з урахуванням раніше розрахованих величин констант інтегрування.

7. Підстановка одержаних параметрів стану до системи рівноваги вузлів сітчастої структури з подальшим розв’язанням цієї системи відносно координат вільних вузлів сітчастої структури.

8. Повторення операцій 3 – 7 доти, доки не буде досягнуто встановленого рівня

абсолютних або відносних похибок числення.

Запропонований алгоритм у можна записати у формі системи матричних рівнянь, які представляють собою розв’язок системи рівнянь рівноваги вільних вузлів типу (2) та системи параметричних рівнянь стану ланок типу (12) і (13):

$$\begin{cases} \left[s^{p}\right]=\left[\aleph^{p-1}\right]^{-1}\cdot\left(-\left[g^{p-1}\right]-\left[\Im^{p}\right]\right), \\ \left\{\aleph^{p}\right\}=\left[\left(\delta^{p}\right)^{2}\right]^{-1}\cdot\left(\left\{\varphi^{/p}\right\}-\left\{\varphi^{p}\right\}+\left[\left(\delta^{p}\right)^{2}\right]\cdot\left\{\aleph^{p-1}\right\}\right). \end{cases} \tag{14}$$

Тут: p – індекс, що відповідає поточному кроку ітераційного числення; k – кількість вільних вузлів моделі; h – кількість ланок моделі.

$[s]$ – матриця координат (розмірністю $k\times 3$ для просторового випадку), що має таку форму:

$$[s]=[X \quad Y \quad Z], \tag{15}$$

де $\{X\}$, $\{Y\}$ та $\{Z\}$ – вектор-стовпці координат вузлів, що мають вид:

$$\{X\}^{T}=\left[x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_k\right], \tag{16}$$

$$\{Y\}^{T}=\left[y_1 \quad y_2 \quad \ldots \quad y_k\right], \tag{17}$$

$$\{Z\}^{T}=\left[z_1 \quad z_2 \quad \ldots \quad z_k\right]; \tag{18}$$

$[g]$ – матриця крайових умов (розмірністю $k\times 3$), елементи якої представляють собою суми добутків координат базових вузлів та відповідних (за топологічною схемою) параметрів стану ланок моделі, що має наступну форму:

$$[g]=[g_x \quad g_y \quad g_z], \tag{19}$$

де $\{g_x\}$, $\{g_y\}$ та $\{g_z\}$ – вектор-стовпці крайових умов, що мають вид:

$$\left\{g_x\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}x_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}x_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}x_i\cdot\aleph_{k,i}\right], \tag{20}$$

$$\left\{g_y\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}y_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}y_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}y_i\cdot\aleph_{k,i}\right], \tag{21}$$

$$\left\{g_z\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}z_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}z_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}z_i\cdot\aleph_{k,i}\right]; \tag{22}$$

$[\Im]$ – матриця зовнішніх впливів (розмірністю $k\times 3$), що діють на вузли моделі, яка має таку форму:

$$[g]=[g_x \quad g_y \quad g_z], \tag{23}$$

де $\{\Im_x\}$, $\{\Im_y\}$ та $\{\Im_z\}$ – вектор-стовпці компонентів зовнішніх впливів, що мають вид:

$$\left\{g_x\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}x_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}x_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}x_i\cdot\aleph_{k,i}\right], \tag{24}$$

$$\left\{g_y\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}y_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}y_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}y_i\cdot\aleph_{k,i}\right], \tag{25}$$

$$\left\{g_z\right\}^{T}=\left[\sum_{i=1}^{L}z_i\cdot\aleph_{1,i} \quad \sum_{i=1}^{M}z_i\cdot\aleph_{2,i} \quad \ldots \quad \sum_{i=1}^{N}z_i\cdot\aleph_{k,i}\right]; \tag{26}$$

$[\aleph]$ – матриця параметрів стану – параметрів щільності внутрішніх сил – сітчастої структури (розмірністю $k \times k$), діагональні елементи якої містять від'ємні суми параметрів стану ланок, інцедентних тим вузлам моделі, для яких складені відповідні рівняння (релевантно до топології), а інші елементи – вміщують або параметри стану ланок, які з'єднують відповідні індексам вузли із вузлами, що відповідають діагональним елементам у даній строчці, або нулі (операцію «або» позначатимемо символом «$\vee$»); така матриця має наступну форму:

$$[\aleph] = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{P} \aleph_{1,i} & \aleph_{1,2} \vee 0 & \cdots & \aleph_{1,k} \vee 0 \\ \aleph_{2,1} \vee 0 & -\sum_{i=1}^{Q} \aleph_{2,i} & \cdots & \aleph_{2,k} \vee 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \aleph_{k,1} \vee 0 & \aleph_{k,2} \vee 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{R} \aleph_{k,i} \end{bmatrix}; \quad (27)$$

$\{\aleph\}$ – вектор-стовпець параметрів стану сітчастої структури, що має вигляд:

$$\{\aleph\}^T = \begin{bmatrix} \aleph_{a,b_1} & \aleph_{a,b_2} & \ldots & \aleph_{a,b_h} \end{bmatrix}; \quad (28)$$

$\{\varphi\}$ – вектор-стовпець вузлових показників скалярного потенціалу, що має вигляд:

$$\{\varphi\}^T = \begin{bmatrix} \varphi_{a_1} + \varphi_{b_1} & \varphi_{a_2} + \varphi_{b_2} & \ldots & \varphi_{a_h} + \varphi_{b_h} \end{bmatrix}; \quad (29)$$

$\{B\}$ – вектор-стовпець операційних констант, який має наступний вид:

$$\{B\}^T = \begin{bmatrix} B_{a,b_1} & B_{a,b_2} & \ldots & B_{a,b_h} \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$[\delta^2]$ – матриця геометричних параметрів сітчастої структури (розмірністю $h \times h$), діагональні елементи якої містять добутки констант χ та квадратів довжин в'язей, для яких складене рівняння, що відповідає конкретній строчці матриці, а інші елементи – вміщують або квадрати довжин ланок, що відповідають за індексами даним чарункам цієї матриці, або нулі; така матриця має наступну форму:

$$\left[\delta^2\right] = \begin{bmatrix} \chi \cdot \delta^2_{a,b_{1,1}} & \delta^2_{a,b_{1,2}} \vee 0 & \cdots & \delta^2_{a,b_{1,h}} \vee 0 \\ \delta^2_{a,b_{2,1}} \vee 0 & \chi \cdot \delta^2_{a,b_{2,2}} & \cdots & \delta^2_{a,b_{2,h}} \vee 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta^2_{a,b_{h,1}} \vee 0 & \delta^2_{a,b_{h,2}} \vee 0 & \cdots & \chi \cdot \delta^2_{a,b_{h,h}} \end{bmatrix}; \quad (31)$$

$\{\varphi^{/}\}$ – вектор-стовпець очікуваних вузлових показників скалярного потенціалу що має форму аналогічну до (29) але містить наперед встановлені значення потенціалу.

Розроблено алгоритм корегування сітчастих структур з наданням їм наперед визначених форм, що відповідають графікам досліджуваних неявних функцій, або форм, наділених заздалегідь заданими/встановленими диференціальними властивостями. Пропонується задавати диференціальні параметри сітчастих структур у формі їх дискретних аналогів у кожному з вузлів формоутвореної дискретно представленої моделі. При цьому алгоритм передбачає застосовування параметричних рівнянь стану вільних вузлів моделі, модернізованих до форми функцій Лагранжа із додатковими невідомими коефіцієнтами. Саме за рахунок такої модернізації з'являється можливість введення додаткових умов та властивостей, що накладаються й надаються дискретно представленим моделям.

Параметричні рівняння вузлів у формі функції Лагранжа $\Re_i$ мають вид:

$$\Re_i = \sum_{j=1}^{n} \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}^2 \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varphi_{i,h} + G_i^{/}, \qquad (32)$$

де $G^{/}_i$ – деяка невизначена константа, що враховуватиме введення додаткових функцій. Очевидно, на відміну від 4-го рівняння системи (10), в функції Лагранжа (32) міститься не одна, а t_i цільових функцій для кожного вільного вузла моделі. Пошук екстремумів функції (32) і представляють собою формоутворення моделі за вище згаданим алгоритмом, та в математичній формі може бути записаний так:

$$\varphi_{i,h} = \varsigma_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, (i = \overline{1,w}; h = \overline{1,t_i}), \qquad (33)$$

$$\sum_{j=1}^{n} (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \wp_{si} = 0, (i = \overline{1,w}; s_i = x_i, y_i, z_i), \text{ де:} \qquad (34)$$

$$\wp_{si} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \Im_{si,h} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial\varphi_{i,h} / \partial s_i, (i = \overline{1,w}; s_i = x_i, y_i, z_i). \qquad (35)$$

Тут w – кількість вузлів моделі, на які накладаються умови моделювання.

З фізичної точки зору рівняння (33) – (35) описують стан статичної рівноваги сітчастої структури під дією градієнтного поля штучних умовних сил $\overline{\Im}_{i,h}$, спричинених накладеними функціональними умовами $\varphi_{i,h}$, величина впливу яких на кожен i-й вузол визначається коефіцієнтами $\lambda_{i,h}$. Розв'язуючи систему із $(3 \cdot w + \Sigma t_i)$ таких рівнянь відносно невідомих координат x_i, y_i, z_i та коефіцієнтів $\lambda_{i,h}$, одержимо шукану форму моделі.

Якщо, наприклад, необхідно, щоб фрагмент сітки покриття (див. рисунок 8) представляв собою дискретну поверхню максимально наближену до мінімальної, то середня кривизна H_i у кожній точці цієї поверхні має дорівнювати нулю. В такому випадку єдину функціональну умову φ_i (другий індекс h непотрібний, бо умова лише одна) типу (33), для кожного i-го вузла можна записати так:

$$\varphi_i = H_i = L_i \cdot G_i - 2 \cdot F_i \cdot M_i + E_i \cdot N_i = 0, (i = \overline{1,w}), \qquad (36)$$

де E, F і G, а також L, M і N – це відповідно компоненти першої та другої квадратичної форми поверхні, які можуть бути наближено визначені для дискретно представленої поверхні у вигляді скінченно-різницевих співвідношень.

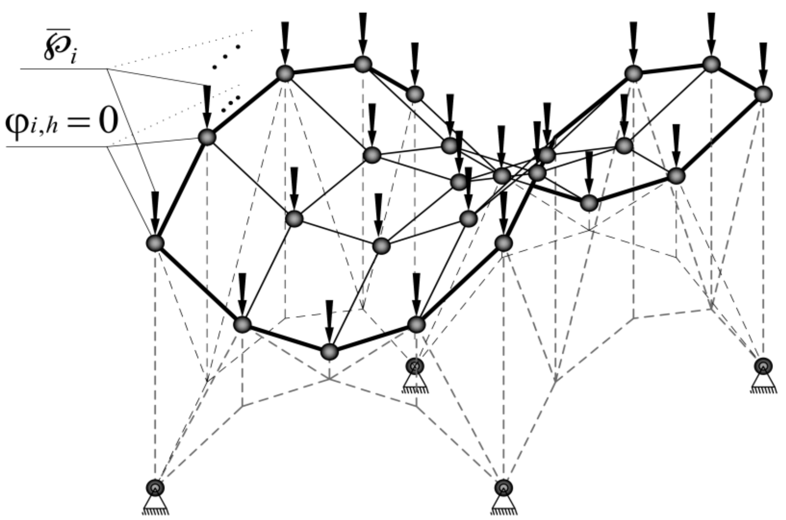


Рис. 8. Формоутворення сітчастої структури, визначена множина вільних вузлів якої має задовільняти додатковим умовам у вигляді функцій $\varphi_{i,h}$. (*розроблено автором*)

Продемонстровано базові принцип і приклади побудови дискретно представлених кривих на площині, які є аналогами графіків функцій, заданих у неявній формі. Запропоновано конструктивні підходи і відповідні моделі для побудови дискретних образів як незамкнених так і замкнених плоских кривих ліній.

Зокрема, якщо функція задана у неявній формі:

$$\varsigma(x, y) = 0, \tag{37}$$

то пошук її дискретного образу може здійснюватися як із використанням скінченно-різницевих співвідношень, так і параметричних рівнянь стану ланок.

Побудова дискретних образів кривих на основі скінченно-різницевих співвідношень базується на складанні та вирішенні наступних гібридних рівнянь для визначеної множини точок сітчастої структури, що інтерпретує досліджувані криві.

1. Якщо дискретизація здійснюється зі сталим кроком h_x по осі абсцис (рисунок 9.а), рівняння положення вузлів мають наступну форму:

$$\begin{gathered} y_{i-1} - 2 \cdot y_i + y_{i+1} = h^2 \cdot \Big(2 \cdot \varsigma_x^{/}(x,y) \cdot \varsigma_y^{/}(x,y) \cdot \varsigma_{xy}^{//}(x,y) - \\ - \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{xx}^{//}(x,y) - \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{yy}^{//}(x,y)\Big) \Big/ \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^3. \end{gathered} \tag{38}$$

2. Якщо дискретизація здійснюється з довільним кроком дискретизації по осі абсцис (рисунок 9.а), рівняння положення вузлів мають наступну форму:

$$\begin{gathered} b \cdot y_{i-1} + a \cdot y_i + c \cdot y_{i+1} = \Big(2 \cdot \varsigma_x^{/}(x,y) \cdot \varsigma_y^{/}(x,y) \cdot \varsigma_{xy}^{//}(x,y) - \\ - \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{xx}^{//}(x,y) - \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{yy}^{//}(x,y)\Big) \Big/ \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^3. \end{gathered} \tag{39}$$

3. Якщо дискретизація здійснюється зі сталим кроком h_y по осі ординат (рисунок 9.б), рівняння положення вузлів мають наступну форму:

$$\begin{gathered} x_{i-1} - 2 \cdot x_i + x_{i+1} = h_y^2 \cdot \Big(2 \cdot \varsigma_y^{/}(x,y) \cdot \varsigma_x^{/}(x,y) \cdot \varsigma_{xy}^{//}(x,y) - \\ - \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{yy}^{//}(x,y) - \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{xx}^{//}(x,y)\Big) \Big/ \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^3. \end{gathered} \tag{40}$$

4. Якщо дискретизація здійснюється з довільним кроком дискретизації по осі ординат (рисунок 9.б), рівняння положення вузлів мають наступну форму:

$$\begin{gathered} e \cdot x_{i-1} + d \cdot x_i + g \cdot x_{i+1} = \Big(2 \cdot \varsigma_y^{/}(x,y) \cdot \varsigma_x^{/}(x,y) \cdot \varsigma_{xy}^{//}(x,y) - \\ - \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{yy}^{//}(x,y) - \left(\varsigma_y^{/}(x,y)\right)^2 \cdot \varsigma_{xx}^{//}(x,y)\Big) \Big/ \left(\varsigma_x^{/}(x,y)\right)^3. \end{gathered} \tag{41}$$

У формулах (38) – (40) верхніми штрихами позначені похідні від неявної функції (37) за координатами, а компоненти *a*, *b*, *c*, *d*, *e* та *g* становлять:

$$b = 2 \Big/ \left[\mathit{\Delta} x_{i-1,i} \cdot \left(\mathit{\Delta} x_{i-1,i} + \mathit{\Delta} x_{i,i+1}\right)\right], \tag{42}$$

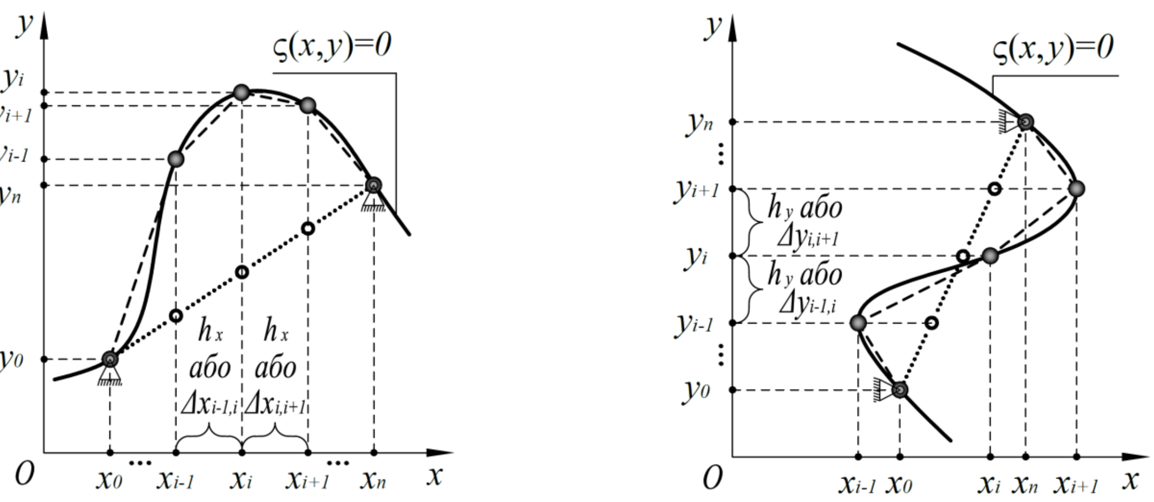
$$a = -2 \Big/ \left(\mathit{\Delta} x_{i-1,i} \cdot \mathit{\Delta} x_{i,i+1}\right), \tag{43}$$

$$c = 2 \Big/ \left[\mathit{\Delta} x_{i,i+1} \cdot \left(\mathit{\Delta} x_{i-1,i} + \mathit{\Delta} x_{i,i+1}\right)\right], \tag{44}$$

$$e = 2 \Big/ \left[\mathit{\Delta} y_{i-1,i} \cdot \left(\mathit{\Delta} y_{i-1,i} + \mathit{\Delta} y_{i,i+1}\right)\right], \tag{45}$$

$$d = -2 \Big/ \left(\mathit{\Delta} y_{i-1,i} \cdot \mathit{\Delta} y_{i,i+1}\right), \tag{46}$$

$$g = 2 \Big/ \left[\mathit{\Delta} y_{i,i+1} \cdot \left(\mathit{\Delta} y_{i-1,i} + \mathit{\Delta} y_{i,i+1}\right)\right]. \tag{47}$$

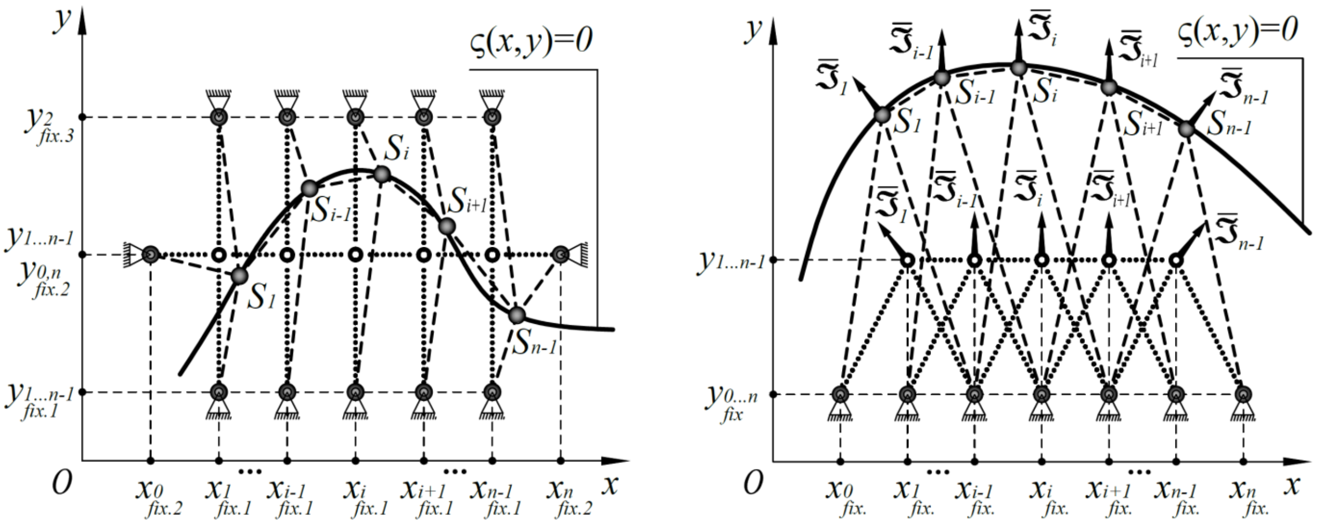


а) б)

<u>Умовні позначення</u>: ▬▬ – неперервний графік неявної функції; ‒ ‒ ‒ – шуканий дискретний образ графіка неявної функції; ········ – дискретний образ, одержаний у першому наближенні; ○ і ● – вільні вузли дискретного образу в початковій та результуючій формах відповідно

Рис. 9. Побудова дискретного образу кривої неявної функції за допомогою методу скінченних різниць: а) апроксимація по осі О*x*; б) апроксимація по осі О*y*. (*розроблено автором*)

Побудова дискретних образів кривих на основі розв’язання параметричних рівнянь стану їх ланок базується на застосуванні алгоритму (14) для управління формою моделей. При цьому в якості функції потенціалу φ_i має бути прийнята саме досліджувана неявне функція (37), а топологія інтерпретаційної сітчастої структури може відрізнятися від класичної (ланцюгового типу) і представляти собою симетричний або несиметричний планарний граф (див. рисунок 10).



а) б)

Рис. 10. Виділення дискретного образу кривої неявної функції на основі управління формою сітчастої структури з використанням параметричних рівнянь:
а) корегування форми ненавантаженої сітчастої структури, вільні вершини якої (як симетричного планарного графу) мають степінь 4;
б) корегування форми сітчастої структури, зрівноваженої під дією зовнішніх сил, вільні вершини якої (як несиметричного планарного графу) мають степені 3 та 4. (*розроблено автором*)

Для моделювання дискретних каркасів замкнених кривих пропонується застосовувати інтерпретаційні моделі з концентричним розташуванням *w* вільних та *w* опорних вузлів (див. рис. 11), а координати останніх визначати за формулами:

$$x_i = \rho \cdot \sin[(2 \cdot \pi / w) \cdot (i-1)] + x_C, \ (i = \overline{w+1, 2 \cdot w}), \quad (48)$$

$$y_i = \rho \cdot \cos[(2 \cdot \pi / w) \cdot (i-1)] + y_C, \ (i = \overline{w+1, 2 \cdot w}). \quad (49)$$

Тут ρ – радіус розміщення опорних вузлів, а x_C і y_C – координати центра цього кола.

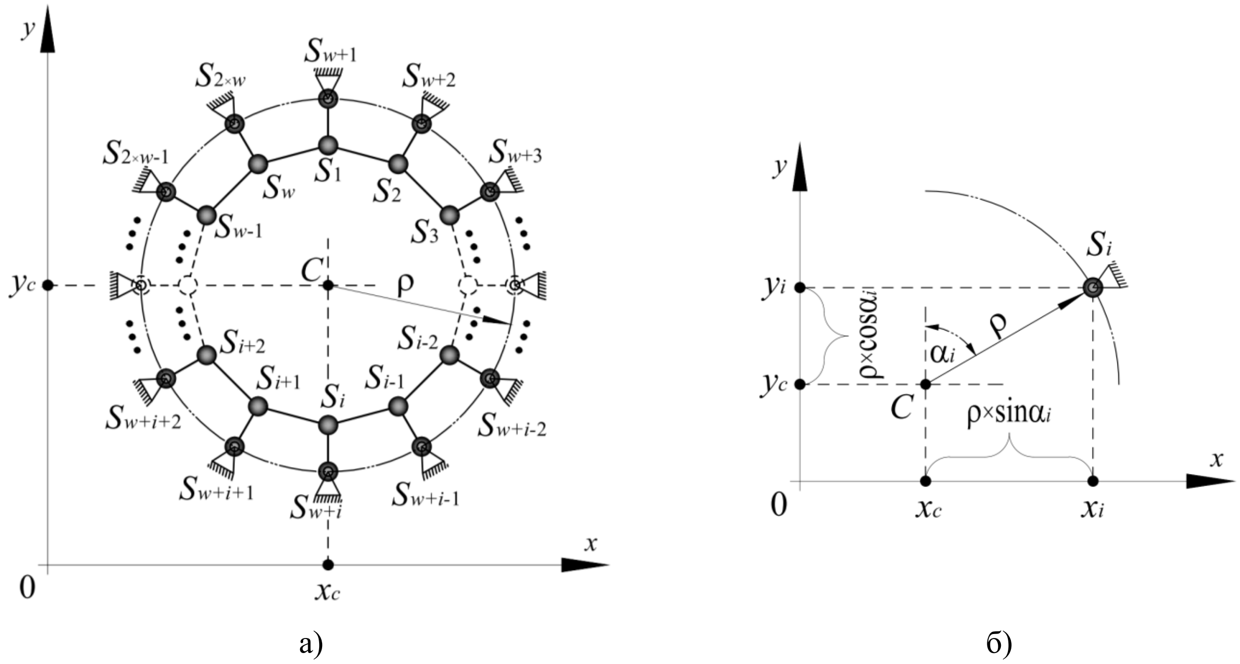


Рис. 11. Формування дискретної моделі замкнутої кривої:
а) дискретна модель замкнутої кривої, представлена двома концентричними колами;
б) принцип визначення координат опорних (зафіксованих) вузлів моделі. (*розроблено автором*)

Запропоновано варіації топологічних ознак інтерпретаційних сітчастих структур для моделювання дискретних образів замкнених кривих (рис. 12).

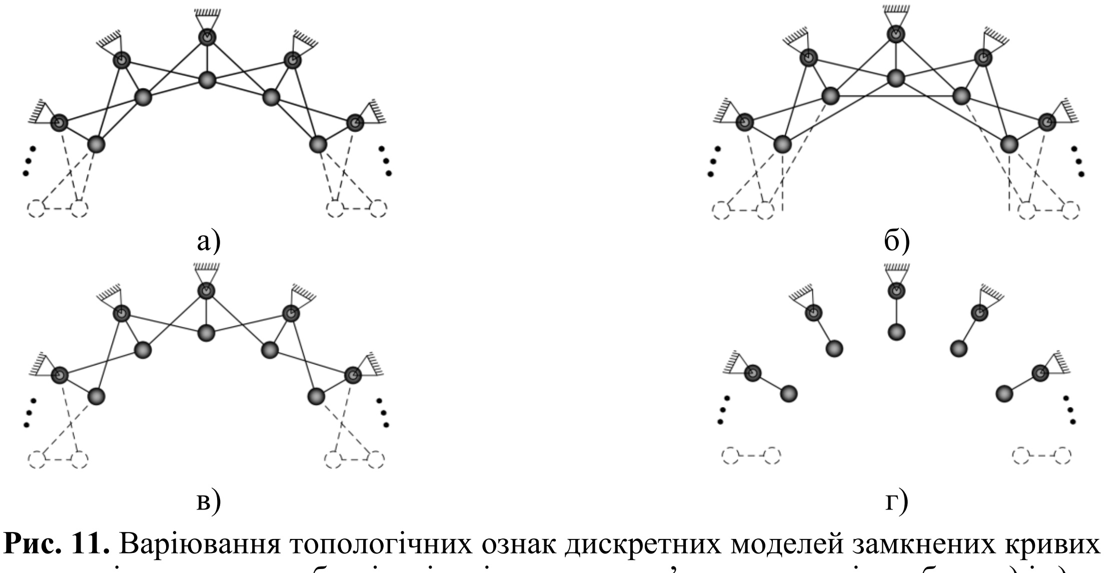


Рис. 11. Варіювання топологічних ознак дискретних моделей замкнених кривих:
а) і б) – моделі дискретних образів, вільні вузли яких з’єднуються між собою; в) і г) – моделі дискретних образів, вільні вузли яких з’єднуються лише з опорними вузлами.
(*розроблено автором*)

Сформульовано математичну постановку задачі побудови дискретно представлених кривих із ланками сталої дожини, що передбачає накладання додаткових умов моделювання у формі кіл. Дана задача проілюстрована на рис. 13.

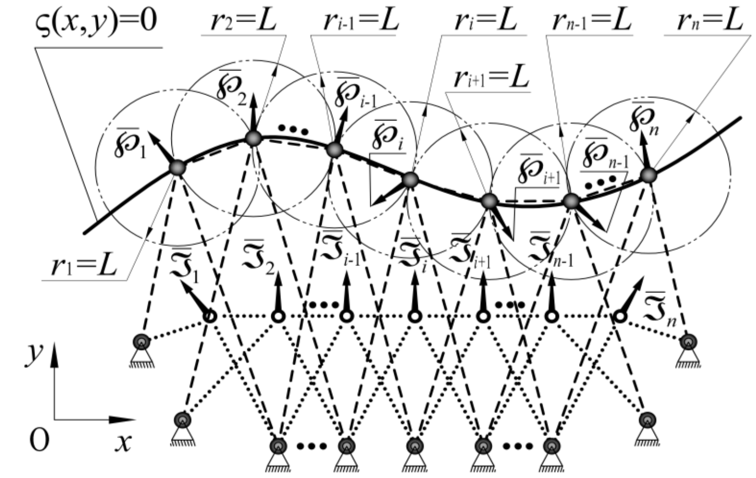


Рис. 13. Формування дискретної моделі замкнутої кривої:
а) дискретна модель замкнутої кривої, представлена двома концентричними колами;
б) принцип визначення координат опорних (зафіксованих) вузлів моделі. (*розроблено автором*)

Наприклад, рівняння для визначення координат вузлів (як вершин графа степені 4), дискретного образу кривої зі сталою довжиною ланок L мають вид:

$$\varsigma_i(x_i, y_i) = 0, \tag{50}$$

$$(x_{i-1} - x_i)^2 + (y_{i-1} - y_i)^2 - L^2 = 0, \tag{51}$$

$$(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 - L^2 = 0, \tag{52}$$

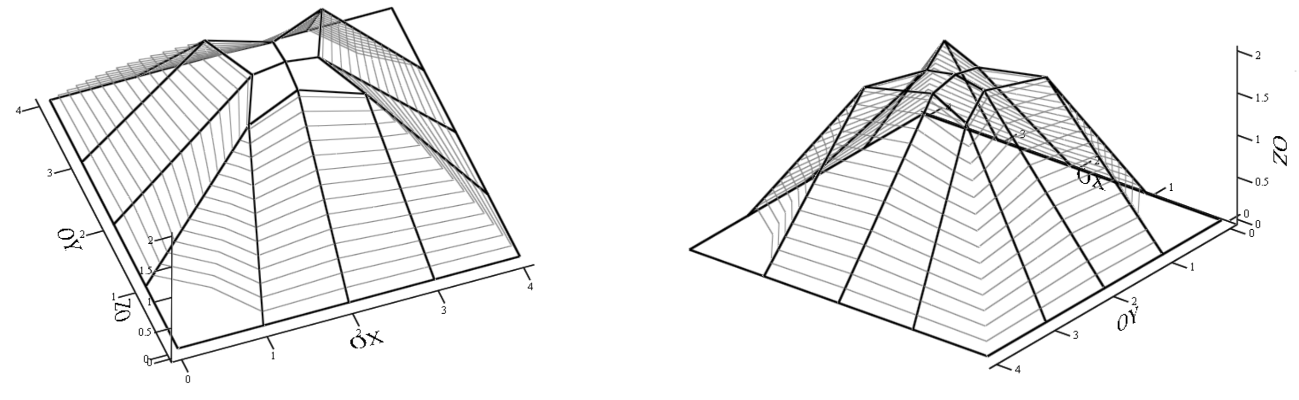
$$\sum_{j=1}^{k} (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \wp_{s\,i} = 0, \;\; (s = x, y) \text{, де} \tag{53}$$

$$\wp_{s\,i} = \lambda_i \cdot \Im_{s\,i} - 2 \cdot \left[\lambda_{i,i-1} \cdot (s_{i-1} - s_i) + \lambda_{i,i+1} \cdot (s_{i+1} - s_i) \right], \; (s = x, y). \tag{54}$$

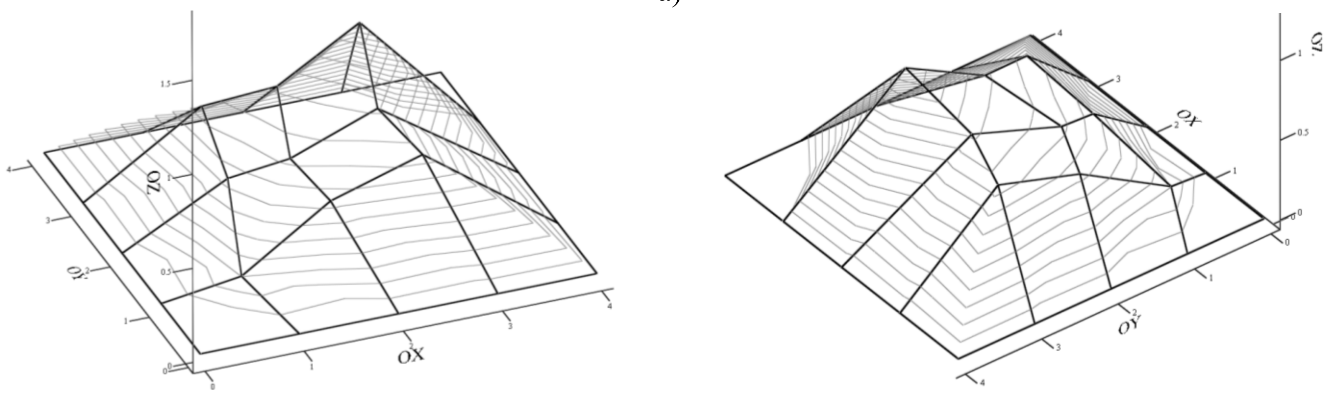
Розглянуто специфіку моделювання дискретно представлених поверхонь, прообразами яких слугують неперервні поверхні задані функціями у неявній формі. Для цього виведено рівняння параметрів стану ланок регулярних двовимірних сітчастих структур, які складаються і розв’язуються відносно параметрів щільностей внутрішніх зусиль у кожній ланці з метою їх поступового перерозподілу та приведення форми дискретних образів до очікуваних (шуканих). Продемонстровано приклад відтворення форми дискретно представлених поверхонь, заданих функціями у неявній формі (див. рисунок 14).

Досліджено принципи побудови дискретних образів просторових кривих, утворених перетином двох поверхонь, що задані функціями у неявній формі. Даний підхід базується на побудові такої просторової сітчастої структури, визначені вільні вузли якої є інцидентними графікам (поверхням) одразу двох функцій. При цьому, існує можливість накладання додаткових умов моделювання на шуканий дискретний образ. Зокрема порушене питання моделювання просторових дискретно представлених кривих із ланками однакової довжини.

Розроблено алгоритм моделювання регулярних дискретних каркасів кривих та поверхонь, що задані функціями у параметричній формі. При цьому алгоритм передбачає приведення відповідних параметричних функцій до неявної форми, що автоматично робить його застосовним і до моделювання дискретно представлених об’єктів (сітчастих структур), прообразами яких є функції у неявній формі.



а)



б)

Рис. 14. Формування дискретно представленої поверхні з 9-ма вільними вузлами, які належать заданій неявній функції: а) функції №1 (сфері); б) функції №2 (сфері зі зміщеним центром). (*розроблено автором*)

Запропонований алгоритм дозволяє значно прискорити процес моделювання, оскільки частково виключає можливість виникнення помилок пошукового процесу точок каркасу, що моделюється.

У четвертому розділі «Геометричне моделювання напружено-деформованого стану стрижневих конструкцій» на основі встановлених математичних закономірностей між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур досліджено базові принципи формоутворення та коригування форми безмоментних стрижневих конструкцій.

Розроблено ряд прийомів для геометричного моделювання плоских стрижневих конструкцій із невеликою кількістю вільних вузлів, а також для формоутворення й корегування шарнірних ферм на основі алгоритму (14). При цьому запропоновано й продемонстровано застосування інструментів та підходів, що дозволяють підвищити ефективність процесу моделювання й управління формою стрижневих конструкцій з метою надання їм наперед визначених параметрів та властивостей. Дані інструменти та підходи базуються на застосуванні елементів ШІ та апріорно заданої і наперед відомої інформації про майбутню стрижневу конструкцію, що дозволяє значно скоротити затрати часу на процес моделювання.

Зокрема, запропоновано вводити у ректор-стовпець поточних потенціалів $\{\varphi^p\}$ типу (29) додаткові логічні оператори ϑ. При цьому даний оператор слід застосовувати не до вузлових потенціалів, а до значень сумарних стрижневих потенціалів, що містяться в вектор-стовпці $\{\varphi\}$. Для довільного стрижня S_iS_j (на p-му етапі ітераційного числення) оператор $\vartheta^p_{i,j}$ повинен мати форму:

$$\vartheta_{i,j}^{p} = \varsigma(\Delta\varphi_{i,j}^{p}) = \begin{cases} 1 & \rightarrow & \Delta\varphi_{i,j}^{p} > 0, \\ 0 & \rightarrow & \Delta\varphi_{i,j}^{p} = 0, \\ -1 & \rightarrow & \Delta\varphi_{i,j}^{p} < 0. \end{cases} \text{ де:} \tag{55}$$

$$\Delta\varphi_{i,j}^{p} = \varphi_{i,j}^{p} - \varphi_{i,j}^{p-1}, \tag{56}$$

$$\varphi_{i,j}^{p} = \begin{cases} (\varphi_{i}^{p} + \varphi_{j}^{p}) & \rightarrow & S_i\,S_j \equiv S_a S_b, \\ \varphi_{i}^{p} & \rightarrow & S_i\,S_j \equiv S_a S_{fix}, \\ \varphi_{j}^{p} & \rightarrow & S_i\,S_j \equiv S_{fix} S_b. \end{cases} \tag{57}$$

Вираз (57) може бути замінено функцією гіперболічного тангенса:

$$\vartheta_{i,j}^{p} = \varsigma(\Delta\varphi_{i,j}^{p}) = \tanh(\,\alpha\cdot\Delta\varphi_{i,j}^{p}/2) = \frac{1-\exp(-\alpha\cdot\Delta\varphi_{i,j}^{p})}{1+\exp(-\alpha\cdot\Delta\varphi_{i,j}^{p})}. \tag{58}$$

Окрім того, пропонується ввести в друге рівняння системи (14) ще один набір точних даних про очікуваний стан системи. Для цього слід замінити матрицю геометричних параметрів $[(\delta^{p})^2]$ на очікувану матрицю $[(\delta^{/p})^2]$, що міститиме ті довжини ланок (стрижнів), які передбачено проектом:

$$\left[\delta^{/2}\right] = \begin{bmatrix} \chi\cdot(\delta_{i,j\;1,1}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;1,1}) & (\delta_{i,j\;1,2}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;1,2}) \vee 0 & \cdots & (\delta_{i,j\;1,h}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;1,h}) \vee 0 \\ (\delta_{i,j\;2,1}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;2,1}) \vee 0 & \chi\cdot(\delta_{i,j\;2,2}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;2,2}) & \cdots & (\delta_{i,j\;2,h}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;2,h}) \vee 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\delta_{i,j\;h,1}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;h,1}) \vee 0 & (\delta_{i,j\;h,2}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;h,2}) \vee 0 & \cdots & \chi\cdot(\delta_{i,j\;h,h}^{2} \vee \delta'^{2}_{i,j\;h,h}) \end{bmatrix}. \tag{59}$$

Тоді друге рівняння системи (14) прийме наступну форму:

$$\left\{\aleph^{p}\right\} = \left[\left(\delta^{/p}\right)^{2}\right]^{-1} \cdot \left(\left\{\varphi^{/p}\right\} - \left\{\varphi^{p}\right\} + \left[\left(\delta^{p}\right)^{2}\right] \cdot \left\{\aleph^{p-1}\right\}\right). \tag{60}$$

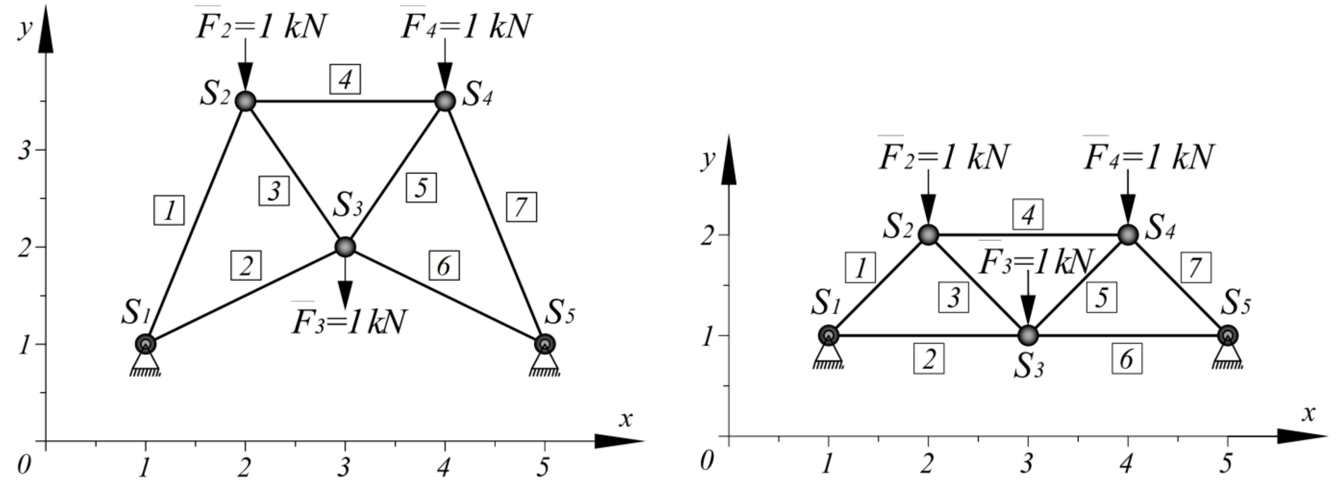
Такий підхід штучно змушує сітчасту структуру самостійно локально аналізувати характер збіжності ітераційного числення (необхідного для вирішення системи (14)) для кожного вузла моделі і сприяти його прискоренню.

Приклад формоутвореної і відкоригованої із застосуванням вище зазначеного підходу шарнірної ферми продемонстровано на рисунку 15.

Наведено методику визначення компонентів НДС шарнірних ферм, одержаних шляхом формоутворення. Продемонстровано принцип урахування зовнішніх нормативних навантажень на вузли стрижневих структур, включаючи власну вагу стрижнів, з подальшим визначенням значень вузлових переміщень.

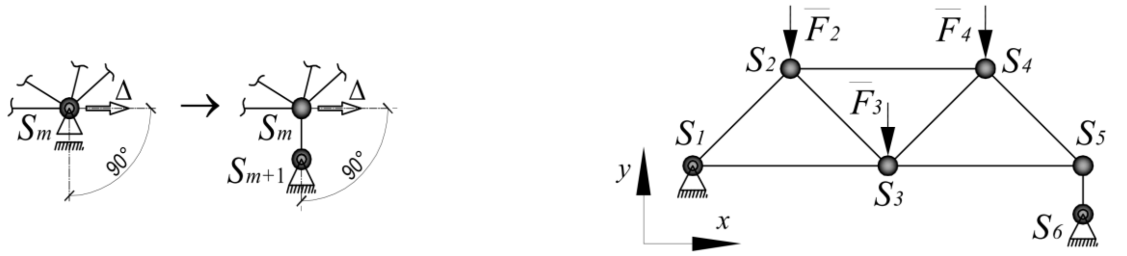
Запропоновано принцип моделювання стрижневих конструкцій з шарнірно-рухомими опорами. Даний принцип базується на припущенні, що шарнірно-рухома опора може бути замінена на комбінацію однієї шарнірно-нерухомої опори і одного вільного вузла. Ілюстрація даного принципу представлена на рисунку 16.

Запропоновано підхід та математичний алгоритм визначення векторних компонентів опорних реакцій у фіксованих вузлах стрижневих конструкцій. Підхід базується на припущенні про можливість математичного опису зрівноваженого стану не лише вільних, але й опорних вузлів моделей шляхом їх умовного відсікання від основи, з подальшим розв’язанням одержаної системи рівнянь рівноваги відносно опорних реакцій та зовнішніх вузлових навантажень.



а) б)

Рис. 15. Формування плоскої шарнірної ферми:
а) після формоутворення; б) після корегування.
(*розроблено автором*)



а) б)

Рис. 16. Заміна рухомої шарнірної опори на додатковий стрижень та нерухому шарнірну опору:
а) заміна опори, що може зміщуватися на Δ по горизонталі;
б) ферма із заміненою опорою.
(*розроблено автором*)

Математична форма запису задачі визначення матриці опорних реакцій $[F]$ формоутвореної моделі стрижневої конструкції є наступною:

$$\left[F\right] = -\left[A_{\aleph}\right] \cdot \left[S\right]. \tag{61}$$

Тут: $[S]$ – матриця координат усіх q вузлів моделі, включаючи опорні вузли (розмірністю $q\times3$); $[F]$ – матриця впливів на усі q вузлів моделі (розмірністю $q\times3$); $[A_{\aleph}]$ – повна матриця щільностей зусиль стрижневої конструкції (розмірністю $q\times q$).

Матриця $[A_{\aleph}]$ визначається згідно з наступною формулою:

$$\left[A_{\aleph}\right] = -\left[I_O\right] \cdot \left[D\right] \cdot \left[I_O\right]^T , \tag{62}$$

де: $[I_O]$ – матриця інцидентності дискретного образу моделі, як орієнтованого графу, а $[D]$ – діагональна матриця коефіцієнтів щільності внутрішніх зусиль.

Розроблено математичний алгоритм розвантаження окремих опорних вузлів стрижневих будівельних конструкцій із шарнірним вузловим сполученням. Алгоритм базується на корегуванні форми розрахункової моделі шляхом перерозподілу внутрішніх зусиль у стрижнях при умові, що в якості параметрів варіювання виступають не значення заданих цільових функцій, наперед визначені величини компонентів опорних реакцій у фіксованих вузлах. Таким чином, математична форма запису алгоритму подібна до (14):

$$\begin{cases} \left[s^p \right] = \left[\aleph^{p-1} \right]^{-1} \cdot \left(-\left[g^{p-1} \right] - \left[\Im^p \right] \right), \\ \left\{ \aleph^p \right\} = \left[\left(\delta^p \right)^2 \right]^{-1} \cdot \left(\left\{ R^{/p} \right\} - \left\{ R^p \right\} + \left[\left(\delta^p \right)^2 \right] \cdot \left\{ \aleph^{p-1} \right\} \right). \end{cases} \quad (63)$$

Тут вектори $\{R\}$ та $\{R^{/}\}$ – відповідно вектори фактичних і очікуваних значень опорних реакцій, виокремлені з вектор-стовпців операційних констант $\{B\}$.

Запропоновано оптимізаційний алгоритм скорочення витрат матеріалів, необхідних на виготовлення стрижневих конструкцій, який базується на мінімізації величини внутрішніх зусиль у всіх стрижнях їх геометричних моделей. Алгоритм передбачає можливість урахування додаткових умов та обмежень практичного характеру у функціональній формі.

У п'ятому розділі «Застосування інтерпретаційних моделей сітчастих структур при відтворенні параметрів стану багатокомпонентних фізичних та абстрактних систем» розглядають прикладні аспекти застосування методів геометричного інтерпретаційного моделювання сітчастих структур при вирішенні актуальних науково-практичних задач, пов'язаних з фізичними та абстрактними процесами і системами.

Встановлені основні математичні закономірності дискретної оптимізації геометричних і фізико-механічних параметрів енергоефективних будівель на основі побудови і корегування їх геометричних моделей, інтерпретованих сітчастими структурами. Окрім того, побудовані параметричні рівняння стану вузлів та ланок дискретних моделей теплообміну енергоефективної будівлі, необхідні для реалізації усіх розрахункових алгоритмів. Зокрема, якщо кожне рівняння теплового балансу в досліджуваних точках будівлі має форму:

$$\sum_{j=1}^{n} (t_j - t_i) \cdot K_{i,j} \pm Q_i = 0, \quad (64)$$

де t_i та t_j – температури у i-й та j-й досліджуваних точках; $K_{i,j}$ – коефіцієнт теплопередачі між i-ю та j-ю точками дискретної розрахункової моделі; Q_i – сума усіх теплонадходжень і тепловтрат у приміщенні або на поверхні стін, включаючи енергію джерел або витоків; то по аналогії з (12) параметричне рівняння стану умовної ланки моделі (між i-ю та j-ю точками), наприклад, матиме наступну форму:

$$\sum_{i=1}^{m-1} (t_i - t_a)^2 \cdot K_{a,i} + \chi \cdot (t_b - t_a)^2 \cdot K_{a,b} + \sum_{j=1}^{n-1} (t_j - t_b)^2 \cdot K_{b,j} - (\varphi_a + \varphi_b) + B_{a,b} = 0, \quad (65)$$

$$\text{де: } \varphi_i = t_i \cdot Q_i. \quad (66)$$

Вирішуючи рівняння типу (65) відносно коефіцієнтів теплопередачі $K_{i,j}$, можна визначати оптимальні геометричні або фізичні параметри огороджувальних конструкцій досліджуваної будівлі, виходячи із заданих параметрів мікроклімату.

Розроблено методику скорочення тепловтрат мереж систем теплопостачання на основі оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні. Оптимізацію геометричних моделей мереж теплопостачання запропоновано здійснювати на основі мінімізації тепловтрат на усіх ділянках трубопроводів. При цьому продемонстровано можливості даної методики по відношенню до урахування містобудівних умов та обмежень шляхом накладання функціональних умов у формі додаткових цільових функцій, що вводяться до системи рівнянь стану вузлів моделі. Параметричні рівняння стану вузлів будуються по аналогії до (32) у формі функції Лагранжа $\Re_i$ і мають вид:

$$\Re_i = \sum_{j=1}^{n} q_{l_{i,j}} \cdot (K_{SUP_{i,j}} \cdot \delta_{i,j} + \sum L_{ADD_{i,j}}) \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varsigma_{i,h}(x_i, y_i) + G_i^{/}. \quad (67)$$

Тут: q_l – лінійна щільність теплового потоку на досліджуваній ділянці трубопроводу;

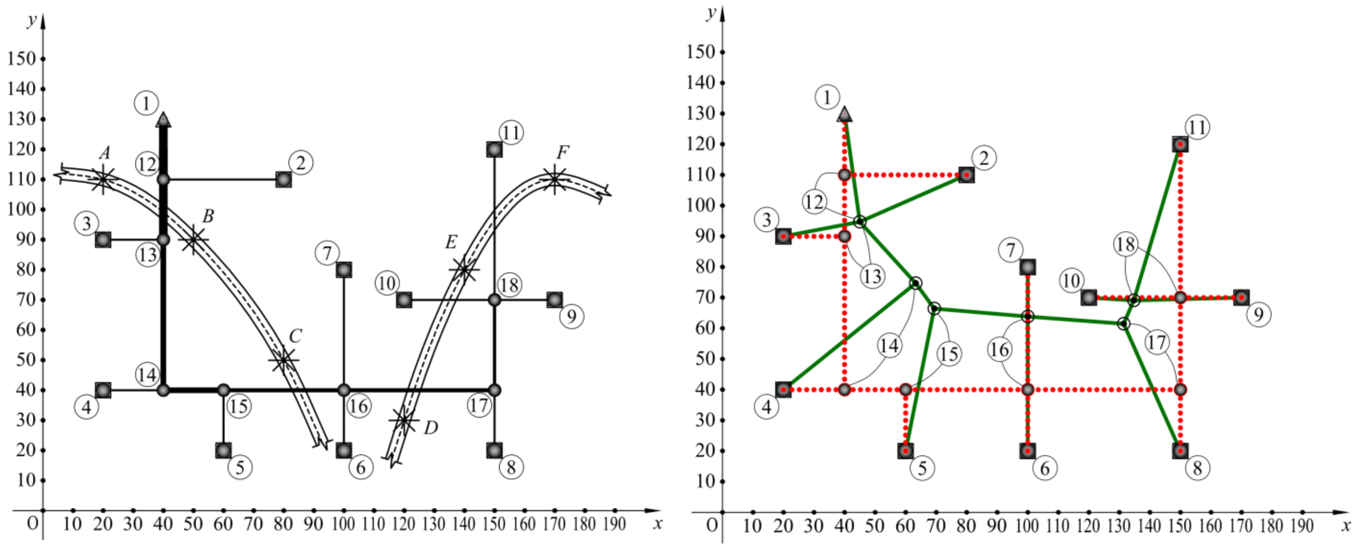
L_{ADD} – додаткова довжина ізольованого трубопроводу, що еквівалентна по тепловому потоку встановленій на трубопроводі арматурі й фланцевим з'єднанням; K_{SUP} – коефіцієнт, який враховує збільшення тепловтрат через опори і підвіски; $\varsigma_i(x_i, y_i)$ – функція, що враховує ті чи інші містобудівні умови та обмеження. Диференціювання функції (67) дозволяє отримати оптимізаційну систему рівнянь для кожного вільного вузла моделі, аналогічну за формою до системи (33) – (35). При цьому параметри стану умовних ланок матимуть вид:

$$\aleph_{i,j} = q_{l\ i,j} \cdot K_{SUP\ i,j} \big/ \delta_{i,j} \ . \tag{68}$$

На рисунку 17 показано приклад оптимізації геометричної моделі фрагменту мережі системи центрального теплопостачання; економія енергії після оптимізації з накладанням умов тут складає 3.164 %, тоді як за відсутності функціональних обмежень економія енергії за рахунок скорочення тепловтрат складає 5.853 %.

Запропоновано підхід до геометричного моделювання оптимальних параметрів багатоярусних підпірних стін, що базується на побудові спеціальних штрафних функцій, які визначають і обмежують область можливих значень компонентів НДС конструктивних елементів відповідних стін. При цьому пошук найбільш раціональних геометричних параметрів підпірних стін пропонується виконувати на основі розв'язання рівнянь рівноваги елементарної сітчастої структури з єдиним вільним вузлом, положення якого в просторі проектних параметрів визначається з урахуванням накладених умов у формі прийнятих штрафних функцій. Саме координати даного вузла й відповідають оптимальним параметрам досліджуваної підпірної стіни.

Зазначимо, що в якості базових геометричних параметрів багатоярусних підпірних стін приймаються перепади висот h_i та відстані l_i між окремими ярусами.



а) б)

Умовні позначення: ▬▬ – прямолінійні ділянки теплотрас; - - - - – позначення траєкторій прокладання транспортних сполучень, які формуватимуть функціональні обмеження; ● та ■ / ▲ – вільні вузли дискретної моделі в початковому положенні та базові вузли під'єднання системи теплопостачання до теплорозподільчої станції й споживачів тепла (положення яких незмінні); ✳ – реперні точки для побудови інтерполяційних поліномів траєкторій прокладання транспортних сполучень. Трикутником позначено теплорозподільчу станцію

Рис. 17. Геометрична модель системи теплопостачання: а) до оптимізації; б) після оптимізації. (*розроблено автором*)

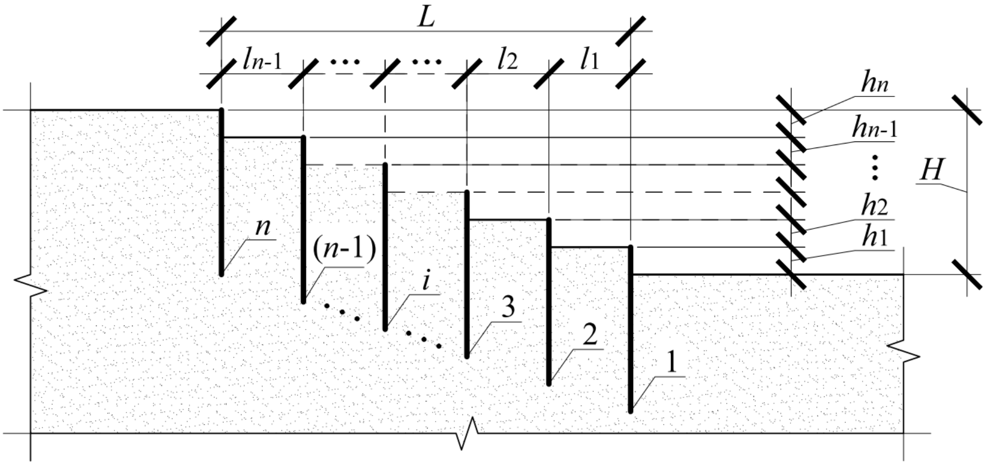


Рис. 18. Схематична геометрична модель *n*-ярусної підпірної стіни. (*розроблено автором*)

Кількість параметрів варіювання можна зменшити на 1 і для горизонтальних і для вертикальних відстаней між ярусами підпірної стіни, так як ці розміри можуть бути пов'язані залежністю від загальних заданих розмірів (в перерізі) розробки котловану H і L (див. рисунок 18):

$$h_i = f(h_1, h_2, ..., h_{i-1}, h_{i+1}, ..., h_{n-1}, h_n) = H - \sum_{(j \neq i) \wedge j=1}^{n} h_j,\ (i = \overline{1, n}), \tag{69}$$

$$l_i = f(l_1, l_2, ..., l_{i-1}, l_{i+1}, ..., l_{n-1}, l_n) = L - \sum_{(j \neq i) \wedge j=1}^{n-1} l_j,\ (i = \overline{1, n-1}). \tag{70}$$

Якщо використовувати для інтерполяції компонентів НДС один з відомих багатовимірних поліномів в неявній формі:

$$F(x_1, x_2, ..., x_m) = 0, \{x_1, x_2, ..., x_m\} = \{h_1, h_2, ..., h_{n-1}, l_1, l_2, ..., l_{n-2}\}, \tag{71}$$

то найбільш ефективні параметри підпірної стіни можуть бути знайдені шляхом вирішення класичної системи оптимізаційних рівнянь, у формі похідних від функції (71), прирівняних до 0. Однак, якщо рішення лежить за межами області допустимих значень функції (71), то, дотримуючись положень загальної теорії оптимізації, потрібно доповнити оптимізаційну систему додатковими умовами і знайти умовний екстремум функції (71) на границях області допустимих значень. Такими умовами є неможливість прийняття параметрів варіювання нижче і вище заданих значень ($x_{1\,\min}$, $x_{2\,\min}, \ldots,$ $x_{m\,\min}$ та $x_{1\,\max}$, $x_{2\,\max}, \ldots,$ $x_{m\,\max}$), виражені системою наступних рівнянь:

$$x_i - x_{i\min} = 0,\ (i = \overline{1, m}),\ \sum_{j=1}^{n-1} x_j - H = 0,\ \sum_{k=n}^{m} x_k - L = 0. \tag{72}$$

З огляду на обмеження (72), результуюча система оптимізаційних рівнянь буде включати додаткові невідомі параметри Лагранжа λ_i та матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} \partial F(x_1, x_2, ..., x_m) / \partial x_i + \lambda_i \cdot (\partial \zeta / \partial x_i) = 0,\ (i = \overline{1, m}), \\ \zeta = \left(\sum_{j=1}^{n-1} x_j - H \right) \cdot \left(\sum_{k=n}^{m} x_k - L \right) \cdot \prod_{i=1}^{m} (x_i - x_{i\min}) = 0. \end{cases} \tag{73}$$

Вирішуючи систему рівнянь (73) відносно x_i та λ_i, знайдемо відповідні оптимальні геометричні параметри підпірної стіни при мінімальних значеннях компонентів НДС, що описуються функцією (71).

У разі використання покрокових чисельних методів пошуку умовних екстремумів, пропонується в якості цільової функції прийняти наступну, що будується на основі модифікованого методу штрафних функцій (при чому в якості штрафної функції виступає функція ζ з системи (73)):

$$\varsigma(x_1, x_2, ..., x_m) = F(x_1, x_2, ..., x_m) - 1/(\zeta + \nu), \quad (74)$$

де ν – коефіцієнт, що запобігає зростанню значень функції (74) до нескінченності в разі, якщо значення штрафної функції ζ буде рівним 0.

Даний підхід дозволяє уникати значних трудовитрат інженерів при проектуванні багаторівневих підпірних стін, однак швидкість збіжності ітераційного числення та ефективність останнього можна додатково підвищити шляхом введення додаткових умов моделювання. Для цього слід використовувати елементарну модель сітчастої структури лише з одним вільним вузлом (V), двома опорними вузлами (A і B) та двома ланками (AV і BV). Рівняння рівноваги вільного вузла такої структури для довільної розмірності задачі (m) матиме форму:

$$\aleph_{A,V} \cdot s_A + \aleph_{V,B} \cdot s_B - (\aleph_{A,V} + \aleph_{V,B}) \cdot s_V + \Im_{s\,V} = 0, \ (s = x_1, x_2, ..., x_m). \quad (75)$$

Так як при оптимізації сітчастої структури необхідно побудувати для вільного вузла V функцію Лагранжа $\Re_V$, на основі якої виконується пошук умовних екстремумів цільової функції φ, визначимо таку цільову функцію на базі функції (74). Умовою існування екстремума функції (74) є нульові похідні від неї по кожній із координат, що свідчить про невизначеність вектора градієнта, компоненти якого й прирівнюються до нуля:

$$\varsigma(x_1, x_2, ..., x_m)/\partial s = \varsigma(x_1, x_2, ..., x_m)/\partial x_i = 0, \ (i = \overline{1, m}). \quad (76)$$

Невизначеність градієнта також означає, що його модуль має бути нульовим:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{m} [\varsigma(x_1, x_2, ..., x_m)/\partial x_i]^2} = 0. \quad (77)$$

Для спрощення розрахунків в якості остаточної цільової функції φ приймемо квадрат абсолютної величини градієнта (77):

$$\varphi = \sum_{i=1}^{m} [\varsigma(x_1, x_2, ..., x_m)/\partial x_i]^2. \quad (78)$$

Відтак, для вільного вузла V функція Лагранжа $\Re_V$ має вид:

$$\Re_V = \aleph_{A,V} \cdot \delta^2_{A,V} + \aleph_{B,V} \cdot \delta^2_{B,V} \pm \lambda_V \cdot \varphi_V + G'_V. \quad (79)$$

Рівняння рівноваги вузла V визначаються в результаті диференціювання функції (79) та мають наступну форму:

$$\varphi_V = \sum_{i=1}^{m} [\varsigma_V(x_1, x_2, ..., x_m)/\partial x_i]^2 = 0, \quad (80)$$

$$\aleph_{A,V} \cdot s_A + \aleph_{V,B} \cdot s_B - (\aleph_{A,V} + \aleph_{V,B}) \cdot s_V + \wp_{s\,V} = 0, \ (s = x_1, x_2, ..., x_m), \quad (81)$$

$$\wp_{s\,V} = \lambda_V \cdot \varphi_V / \partial s_V, \ (s = x_1, x_2, ..., x_m). \quad (82)$$

Розв’язуючи систему рівнянь (80) – (82), враховуючи (78), (74) та другу тотожність системи (73), відносно невідомих координат, якими фактично являються геометричні параметри багатоярусних підпірних стін, визначаються оптимальні характеристики останніх.

Продемонстровано використання інтерпретаційних сітчастих структур в процесі визначення оптимальних параметрів системи формування організаційних кластерів у будівництві. Запропоновано використовувати алгоритм корегування параметрів системи формування організаційних кластерів, як параметрів стану сітчастих структур, що інтерпретують відповідні системи, на основі розв'язання параметричних рівнянь стану ланок. Для використання алгоритму, на основі системи рівнянь рівноваги (83) вершин графу

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} k_{i,j} \cdot (x_j - x_i) + \sum_{j=1}^{n} F_{x i,j} = 0, \\ \sum_{j=1}^{n} k_{i,j} \cdot (y_j - y_i) + \sum_{j=1}^{n} F_{y i,j} = 0, \end{cases} \quad (83)$$

слід скласти і розв'язати систему параметричних рівнянь стану ланок моделі.

У системі (83): $F_{x\,i,j}$ та $F_{y\,i,j}$ – векторні компоненти сили стороннього впливу i-го виконавця на j-го; $k_{i,j}$ – показники умовної інтенсивності взаємодії між двома потенційними виконавцями (параметри стану), що визначається за формулою:

$$k_{i,j} = \sum_{h=1}^{\Omega} (a_{i,h} + a_{j,h}), \quad (84)$$

де: $a_{i,h}$ та $a_{j,h}$ – відповідні h-ті показники ефективності виконання проектів зі спільними рисами потенційних i-го та j-го виконавців; Ω – кількість ефектів від реалізації досліджуваних проектів. Розв'язання системи (83) дозволяє визначити місце конкретного виконавця у тому чи іншому кластері, які умовно представляються секторами на секторальній діаграми (див. рисунок 19).

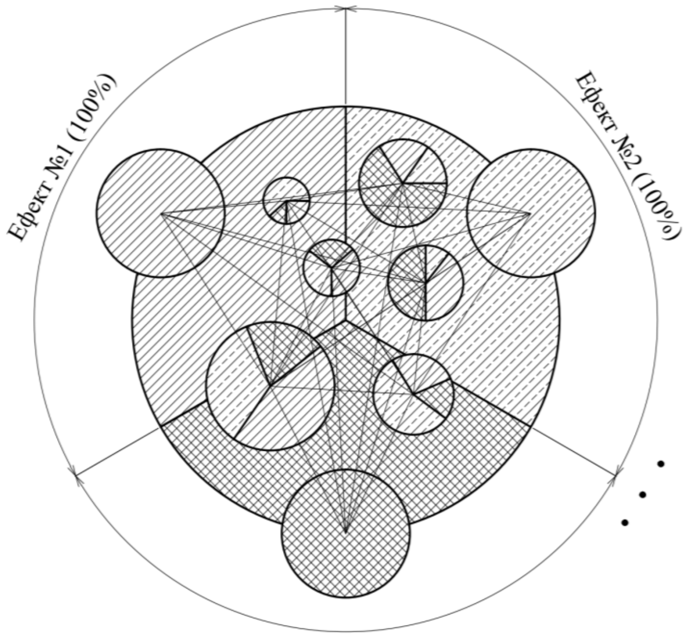


Рис. 19. Ілюстрація графоаналітичної моделі формування організаційних кластерів у будівництві, інтерпретованих сітчастою структурою на секторальній діаграмі (*розроблено автором*)

Для того, щоб скористатися алгоритмом (14) для управління показниками інтенсивності взаємодії, було встановлено наступні відповідності:

$$k_{i,j} = \aleph_{i,j}, \quad (85)$$

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x i,j} = \Im_{s_i}. \quad (86)$$

В якості цільових функцій для кожного вільного вузла S_a моделі рекомендовано використовувати довжини між його поточним положенням (x_a, y_a) і встановленим ($x_a^{/}$, $y_a^{/}$), що для плоского випадку становитиме:

$$\varphi_a = \varphi(s_a) = \varsigma(x_a, y_a) = \\ = \eta \cdot ((x_a^{/} - x_a)^2 + (y_a^{/} - y_a)^2)^{1/2}, \quad (87)$$

де η – коефіцієнт, який вводиться для впливу на швидкість збіжності ітераційного числення. При цьому величина очікуваного вузлового потенціалу буде дорівнювати нулю: $\varphi^{/}_a = 0$.

Запропонований підхід до управління параметрами системи формування організаційних кластерів у будівництві може дозволити не лише оптимізувати ефект від взаємодії між суб'єктами господарюванні в кластерах, але й заохочувати та стимулювати окремих учасників виробничого процесу до самовдосконалення і подальшого розвитку з метою здобуття більших обсягів замовлень у професійній галузі.

Розроблено математичний апарат дискретного геометричного моделювання мікроструктури іонних кристалічних решіток, як аналогів сітчастих структур.

Запропоновано підхід до урахування зовнішніх силових впливів на кристалічну решітку, а також спосіб визначення реальних, а не гіпотетичних, коефіцієнтів пружності диполів кристалів, як діелектриків. Зокрема, рівняння рівноваги іонів кристалічної решітки має наступну різницеву форму:

$$-n \cdot s_i + \sum_{j=1}^{n} s_j = -\frac{1}{\aleph} \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_O} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i;\, k \neq j)}}^{m} q_k \cdot q_i \cdot (s_i - s_k) \Big/ r_{k,i}^3 + D_{i(s)} \right), \qquad (88)$$

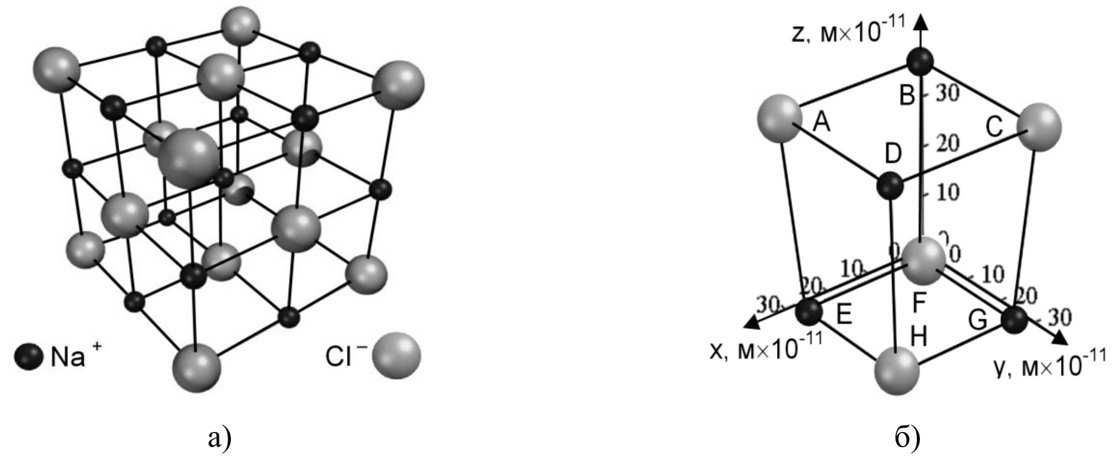
де: ε_O – електрична стала; $r_{k,i}$ – відстань між даним i-м та деяким k-м іоном з множини елементарних часток досліджуваного фрагмента кристалічної решітки; q – ефективні заряди іонів; $D_{i(s)}$ – компоненти векторів зовнішніх сил; $\aleph$ – коефіцієнт пружності диполя, утвореного двома суміжними іонами, що визначається за наступною формулою:

$$\aleph = \left[q^2 \cdot \rho \cdot N_A \cdot (\varepsilon + 2) \right] \Big/ \left[3 \cdot \mu \cdot (\varepsilon - 1) \right]. \qquad (89)$$

Тут ε, ρ та μ – це відповідно відносна діелектрична проникність, щільність та молекулярна маса діелектрика (кристала); N_A – число Авогадро.

Складаючи систему рівнянь типу (88) для кожного з іонів кристалічної решітки у відповідності до наперед визначеної топології та розв’язуючи цю систему відносно невідомих координат, одержимо форму модельованого фрагмента твердої речовини. Для пошуку дійсних значень коефіцієнтів пружності диполів кристалу (діелектрика) у різних його фрагментах можна скористатися методом корегування форми сітчастих структур, запропонованим у 3-му розділі в алгоритмічній формі (14). В результаті будуть підібрані такі параметри стану ланок сітчастої структури (в даній інтерпретації мова йде про коефіцієнти пружності диполів діелектрика $\aleph$), при яких вузли решітки займуть очікувані їх місця положення.

Геометрична інтерпретація стану рівноваги іонів у складі кристалічної решітки дозволяє віднести дану методику моделювання до інструментів теоретичної механіки. Результати моделювання фрагмента кристалічної решітки галіту (NaCl) продемонстровано на рисунку 20.



а) б)

Рис. 20. Моделювання фрагмента іонної кристалічної решітки галіту: а) кубічна структура решітки; б) відтворений фрагмент кристала NaCl з восьми іонів. (*розроблено автором*)

У шостому розділі «Основні закономірності дискретного геометричного моделювання динамічних сітчастих структур» встановлено закономірності руху та параметричні рівняння стану вузлів сітчастих структур, що пов'язують потенціал зовнішніх впливів та щільність потоку відповідних полів з координатами вузлів інтерпретаційних моделей.

Виведені рівняння руху незакріплених вузлів сітчастих структур, що перебувають під дією векторних полів. Відповідні рівняння описують положення незафіксованих вузлів моделі в будь-який момент часу та одержуються шляхом додавання даламберових сили інерції, виражених через похідні від швидкості. У векторній і найбільш загальній формі рівняння руху i-го вузла має наступний вид:

$$\sum_{j=1}^{n} R_{i,j} \cdot \nabla\delta_{i,j} - \nabla\varphi_i - m_i \cdot \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_i}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}}_i \nabla) \cdot \bar{\mathbf{u}}_i \right) = 0, \qquad (90)$$

де m_i – вага i-го вузла, як матеріальної точки; $\bar{\mathbf{u}}_i$ – вектор швидкості; t – час.

Одержане диференціальне рівняння зв'язку між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та потенціалом векторного поля, яке призводить до руху її вузлів. Дане рівняння фактично являється параметричним рівнянням стану вузлів, що перебувають у русі, й має енергетичну інтерпретацію, а саме: при умові установленого руху сітчастої структури з ідеальними в'язями в полі потенційних сил, сума потенційної та кінетичної енергії є величиною сталою.

Виведено диференціальне рівняння зв'язку між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та щільністю потоку векторного поля, яке призводить до руху її вузлів.

Сформовано повну систему рівнянь руху вільних вузлів сітчастої структури, що перебуває під впливом зовнішніх векторних полів. Ця система має таку форму:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} (x_j - x_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \Im_{xi} - \frac{m_i}{2} \cdot \frac{\partial u_i^2}{\partial x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^{n} (y_j - y_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \Im_{y_i} - \frac{m_i}{2} \cdot \frac{\partial u_i^2}{\partial y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^{n} (z_j - z_i) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \Im_{zi} - \frac{m_i}{2} \cdot \frac{\partial u_i^2}{\partial z_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^{n} R_{i,j} \cdot \delta_{i,j} - \varphi_i - \frac{m_i}{2} \cdot u_i^2 + G_i = 0, \\ \sum_{j=1}^{n} R_{i,j} / \delta_{i,j} - \frac{k}{2} \cdot \rho_i(x_i, y_i, z_i) - \frac{m_i}{4} \cdot \Delta u_i^2 = 0. \end{cases} \qquad (91)$$

Виконано узагальнення системи рівнянь руху вільних вузлів N-вимірної сітчастої структури, що перебуває під дією векторних полів, для евклідового простору E^N.

У сьомому розділі «Програмна реалізація та впровадження результатів досліджень» розроблено ряд алгоритмів автоматизації процесів формування даних про параметри дискретної моделі досліджуваної сітчастої структури на основі застосування логічних операторів та матричних перетворень.

Розроблено програмні алгоритми автоматизації процесу визначення координат вільних вузлів моделі досліджуваної сітчастої структури на основі застосування логічних операторів та матричних перетворень.

Розроблено програмні алгоритми автоматизації процесу обчислення опорних реакцій досліджуваної сітчастої структури.

Продемонстровано приклади розрахунків координат вільних вузлів сітчастої структури в процесі їх формоутворення з подальшим розрахунком опорних реакцій. Результати моделювання свідчать про коректність роботи усіх розрахункових алгоритмів і, як наслідок, про їх працездатність, незалежно від характеру зовнішніх навантажень та розподілу коефіцієнтів щільності внутрішніх зусиль (параметрів стану ланок моделей).

Методологічні результати досліджень, а також розроблені алгоритми програмної реалізації впроваджено у практику реального проектування енергоефективних будівель і споруд, стрижневих конструкцій та інженерних мереж, зокрема мереж систем теплопостачання при новому будівництві. Окрім того, матеріали дисертаційної роботи впроваджено і використовуються у навчальному процесі КНУБА.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-практичну проблему – розроблено методологічні основи геометричного інтерпретаційного моделювання сітчастих структур та продемонстровано їх застосування при вирішенні прикладних задач у різних галузях науки і техніки. Це дозволяє ефективно ідентифікувати системні ознаки об’єктів, явищ і процесів та дає змогу комплексно вирішувати задачі їх корегування й оптимізації єдиними інструментальними засобами.

В той же час близькість математичного апарату інтерпретаційних сітчастих структур до закономірностей та алгоритмів чисельних методів відкриває перспективи їх симбіотичного поєднання або взаємного доповнення, що в свою чергу призводить до синергетичних ефектів.

Серед отриманих результатів найбільш вагомими слід вважати наведені нижче:

1. На основі проведення якісного аналізу досліджень за напрямком математичного моделювання дискретних об’єктів, методів аналізу та розрахунку стрижневих конструкцій, а також основних чисельних методів оптимізації параметрів функцій багатьох змінних, було виокремлено найбільш універсальні інструменти, що стали основою для розробки методологічних основ та інструментарію формування дискретних геометричних моделей сітчастих структур, які інтерпретують багатокомпонентні системи і складні процеси, на основі узагальненого СГМ для розв’язання широкого кола актуальних прикладних задач.

2. На основі СГМ створено єдину геометричну інтерпретаційну модель сітчастої структури, що перебуває під дією зовнішніх впливів і може прогнозовано змінювати свою форму в результаті системного корегуватися внутрішніх параметрів її стану.

3. Встановлено диференційні закономірності між геометричними і фізичними параметрами сітчастої структури та скалярним потенціалом і щільністю потоку векторного поля, що її врівноважує у незакріплених вузлах моделі. Відповідні закономірності, які пов’язують фізико-геометричні параметри моделей зі значенням вузлових потенціалів діючих на них полів, у спрощеній формі представляють собою параметричні рівняннями стану вільних вузлів.

Виведено параметричні рівняння стану ланок сітчастих структур, що описують зв'язок між фізичними і геометричними параметрами цих ланок та вузловими характеристиками діючих навантажень польової природи, які формоутворюють модель. На основі одержаних рівнянь розроблено універсальний метод управління параметрами ланок сітчастих структур шляхом системного корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів.

4. Розроблено інваріантний по відношенню до постановки задач метод корегування

сітчастих структур, побудованих шляхом геометричного формоутворення, який передбачає можливість накладання на модель додаткових функціональних умов і властивостей практичного характеру. Метод базується на застосуванні параметричних рівнянь стану вільних вузлів моделі, модернізованих до форми функцій Лагранжа із додатковими невідомими коефіцієнтами. Саме за рахунок такої модернізації з'являється можливість введення додаткових умов та властивостей, що накладаються й надаються дискретно представленим моделям.

5. На основі розроблених методів створено геометричні алгоритми побудови дискретних плоских та просторових кривих ліній, а також дискретних каркасів поверхонь, неперервні аналоги яких визначаються функціями у неявній формі. Алгоритми базуються на перерозподілі показників щільностей внутрішніх сил у ланках моделей (які й є параметрами стану ланок) таким чином, щоб сітчасті структури приймали наперед визначені неявними функціями форми та набували заданих властивостей, в тому числі диференціальних.

6. Створено алгоритми прискорення процесу моделювання регулярних дискретних каркасів кривих та поверхонь, заданих у параметричній або неявній формі. Алгоритм базується на спрямуванні формоутворюючих векторів зовнішніх сил завжди лише у напрямку шуканого геометричного об'єкту-прообразу, виключаючи можливість помилок ітераційного числення при пошуку координат вільних вузлів моделі. Це в свою чергу значно інтенсифікує процес пошуку форми інтерпретаційної сітчастої структури.

7. Запропоновано ефективну методику розрахунку та оптимізації форми і компонентів НДС стрижневих будівельних конструкцій з шарнірним сполученням ланок, у вузлах яких не виникає згинальних або крутних моментів при сприйнятті проектних нормативних навантажень. На основі запропонованої методики існує можливість як локального, так і комплексного корегування форми стрижневих конструкцій. Дана методика розширює область застосування інструментів дискретної прикладної геометрії на прямі задачі будівельної механіки.

8. Розроблено алгоритм оптимізації геометричних та фізичних параметрів огороджувальних конструкцій і теплових оболонок енергоефективних будівель, на основі системного розв'язання параметричних рівнянь стану ланок моделей, що інтерпретують процеси їх теплообміну. Також створено адаптивний алгоритм скорочення тепловтрат мереж систем теплопостачання на основі оптимізації їх геометричних моделей на стадії підготовки проектних рішень. Даний алгоритм передбачає можливість урахування існуючих містобудівних умов та обмежень, що накладають в процесі проектування.

9. Розроблено алгоритм пошуку ефективних геометричних параметрів багатоярусних підпірних стін на основі симбіотичного поєднання методу штрафних функцій та методу управління параметрами сітчастих структур. Алгоритм базується на мінімізації компонентів НДС конструкцій досліджуваних підпірних стін.

10. Запропоновано спосіб оптимізації організаційних кластерних структур шляхом управління параметрами стану ланок їх геометричних моделей, як інтерпретаційних сітчастих структур. Даний спосіб дозволяє оптимізувати ефект від взаємодії між суб'єктами господарюванні в усіх кластерах, та стимулювати окремих учасників виробничого процесу до підвищення рівня їх потенціалу в професійній галузі.

11. Представлено спосіб геометричного моделювання мікроструктури кристалічних решіток, як інтерпретаційних сітчастих структур, на прикладі іонних кристалів. Спосіб передбачає можливість урахування зовнішнього впливу зовнішніх сил на положення елементів моделей кристалічних решіток.

12. Одержані диференційні закономірності руху вузлів інтерпретаційних моделей сітчастих структур. Відповідні рівняння узагальнені по відношенню до задач, що

вирішуються у просторах довільної розмірності.

13. Здійснені впровадження та проведені апробації матеріалів дослідження демонструють дієздатність запропонованих методів, способів і алгоритмів та підтверджують обґрунтованість й достовірність отриманих результатів.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті, у міжнародних виданнях, та у виданнях, які включено до науково-метричних баз:

1. *Skochko V., Ploskyi V.* Morphogenesis and adjustment of flat rod structures [Текст]. *USEFUL. Online Scientific Journal.* USA, Miami. Vol. 2, Iss. 2, 2018. P. 8-26. DOI: https://doi.org/10.32557/useful-2-2-2018-0002. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: BASE, OpenAIRE, Dimensions, ResearchBib, ResearchGate, Google Scholar, Index Copernicus, WorldCat та ін.). (*Особистий внесок здобувача: математичний алгоритм перерозподілу показників щільності внутрішніх сил у стрижнях плоских безмоментних стрижневих ферм з метою моделювання елементів їх НДС, на основі системного розв'язання параметричних рівнянь стану відповідних конструкцій*).

2. *Skochko V.* Determination of support reactions of rod constructions obtained by morphogenesis [Текст]. *USEFUL. Online Scientific Journal.* USA, Miami. Vol. 2, Iss. 3, 2018. P. 29-42. DOI: https://doi.org/10.32557/useful-2-3-2018-0005. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: BASE, OpenAIRE, Dimensions, ResearchBib, ResearchGate, Google Scholar, Index Copernicus, WorldCat та ін.).

3. *Skochko V., Isaenko D., Ploskyi V.* Some aspects of setting up the technical regulation system in the design and construction industry in the transition to a design parametric approach [Текст]. *USEFUL. Online Scientific Journal*. USA, Miami. Vol. 3, Iss. 1, 2019. P. 6-15. DOI: https://doi.org/10.32557/useful-3-1-2019-0002. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: BASE, OpenAIRE, Dimensions, ResearchBib, ResearchGate, Google Scholar, Index Copernicus, WorldCat та ін.). (*Особистий внесок здобувача: математичний опис алгоритму кількісного та якісного аналізу параметрів технічного регулювання, що задіяні у різних досліджуваних методиках і нормативних документах, з метою виявлення глибини інтеграції тієї чи іншої із них у реальну практику виконання проектно-будівельних робіт*).

4. *Skochko V., Bolharova N., Ruchynskyi M., Lesko V.* Infographic modeling of heat exchange of energy efficient building [Текст]. *Lecture Notes in Civil Engineering*, *Volume 73*. Proceedings of the 2nd International Conference on Building Innovations. ICBI 2019. © Springer Nature Switzerland AG 2020. P. 555-569. Print ISBN: 978-3-030-42938-6. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-42939-3_55. (Журнал включено до міжнародної науково-метричної бази даних SCOPUS та ін.). (*Особистий внесок здобувача: математична інтерпретація системного моделювання теплового балансу будівлі засобами дискретної прикладної геометрії*).

5. *Skochko V., Kulikov P., Ploskiy V.* The principles of discrete modeling of rod constructions of architectural objects [Текст]. *Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. An international Journal on Operation of Farm and Agri-Food Industry Machinery*. Lublin, 2014. Vol. 8. No 16. P. 3-10. ISSN: 1730-8658. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Argo Database, Publons, Index Copernicus та ін.). (*Особистий внесок здобувача: основні принципи моделювання стрижневих просторових будівельних конструкцій засобами дискретної геометрії та математичні залежності, що становлять основу даного підходу і представляють собою диференціальні закономірності між геометричними та

фізичними параметрами модельованих конструкцій, а також параметрами зовнішніх навантажень, що визначають кінцеву форму моделі).

6. *Skochko V.* Morphogenesis and correction of planar rod constructions with a small amount of free nodes [Текст]. *Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. An international Journal on Operation of Farm and Agri-Food Industry Machinery*. Lublin, 2015. Vol. 8. No 17. P. 35-43. ISSN: 1730-8658. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Argo Database, Publons, Index Copernicus та ін.).

7. *Skochko V., Isaienko D.* Modeling of the intellectual system's work for supporting decisions making on technical regulation in building under uncertainty conditions [Текст]. *«EUREKA: Physics and Engineering». Number 2. Computer Sciences.* Tallin, Estonia. 2019, No 2. P. 3-9. ISSN: 2461-4262 (Online), ISSN: 2461-4254 (Print). DOI: http://dx.doi.org/10.21303/2461-4262.2019.00866. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: SCOPUS, Index Copernicus, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Google Scholar, WorldCat та ін.). (*Особистий внесок здобувача: автору належить концепція алгоритму кількісного та якісного аналізу параметрів технічного регулювання, що задіяні у різних досліджуваних методиках і нормативних документах, з метою їх подальшого системного узгодження*).

8. *Скочко В.І., Плоский В.О., Гегер А.Д., Скочко Л.О.* Скорочення тепловтрат систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні [Текст]. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : *науково-технічний збірник*. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 10. С. 15-28. ISSN: 2310-0516 (Print). DOI: https://doi.org/10.32347/2310-0516.2018.10.15-28. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Google Scholar, "Українська наукова періодика", Bielefeld Academic Search Engine (BASE), WorldCat). (*Особистий внесок здобувача: аналіз чинників, що мають формувати загальні принципи оптимізації системи теплопостачання, як сітчастої структури, а також математичні основи визначення геометричних параметрів цієї системи з урахуванням відповідних чинників*).

9. *Скочко В.І.* Формоутворення каркасів технічних форм, заданих на площині неявними функціями [Текст]. *Підводні технології. Промислова та цивільна інженерія* : міжнародний науково-виробничий збірник. Київ : КНУБА, 2017. Вип. 7. С. 3-17. ISSN: 2415-8569 (Online), ISSN: 2415-8550 (Print). DOI: https://doi.org/10.26884/1707.1101. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Sindexs, Jourinfo, EBSCO, Google Scholar, Index Copernicus, та ін.).

10. *Скочко В.І., Болгарова Н.М., Плоский В.О.* Моделювання теплообміну енергоефективної будівлі [Текст]. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 11. С. 7-21. ISSN: 2310-0516 (Print). DOI: https://doi.org/10.32347/2310-0516.2018.11.7-21. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Google Scholar, "Українська наукова періодика", Bielefeld Academic Search Engine (BASE), WorldCat). (*Особистий внесок здобувача: математичний опис геометричної моделі стаціонарного температурного режиму будівлі, що базується на комплексному системному розрахунку температур на поверхнях та у повітрі внутрішніх приміщень, із урахуванням теплофізичних параметрів матеріалів стінових конструкцій, вікон та дверей, теплонадходжень від системи опалення та інших джерел енергії, а також параметрів роботи системи вентиляції*).

11. *Скочко В.І., Кулінко Є.О., Погосов О.Г.* Методика діагностування свердловин ґрунтових теплових насосів на предмет теплового потенціалу в залежності від типу ґрунту [Текст]. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : наук.-техн. збірник. Київ: КНУБА, 2019. Вип. 12. С. 20-29. ISSN: 2310-0516 (Print). DOI: https://doi.org/10.32347/2310-

0516.2019.12.20-29. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Google Scholar, "Українська наукова періодика", Bielefeld Academic Search Engine (BASE), WorldCat). (*Особистий внесок здобувача: математичний підхід до визначення фізико-механічних властивостей досліджуваного типу ґрунту при діагностуванні свердловин ґрунтових теплових насосів на предмет теплового потенціалу засобами чисельного моделювання й дискретної геометрії*).

12. *Скочко В.І., Копасова А.В., Кожедуб С.А.* Деякі аспекти визначення рівня освітленості криволінійних поверхонь від точкових джерел [Текст]. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 13. С. 7-13. ISSN: 2310-0516 (Print). DOI: https://doi.org/10.32347/2310-0516.2019.13.7-13. (Журнал включено до міжнародних науково-метричних баз даних: Google Scholar, "Українська наукова періодика", Bielefeld Academic Search Engine (BASE), WorldCat). (*Особистий внесок здобувача: математичні модифікації закону обернених квадратів для визначення рівня освітленості поверхонь від точкових джерел світла*).

Статті у фахових виданнях України:

13. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Геометричне моделювання структури іонних кристалів [Текст]. *Чернігівський науковий часопис. Серія 2 : Техніка і природа.* Чернігів : Чернігівський державний інститут економіки та управління, 2012. Том 3. Вип. 1. С. 100-106. (*Особистий внесок здобувача: запропонований метод дискретного геометричного моделювання мікроструктури твердих тіл, кристалічним решіткам яких властивий гетерополярний зв'язок між правильно розміщеними в їх вузлах іонами*).

14. *Скочко В.І.* Пошук містків холоду у вузлах будівельної конструкції на основі спеціальних інтерполяційних функцій [Текст]. *Енергозбереження в будівництві та архітектурі* : науково-технічний збірник. Київ : КНУБА, 2013. Вип. 4. С. 259-264.

15. *Скочко В.І.* Деякі аспекти опису рівноваги елементів сітчастої структури [Текст]. *Строительство и техногенная безопасность*. Симферомоль : НАПКС, 2013. Вып. 48. С. 172-180.

16. *Скочко В.І., Скочко Л.О.* Диференціальні закономірності між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та полів, що їх врівноважують [Текст]. *Основи і фундаменти* : міжнар. наук.-техн. зб. Київ : КНУБА, 2013. Вип. 33. С. 85-95. (*Особистий внесок здобувача: одержані диференційні залежності між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та векторних полів, під дією яких ці структури перебувають у стані статичної рівноваги*).

17. *Скочко В.І. Скочко Л.О.* Рівняння параметрів стану та положення в'язей сітчастих структур [Текст]. *Основи і фундаменти* : міжнар. наук.-техн. зб. Київ : КНУБА, 2013. Вип. 34. С. 47-56. (*Особистий внесок здобувача: продемонстровані підходи до побудови рівнянь, що виявляють залежність між геометричними та фізичними параметрами в'язей сітчастих структур, а також векторними та скалярними характеристиками зовнішніх полів, які визначають поточний стан цих структур*).

18. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Алгоритм управління параметрами в'язей сітчастих структур, на основі корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів [Текст]. *Енергоефективність будівництві та архітектурі* : наук.-техн.зб. Київ : КНУБА, 2014. Вип. 6. С. 224-230. (*Особистий внесок здобувача: математичний алгоритм системного управління параметрами ланок сітчастих структур, що базується на поступовому комплексному приведенню показників скалярного потенціалу польових впливів, які діють на дану структуру, до заздалегідь встановлених величин*).

19. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Побудова дискретних каркасів поверхонь із

використанням рівнянь параметрів стану та положення в'язей сітчастих структур [Текст]. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті* : наук. журнал. Луцьк : ЛНТУ, 2014. Вип. 2. С. 94-103. (*Особистий внесок здобувача: застосування математичного алгоритму системного управління параметрами ланок між вузлами сітчастих структур, що передбачає використання рівнянь параметрів стану та положення їхніх ланок, на прикладі побудови фрагменту дискретного каркасу поверхні*).

20. *Скочко В.І.* Рівняння параметрів стану та положення в'язі, що сполучає вільний та закріплений вузли сітчастої структури [Текст]. *Містобудування та територіальне планування* : наук.-техн.зб. Київ : КНУБА, 2014. Вип. 51. С. 521-527.

21. *Скочко В.І. Скочко Л.О.* Формоутворення та визначення компонентів напружено-деформованого стану плоских шарнірних ферм [Текст]. *Основи і фундаменти* : міжнар.наук.-техн.зб. Київ : КНУБА, 2015. Вип. 36. С. 87-95. (*Особистий внесок здобувача: принципи моделювання форми плоских ферм із шарнірними з'єднаннями у вузлах, подальшого визначення внутрішніх зусиль у стрижнях, а також алгоритм визначення переміщень у вузлах*).

22. *Скочко В.І., Мачулко А.С., Кобзар І.Г.* Концепція комбінованої системи енергоефективного гарячого водопостачання з використанням сонячної енергії, та каналізаційної рекуперації [Текст]. *Енергоефективність в будівництві та архітектурі* : наук.-техн. зб. Київ : КНУБА, 2016. Вип. 8. С. 214-219. (*Особистий внесок здобувача: основні положення роботи концептуальної комбінованої системи гарячого водопостачання, представленої комплексним поєднанням сучасних засобів накопичення та перетворення альтернативних чистих джерел енергії, а саме: сонячної енергії та вод, що надходять від будинку до каналізаційних стоків*).

23. *Скочко В.І., Болгарова Н.М., Плоский В.О.* Практичні аспекти побудови фізичної дискретної моделі теплообміну енергоефективної будівлі [Текст]. *Технічна естетика і дизайн* : міжвідомчий науково-технічний збірник. Київ : КНУБА, 2017. Вип. 13. С. 9-20. (*Особистий внесок здобувача: автору належить концепція системного підходу до математичного моделювання теплообміну будівлі, як сітчастої структури на основі методу електротеплової аналогії*).

24. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Диференційні закономірності руху вузлів сітчастих структур [Текст]. *Прикладна геометрія та інженерна графіка* : міжвідомчий наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 94. С. 108-117. (*Особистий внесок здобувача: рівняння динаміки руху вузлів сітчастих конструкцій, що перебувають під дією польових структур, у формі диференціальних закономірностей, а також тлумачення енергетичної природи цих рівнянь*).

25. *Скочко В.І.* Дискретна візуалізація плоских кривих, заданих функціями у неявній формі [Текст]. *Містобудування та територіальне планування :* наук.-техн.збірник. Київ : КНУБА, 2017. Вип. 64. С. 372-383.

26. *Скочко В.І.* Алгоритм розвантаження окремих опор стрижневих будівельних конструкцій із шарнірним вузловим сполученням [Текст]. *Енергозбереження в будівництві та архітектурі* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 9. С. 222-226.

27. *Скочко В.І., Лєщенко В.П., Плоский В.О.* Теоретичні аспекти проектування внутрішніх геометричних параметрів енергоефективних стінових блоків [Текст]. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 50. С. 376-388. (*Особистий внесок здобувача: математична формалізація запропонованого підходу до визначення оптимальних геометричних параметрів енергоефективних багатопустотних стінових блоків*).

28. *Скочко В.І.* Практичні аспекти дослідження та корегування сітчастих структур,

побудованих шляхом геометричного формоутворення [Текст]. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 51. С. 498-506.

29. *Скочко В.І.* Формування дискретних образів замкнених кривих на основі моделей з наперед заданою топологією [Текст]. *Містобудування та територіальне планування* : наук.-техн.збірник. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 67. С. 424-432.

30. *Скочко В.І.* Моделювання дискретних образів плоских кривих з ланками однакової довжини [Текст]. *Сучасні проблеми моделювання:* збірник наукових праць, Мелітополь: Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2018. Вип. 2. С. 132–137.

31. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Моделювання дискретних образів просторових кривих, заданих перетином двох поверхонь [Текст]. *Сучасні проблеми моделювання* : збірник наукових праць. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2018. Вип. 13. С. 138-144. (*Особистий внесок здобувача: підхід до побудови дискретних образів шуканих просторових кривих, заданих перетином двох поверхонь, що базується на використанні інтегральних рівнянь рівноваги вільних вузлів відповідних образів, доповнених спеціальними умовами (рівняннями й коефіцієнтами) до форми функцій Лагранжа*).

32. *Скочко В.І., Микитась М. В., Якусевич А. Г.* Теоретичні аспекти формування організаційних кластерів засобами дискретної геометрії [Текст]. *Сучасні проблеми моделювання* : збірник наукових праць. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2019. Вип. 14. С. 122-139. (*Особистий внесок здобувача: системний підхід до формування організаційних кластерів у вигляді повнозв'язних графів на секторальних діаграмах, до кожного сектору яких у процесі вирішення входять найбільш близькі за досвідом та ефективністю виконання споріднених робіт суб'єкти господарювання, що надалі спільно працюватимуть над визначеною відповідним сектором множиною проектів та/або завдань*).

33. *Скочко В.І.* Алгоритм прискорення моделювання регулярних дискретних каркасів кривих та поверхонь, заданих у параметричній формі [Текст]. *Сучасні проблеми моделювання* : збірник наукових праць. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2019. Вип. 15. С. 161-172.

34. *Скочко В.І., Орел Ю.М., Чернишев Д.О., Плоский В.О.* Побудова спеціальних цільових функцій при оптимізації геометричних моделей систем водопостачання [Текст]. *Сучасні проблеми моделювання :* збірник наукових праць. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2020. Вип. 17. С. 66-72. (*Особистий внесок здобувача: постановка проблеми, аналіз останніх досліджень, апроксимаційний підхід до побудови спеціальних модифікованих цільових функцій при оптимізації геометричних моделей систем водопостачання*).

Тези і матеріали наукових конференцій:

35. *Скочко В.І.* Пошук містків холоду у вузлах будівельної конструкції на основі спеціальних інтерполяційних функцій. *Енергоінтеграція-2013: Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : тези доповідей. Київ : КНУБА, 2013. С. 20.

36. *Скочко В.І.* Застосування диференціальних закономірностей між характеристиками сітчастих структур при вирішенні задач їх формоутворення та визначення параметрів стану [Текст]. *Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів*, 12-14 листопада 2013 р. Київ : КНУБА, 2013. Ч.2. С. 33.

37. *Скочко В.І.* Рівняння параметрів стану та відповідні обчислювальні шаблони для в'язей регулярних двовимірних сіток. *Прикладна геометрія, дизайн та інноваційна діяльність*

: зб. тез доп. III наук. конф. студ., асп. та молодих вчених, трав. 2014 р. Київ : НТУУ (КПІ), 2014. С. 192-197.

38. *Скочко В.І.* Деякі питання побудови дискретних розрахункових моделей об'єктів, що містять чарунки різних типів регулярних сіток [Текст]. *САПР ALLPLAN. Інноваційне проектування в архітектурі та будівництві* : матеріали семінару Міжнародної науково-практичної конференції. Київ : КНУБА, 2014. С. 63-66.

39. *Скочко В.І.* Геометричне моделювання напружено-деформованого стану стрижневих конструкцій покриття [Текст]. *Наукова конференція молодих вчених аспірантів і студентів,* листопад 2014 р. : тези доп. Ч. 2. Київ : КНУБА, 2014. С. 52.

40. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Алгоритм управління параметрами в'язей сітчастих структур, на основі корегування величин скалярного потенціалу зовнішніх впливів. *Енергоінтеграція-2014: Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА, 2014. С. 20. (*Особистий внесок здобувача: математичні викладки алгоритму корегування параметрів стану ланок сітчастих структур шляхом заміни поточних значень вузлових потенціалів полів, що діють у відповідних вузлах, на очікувані значення цих потенціалів*).

41. *Скочко В.І.* Перераспределение опорных нагрузок стержневых безмоментных конструкций путём коррекции их формы [Текст]. *Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии*: сборник трудов научной школы-семинара молодых учёных и студентов с международным участием. М. : РУДН, 2015. С. 128-133.

42. *Skochko V., Machulko A., Kobzar I.* The concept of combined energy efficient hot water supply using solar energy and sewage recuperation [Текст]. *Енергоінтеграція-2016: Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА, 2016. С. 39. (*Особистий внесок здобувача: теоретичні основи запропонованої концепції*).

43. *Skochko V.* The ways of discrete representation of planar curves defined by implicit functions [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2016 :* тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2016. С. 87.

44. *Skochko V., Ploskyi V.* Methodological aspects of optimization of geometric models of energy efficient heat supply systems (Методологічні аспекти оптимізації геометричних моделей енергоефективних систем теплопостачання) [Текст]. *Енергоінтеграція-2018: Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА, 2018. С. 69-70. (*Особистий внесок здобувача: теоретичні основи оптимізації геометричних параметрів мереж систем теплопостачання на основі мінімізації тепловтрат на кожній прямолінійній ділянці трубопроводів*).

45. *Skochko V.* Theoretical aspects of designing the schemes for allocation of heating supply networks and heat consumption objects with minimization of energy losses [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2017 :* тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2017. С. 122–123.

46. *Скочко В.І.* Управління формою статично визначуваних безмоментних стрижневих конструкцій [Текст]. *CGE-2017 – 2nd Second International Conference "Challenges in Geotechnical Engineering"*: праці другої міжнародної конференції. Київ : КНУБА, 2017. С. 142-143.

47. *Скочко В.І., Плоский В.О.* Discrete modeling of the enclosing structures shape of energy efficient houses (Дискретне моделювання форми огороджувальних конструкцій енергоефективних будинків) [Текст]. *Енергоінтеграція-2017: Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : робоча програма та тези доповідей. Київ : КНУБА,

2017. С. 54-55. (Особистий внесок здобувача: *теоретичні основи управління формою енергоефективних будинків шляхом комплексного корегування параметрів стану дискретних геометричних моделей їх теплообміну*).

48. *Skochko V.I.* Theoretical and practical bases of shaping and determination of internal forces of planar hinged trusses [Текст]. *XI Scientific Conference Composite Structures*. Poland, Zielona Góra, 2017. P. 145-146.

49. *Скочко В.І.* Побудова дискретно представлених кривих зі сталою довжиною ланок на площині [Текст]. *20 міжнар. наук.-практ. конф. «Сучасні проблеми геометричного моделювання», (Мелітополь, 05-08 червня 2018 р.)* : тези доп. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2018. С. 29.

50. *Skochko V.* Optimization of multi-level retaining walls by analyzing the functions of the dependence between the elements of stress-strain state of structures and their geometric parameters [Текст]. *CGE-2019 – 3rd Third International Conference "Challenges in Geotechnical Engineering", September 10th –13th*, Poland, Zielona Góra, 2019. P. 31.

51. *Скочко В., Микитась М., Кожедуб С., Шарапа С.* Адаптивні кластери енергоефективності архітектурно-будівельної галузі України: підхід, методи, засоби та особливості досліджень [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2018* : тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2018. С. 116-117. (Особистий внесок здобувача: *апарат геометричного дискретного моделювання ефективних організаційних кластерів архітектурно-будівельної галузі*).

52. *Скочко В., Орел Ю., Чернишев Д., Кожедуб С.* Дискретне моделювання оптимальних параметрів зовнішніх мереж вододпостачання засобами прикладної геометрії [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2019* : тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2019. С. 288-289. (Особистий внесок здобувача: *концепція геометричного моделювання енергоефективних параметрів зовнішніх мереж вододпостачання шляхом застосування цільових функцій на основі радіально-базисних функцій*).

53. *Скочко В., Плоска Г., Векслярська Т, Шарапа С.* Аналіз температурних полів при визначенні приведеного опору теплопередачі конструктивних вузлів, що містять потенційні містки холоду [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2020* : тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2020. С. 90-91. (Особистий внесок здобувача: *концепція та математичний алгоритм пошуку сепаратрис температурних полів у досліджуваних вузлах огороджувальних конструкцій з метою визначення чітких границь відповідних вузлів при визначенні їх приведеного опору теплопередачі*).

54. *Скочко В.І.* Прискорення процесу моделювання регулярних дискретних каркасів кривих і поверхонь, заданих у параметричній формі [Текст]. *Сучасні проблеми геометричного моделювання :* тези доп. 21 міжнар. наук.-практ. конф. Мелітополь : Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2019. С. 25.

55. *Скочко В., Скочко Л., Бовда Т.* Алгоритм скорочення витрат матеріалів при проектуванні стрижневих конструкцій. *Енергоінтеграція-2019* : *Інтегровані енергоефективні технології в будівництві та архітектурі* : тези доповідей. Київ : КНУБА. 2019. С. 44-45. (Особистий внесок здобувача: *алгоритм та математичний інструментарій скорочення витрат матеріалів на основі мінімізації величин внутрішніх зусиль у ланках моделей стрижневих конструкцій*).

56. *Скочко В.І.* Дискретне моделювання оптимальних параметрів зовнішніх мереж вододпостачання засобами прикладної геометрії [Текст]. *Буд-Майстер-Клас-2015 :* тези доп. міжнар. наук.-практ. конф. молодих вчених. Київ : КНУБА, 2015. С. 80-81.

Додаткові публікації:

57. *Скочко В., Бойко І., Скочко Л.* Особливості роботи підпірних стін з буронабивних паль у текучих пісках [Текст]. *Основи і фундаменти* : наук.-техн. збірник. Київ : КНУБА, 2019. Вип. 39. С. 9-18. ISSN: 0475-1132 (Print). DOI: https://doi.org/10.32347/0475-1132.39.2019.9-18. (*Особистий внесок здобувача: аналіз даних за результатами чисельного моделювання роботи підпірних пальових стін різноманітної конфігурації, в тому числі із застосуванням ґрунтових анкерів, у складі системи «утримуючі конструкції – ґрунтовий масив»*).

АНОТАЦІЯ

Скочко В. І. Методи інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур та їх застосування. – *Рукопис.*

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури. – Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розвитку інструментальної бази методів дискретного геометричного моделювання багатокомпонентних об'єктів, явищ та процесів, що можуть бути інтерпретовані сітчастими структурами. При цьому природа відповідних об'єктів, явищ та процесів може описуватися як диференціальними, так і іншими функціональними закономірностями, в тому числі скалярними й векторними полями.

З точки зору системного аналізу усі інтерпретаційні моделі сітчастих структур складаються з типових елементів та мають спільні ознаки. Зокрема, у найбільш спрощеній формі складовими елементами сітчастих структур є вільні і фіксовані вузли, а також прямолінійні ланки, які їх сполучають та виражають міру взаємодії між відповідними вузлами. Найнаочнішим прикладом сітчастих структур є стрижневі архітектрно-будівельні конструкції з шарнірним сполученням ланок, які в ідеалізованому випадку можуть формуватися та змінювати значення компонентів НДС в результаті впливу зовнішніх функціональних навантажень. Процес взаємодії сітчастих структур, як складних систем, із зовнішнім середовищем полягає саме у сприйнятті, перерозподіленні по ланках і подальшій передачі внутрішніх зусиль на основу через опорні (фіксовані) вузли. Спираючись на таке уявлення про роботу сітчастих структур, поставлено та вирішено ряд науково-практичних задач, пов'язаних із формоутворенням та корегуванням параметрів їх стану. В якості параметрів стану ланок моделей пропонується приймати щільність внутрішніх зусиль у них. В залежності від способу інтерпретації фізичного або абстрактного значення цих параметрів та зовнішніх впливів, запропоновано різні методи формоутворення й корегування сітчастих структур. Відповідні методи розроблені на основі узагальненої форми статико-геометричного методу прикладної дискретної геометрії, рівняння рівноваги якого було доповнено диференціальними закономірностями між геометричними й фізичними параметрами сітчастих структур та скалярних і векторних полів, що врівноважують або призводять до руху вузли їх інтерпретаційних моделей. Дані закономірності представляють собою рівняння стану вільних вузлів та ланок моделей, що були узагальнені та адаптовані для вирішення як статичних, так і динамічних прикладних задач у проектних просторах довільної розмірності.

З одного боку, розроблено методи системного управління параметрами стану сітчастих структур для задач, що передбачають неможливість впливу на форму моделей за рахунок зміни зовнішнього вузлового навантаження. З іншого боку, створено методи формоутворення дискретних геометричних образів (у формі сітчастих структур), що базується на перетворенні параметричних рівнянь стану вузлів моделі на функції у формі Лагранжа, які містять

додаткові невідомі параметри варіювання. Наявність відповідних параметрів дозволяє накладати на задачу формоутворення додаткові умови моделювання та надавати дискретним образам визначені диференціальні й метричні властивості, перетворюючи сам процес моделювання на задачу пошуку умовних оптимумів.

На основі даних методів розроблено відповідні розрахункові алгоритми, які дозволяють вирішувати наступні прикладні задачі формоутворення та оптимізації інтерпретаційних моделей сітчастих структур:

- формоутворення плоских та просторових дискретно представлених кривих та поверхонь, неперервні аналоги яких задано функціями у неявній чи параметричній формі, та/або яким мають бути надані наперед визначені диференціальні або метричні характеристики (як то значення кривизни, довжин ланок моделі, та ін.);
- моделювання параметрів НДС, а також управління й оптимізація форми плоских та просторових стрижневих і вантових безмоментних будівельних конструкцій;
- управління геометричними і фізичними параметрами огороджувальних конструкцій енергоефективних будівель на основі дискретного геометричного моделювання процесу їх теплообміну;
- скорочення тепловтрат зовнішніх мереж систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей;
- моделювання ефективних геометричних параметрів пальових підпірних багатоярусних стін складної конфігурації;
- управління параметрами організаційних кластерів у будівельному виробництві з метою підвищення ефективності їх функціонування;
- моделювання мікроструктури кристалічних іонних решіток (граток).

Розроблені методи, алгоритми, способи та прийоми розширюють інструментальну базу прикладної геометрії та дозволяють вирішувати комбіновані інженерні задачі формоутворення та чисельного моделювання за рахунок синегретичного поєднання елементів дискретного геометричного моделювання, чисельних методів, теорії поля, ШІ та теорії оптимізації.

Результати проведених досліджень були підтверджені тестовими розрахунками і прикладами, впроваджені у практику реального проектування будівель, споруд та зовнішніх інженерних систем, а також у навчальні процеси Київського національного університету будівництва і архітектури.

Ключові слова: дискретне геометричне моделювання, формоутворення, сітчасті структури, дискретно представлені образи, чисельне моделювання, оптимізація архітектурно-будівельних конструкцій, енергоефективність та енергоресурсозбереження, організаційні кластери у будівельному виробництві.

ABSTRACT

Skochko V. I. Methods of interpretive geometric modeling of mesh structures and their application. – *Manuscript.*

The dissertation on competition of a scientific degree of the Doctor of Technical Sciences on a specialty 05.01.01 – Applied geometry, engineering graphics. – Kyiv National University of Construction and Architecture. – Kyiv, 2021.

The dissertation is devoted to the development of the tool base of methods of discrete geometric modeling of multicomponent objects, phenomena and processes that can be interpreted by mesh structures. Thus the nature of the appropriate objects, phenomena and processes can be described by both differential, and other functional

regularities including scalar and vector fields.

In terms of system analysis all interpretative model mesh structures are composed of typical elements and have common features. In particular, in the simplest form, the constituent elements of the mesh structures are free and fixed nodes, as well as rectilinear links that connect them and express the degree of interaction between the respective nodes. The most striking example of mesh structures are rod architectural and building structures with a hinged connection of links, which in ideal condition can be formed and change the values of the components of the stress-strain state as a result of external functional loads. The process of interaction of mesh structures as complex systems with the environment lies in perception, reallocation and links to further internal efforts to transfer basis through bearing (fixed) nodes. Based on this idea of the work of mesh structures, a number of scientific and practical problems related to the formation and adjustment of the parameters of their state are set and solved. As the parameters of the condition of links of models it is offered to accept the density of internal efforts in them. Depending on the method of interpretation of the physical or abstract value of these parameters and external influences, different methods of forming and adjusting of mesh structures are proposed. The corresponding methods are developed on the basis of the generalized form of static-geometric method of applied discrete geometry, the equilibrium equation of which was supplemented by differential regularities between geometric and physical parameters of mesh structures, scalar and vector fields that balance or gear the interpretive models. These regularities represent the equations of state of free nodes and links of models that have been generalized and adapted to solve both static and dynamic application problems in design spaces of arbitrary dimension.

On the one hand, there are developed the methodical system management of parameters of a condition of system structures for tasks, which provide impossibility of influence on the form of models due to the change of external nodal loading. On the other hand, there are created the methods of forming discrete geometric images (in the form of mesh structures), which is based on the transformation of parametric equations of state of model nodes into functions in Lagrangian form, which contain additional unknown variation parameters. The presence of appropriate parameters allows to impose additional modeling conditions on the objective of shaping and to provide discrete images with certain differential and metric properties, turning the modeling process itself into a problem of finding conditional optimums.

Based on these methods, appropriate calculation algorithms have been developed that allow solving the following applied objectives of shaping and optimization of interpretive models of mesh structures:

- the formation of flat and spatial discretely represented curves and surfaces, continuous analogues of which are given by functions in implicit or parametric form, and / or which must be given predetermined differential or metric characteristics (such as curvature values, model link lengths, etc.);
- the modeling of the parameters of the stress-strain state, as well as control and optimization of the shape of flat and spatial rod and cableless momentless building structures;
- the control of geometric and physical parameters of enclosing structures of energy efficient buildings on the basis of discrete geometric modeling of the process of their heat exchange;
- the reduction of heat losses of external networks of heat supply systems by optimization of their geometrical models;

- the modeling of effective geometrical parameters of pile retaining multi-tiered walls of complex configuration;
- the control of parameters of organizational clusters in construction production for the purpose of increase of efficiency of their functioning;
- the modeling of the microstructure of crystal ion lattices (lattice).

Developed methods, algorithms, methods and techniques expand the tool base of applied geometry and allow to solve combined engineering objectives of shaping and numerical modeling due to synegretic combination of elements of discrete geometric modeling, numerical methods, field theory, artificial intelligence and optimization theory.

The results of the research were confirmed by test calculations and cases, introduced into the practice of real design of buildings, structures and external engineering systems, as well as in the educational processes of the Kyiv National University of Construction and Architecture.

Keywords: discrete geometric modeling, morphogenesis, mesh structures, discrete images, numerical modeling, optimization of architectural and building structures, energy efficiency and energy saving, organizational clusters in construction production.