

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

НЕДІН ВАЛЕНТИН ОЛЕГОВИЧ

УДК 539.3

НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ
ІЗ УРАХУВАННЯМ ГІРОСКОПІЧНИХ СИЛ

05.23.17 – будівельна механіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ-2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі основ інформатики та в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Лізунов Петро Петрович,
Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, завідувач кафедри основ інформатики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Гондляр Олександр Володимирович,
НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського» Міністерства освіти і науки України, завідувач кафедри хімічного, полімерного та силікатного машинобудування

кандидат технічних наук
Богдан Дмитро Васильович,
Державне підприємство «Науково-дослідний інститут будівельних конструкцій» Міністерства розвитку громад та територій України, старший науковий співробітник відділу огорожувальних конструкцій

Захист відбудеться «19» лютого 2021 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.04 Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31, а. 466.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури.

Автореферат розісланий «14» січня 2021 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук, доцент



Д.В. Михайловський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Задачі напружено-деформованого стану та коливань систем пружних стержнів, валів, роторів, що обертаються, виникають при проектуванні елементів конструкцій машин та приладів. Вали, ротори, що обертаються, є відповідальними елементами двигунів, турбін, вітро- та гідроенергетичних установок, бурильних колон, інших конструкцій.

Для елементів конструкцій, що обертаються, загальним є те, що причиною розвитку коливань може стати періодична зміна за часом як гіроскопічних сил інерції, так і інших параметрів системи. Наприклад, вал, переріз якого має нерівні головні жорсткості, може зазнавати інтенсивних поперечних коливань навіть у тому випадку, коли він повністю урівноважений, або його вісь паралельна вектору прискорення сил тяжіння. Безпосередньою причиною збудження коливань в цьому випадку є періодична зміна жорсткості у часі. У випадках складного руху сили інерції, викликані поворотом осі обертання конструкції, виводять її з площини обертання та призводять до прецесійних коливань. При цьому змінюється значення резонансних частот, порушуються умови автобалансування, виникають явища коливальної нестійкості.

Причиною розвитку коливального руху також можуть стати періодичні зовнішні навантаження, а саме періодичні поздовжні навантаження. Наприклад, при роботі бурильної колони періодичним може стати вплив реакції забою внаслідок її поперечних коливань, при яких здійснюються поздовжні переміщення її рухомого кінця. При роботі промислового перфоратора періодичною є дія ударника перфоратора на хвостовик стержня свердла або бура. При русі суден періодичним може стати навантаження на валопровід з боку гвинта при проходженні зон турбулентності. Також в валопроводах періодичним може бути вплив коливального руху сусідньої ділянки, який передається через з'єднувальну муфту завдяки поздовжнім переміщенням.

Поведінка пружних систем, що обертаються, які складаються з валів, стержнів, роторів, описується складними системами диференціальних рівнянь з частковими похідними з урахуванням гіроскопічних сил, які обумовлюються переносними, відносними та коріолісовими прискореннями. Мала жорсткість, велика довжина, порівняно високі значення параметрів інтенсивності збуджень, при яких експлуатуються елементи конструкцій, що розглядаються, призводять до необхідності врахування в рівняннях нелінійності, аналізу коливального руху в межах критичних та закритичних швидкостей обертання, визначення спектру частот власних коливань та критичних швидкостей обертання з урахуванням гіроскопічної дії, а також аналізу стійкості при дослідженні різних режимів руху.

Аналіз присутніх у науковій літературі результатів свідчить про те, що задача дослідження динаміки та міцності пружних систем, що обертаються, з урахуванням впливу гіроскопічних та інших інерційних навантажень, а також періодичних зовнішніх навантажень, є актуальною і цікавою з точки зору будівельної механіки, оскільки такі навантаження можуть призвести до зростання амплітуд коливань, збільшенню деформацій та напружень до критичних значень.

Зв'язок роботи з науковими програмами. Дисертаційна робота виконувалась в рамках наукових досліджень, що були проведені на кафедрі основ інформатики Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) та Науково-дослідного інституту будівельної механіки (НДІБМ) КНУБА, зокрема в межах науково-дослідних робіт: 4ДБ-2000 «Дослідження стійкості та надійності відповідальних елементів вітроенергетичних установок великої потужності з урахуванням взаємодії полів аеродинамічних та інерційних сил» (№ держ. реєстрації 0100U002802) та 2ДБ-2018 «Методи та алгоритми прогнозування критичних станів та катастроф у динамічних системах при дії навантажень ударного та стохастичного характеру» (№ держ. реєстрації 0118U002015). Автор брав безпосередньо участь у виконанні цих науково-дослідних робіт як виконавець.

Мета і задачі дослідження. Мета роботи полягає у постановці та розв'язанні задач динаміки систем пружних валів та стержнів, що знаходяться під дією інерційних та інших зовнішніх сил, розробці методики і ефективного чисельного апарату розв'язку поставлених задач, аналізу динамічної поведінки, напружено-деформованого стану, визначенню режимів руху, динамічних та геометричних параметрів, при яких елементи конструкцій зберігають експлуатаційні характеристики чи зазнають суттєвих деформацій та критичних напружень. З метою розв'язання науково-технічної проблеми, пов'язаної з розробкою, теоретичним дослідженням динаміки систем валів та стержнів з урахуванням гіроскопічних та інших періодичних навантажень, виявлення їх впливу на пружну стійкість систем, що досліджуються, необхідно було виконати таке:

- поставити задачу про коливальний рух стержнів, що обертаються, з урахуванням гіроскопічних та інших інерційних, а також поздовжніх зовнішніх навантажень;
- сформулювати диференціальні рівняння коливального руху при обертанні з урахуванням геометричної нелінійності стержня, гіроскопічних сил інерції, що виникають при обертанні, поздовжніх зовнішніх навантажень;
- отримати формули для визначення частот власних коливань та критичних швидкостей обертань стержнів при прямому та зворотному прецесійному русі;
- для систем валів та стержнів визначити значення частот власних коливань, критичних швидкостей обертань при різних параметрах системи;
- розробити методику чисельного дослідження коливального руху стержнів значної довжини при обертанні під дією інерційних навантажень, а також сталих і періодичних поздовжніх навантажень;
- виконати чисельні дослідження коливального руху та динамічної поведінки стержнів різної довжини при обертанні, з аналізом їх напружено-деформованого стану.

Об'єктом дослідження є методика чисельного розв'язання задач динаміки систем пружних валів та стержнів, що обертаються у полях сил інерції та гравітації.

Предметом дослідження є значення зовнішніх осьових сил, частоти власних коливань та критичних швидкостей обертань, а також області динамічної стійкості валів та стержнів з різними геометричними та фізичними параметрами.

Методи дослідження. Задачі про виникнення напружено-деформованого стану та коливань систем пружних стержнів та валів сформульовані за допомогою методів будівельної механіки. Об'єкти, що обертаються, ототожнюються з пружними стержнями різної довжини з геометричними та фізичними параметрами, що відповідають їх властивостям. Для побудови рівнянь коливального руху таких стержнів при обертанні застосовувались методи диференціальної геометрії та теоретичної механіки. Диференціальні рівняння, що були побудовані для визначення власних частот коливань та критичних швидкостей обертань розв'язувались аналітичними методами, при дослідженні динаміки коливального руху та визначенні областей динамічної нестійкості – чисельними методами.

Достовірність результатів досліджень підтверджується обґрунтованим вибором прийнятих динамічних моделей систем, що розглядалися, коректністю математичних перетворень, використаних в ході отримання розв'язувальних співвідношень, практичною перевіркою результатів обчислень, а також порівнянням отриманих результатів з результатами інших авторів.

Наукова новизна отриманих результатів. З метою вирішення задач динаміки пружних елементів конструкцій з урахуванням дії гіроскопічних сил та зовнішніх періодичних навантажень:

- Розроблено методику чисельного дослідження коливань та визначення критичних швидкостей обертань елементів конструкцій, що обертаються під дією зовнішніх навантажень, інерційних та гравітаційних сил.
- Розроблено нову методику комп'ютерного моделювання коливального руху довгих стержнів при обертанні з візуальним відображенням процесу коливань в реальному часі.
- Виконано аналіз динамічної поведінки валів та стержнів, що обертаються, визначені режими руху, динамічні та геометричні параметри, при яких елементи конструкцій зберігають експлуатаційні характеристики або зазнають суттєвих деформацій та критичних напружень.
- Отримані нові результати, які відображають вплив гіроскопічних навантажень на динамічну поведінку довгомірних стержнів під дією зовнішніх навантажень, інерційних та гравітаційних сил.

Практичне значення отриманих результатів. Практична цінність роботи полягає в розробці нової чисельно-аналітичної методики дослідження коливального руху пружних елементів конструкцій при обертанні та її реалізації у програмних комплексах, які призначені для розв'язання задач динаміки систем пружних валів, стержнів, роторів. Розроблені програмні засоби використано в НДІБМ КНУБА при виконанні держбюджетних науково-дослідних робіт «Дослідження стійкості та надійності відповідальних елементів вітроенергетичних установок великої потужності з урахуванням взаємодії полів аеродинамічних та інерційних сил» та «Методи та алгоритми прогнозування критичних станів та катастроф у динамічних системах при дії навантажень ударного та стохастичного характеру».

Запропонована методика і створене на її базі програмне забезпечення може застосовуватися при проектуванні і розрахунках реальних об'єктів в будівництві,

машинобудуванні та інших галузях техніки, зокрема для дослідження елементів конструкцій будівель та споруд, які зазнають впливу періодичних навантажень різного походження.

Особистий внесок здобувача. В дисертаційній роботі викладено результати теоретичних досліджень гнучких валів та стержнів, що обертаються, які отримані автором особисто. Розвинута та описана методика чисельного дослідження. Розроблено пакет прикладних програм розрахунку стержнів, що обертаються у полях сил інерції та гравітації, які дозволяють визначати частоти власних коливань та критичні швидкості обертання валів та стержнів з різними параметрами.

В роботі [1] у співавторстві з д.т.н., професором Лізуновим П.П. та в роботах [4, 5, 13-19] у співавторстві з к.т.н., доцентом Громом А. А. виконані чисельні дослідження динаміки стержнів, що обертаються з урахуванням гіроскопічних сил.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися на науково-практичних конференціях Київського національного університету будівництва і архітектури: 60-й (1999 р.), 61-й (2000 р.), 62-й (2001 р.), 63-й (2002 р.), 64-й (2003 р.), 65-й (2004 р.), 67-й (2006 р.), на II та III Міжнародних науково-практичних конференціях «Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій та їх застосування у проектуванні і навчальному процесі» (Київ, 2018, 2019 рр.), на XVII Міжнародній науково-практичній конференції «Science, Trends And Perspectives» (Японія, Токіо, 2020 р.) та на XIX Міжнародній науково-практичній конференції «Scientific Bases Of Solving Of The Modern Tasks» (Німеччина, Франкфурт на Майні, 2020 р.).

У повному обсязі дисертація доповідалась на міжкафедральному семінарі Київського національного університету будівництва і архітектури (Київ, 2020 р.).

Публікації. Результати досліджень, які представлені в дисертації, опубліковано у 19 наукових працях, з яких 8 – у наукових фахових виданнях України та виданнях, що включені до міжнародних наукометричних баз, у публікаціях матеріалів міжнародних та вітчизняних науково-практичних конференцій – 11. Основні результати наведено в [1-19].

Структура дисертації. Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків. Обсяг дисертації становить 203 сторінки машинописного тексту, в т. ч. 91 рисунок, 44 таблиці, список використаних джерел із 164 найменувань на 18 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** подано загальну характеристику дисертаційної роботи. В ньому обґрунтована актуальність обраної теми, сформульовані мета та задачі дослідження, наукова новизна та практичне значення одержаних результатів. Наведено відомості про апробацію та публікації результатів досліджень.

У **розділі 1** дисертаційної роботи здійснено огляд літератури за темою, що пов'язана з дослідженням коливань пружних елементів конструкцій при обертанні. Розглянуті фундаментальні праці видатних вчених у галузі динаміки стержневих

систем та роботи сучасних вчених, які займаються проблемами динаміки ротаційних систем, з урахуванням дії гіроскопічних навантажень, при здійсненні складного руху. Серед них Александров М.М., Бабаков І.М., Баженов В.А., Банах Л.Я., Болотін В.В., Гайдайчук В.В., Гондляр О.В., Гуляєв В. І., Діментберг Ф.М., Ішлінський О.Ю., Керімов З.Г., Лейбензон А.С., Лізунов П.П., Лурье А.І., Маслов Г.С., Меркін Д.Р., Ніколаї Є.Л, Писаренко Г.С., Сароян А.Е., Светлицький В.А., Тимошенко С.П., Філіппов А.П., Худолій С.М., Юнін Е.К. та багато інших. Також розглянуто багато робіт закордонних авторів, серед яких Argento A., Eick Chirs D., Fridman V.M., Lee H.P., Maurice Petyt, Quadrelli V.M., Takahashi I., Tan C.A., Tondl A., Yimin Wei та інші.

З огляду літератури на тему, пов'язану з дослідженням коливань пружних елементів конструкцій при обертанні, зроблено висновок, що задачі динаміки таких систем є в наш час актуальними і остаточно не вивченими. Особливий інтерес представляють системи, які складаються з пружних валів та стержнів, що обертаються. Для таких об'єктів існують фактори, які як окремо, так і в сукупності при різних комбінаціях суттєво впливають на їх динамічну поведінку.

У розділі 2 здійснено математичне моделювання коливального руху пружних стержнів, що обертаються, з урахуванням гіроскопічних та інших інерційних навантажень, а також поздовжніх зовнішніх навантажень. В якості динамічної моделі систем розглянуто стержень довжиною l (рис. 1), на який діє зосереджене поздовжнє навантаження $P(t)$, що може змінюватись у часі.

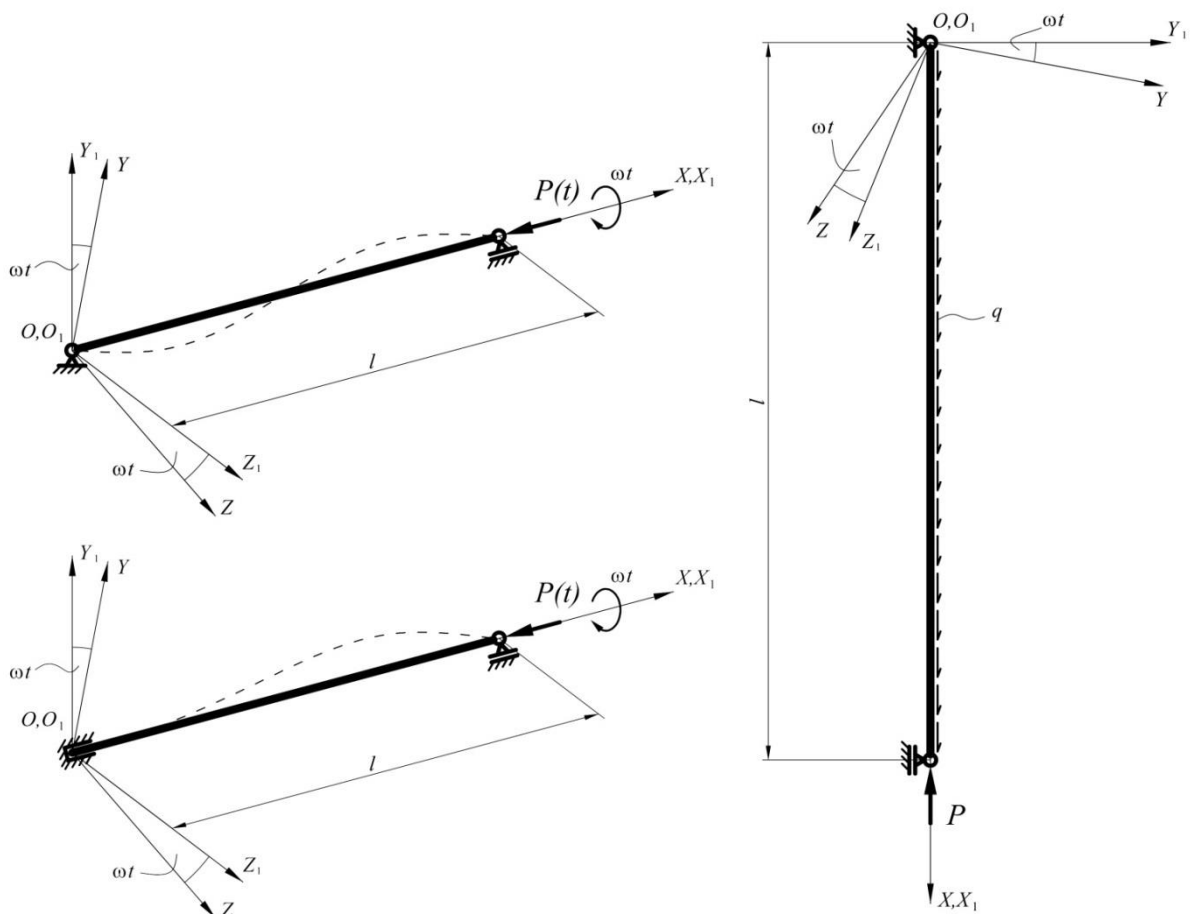


Рис. 1. Динамічні моделі систем, що розглядаються.

Стержень може знаходитись під дією поздовжньої сили власної ваги та обертається з кутовою швидкістю ω навколо прямолінійної осі O_1X_1 нерухомої системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$. Зі стержнем пов'язана рухома система координат $OXYZ$. Коливальний рух стержня в системі координат $OXYZ$ характеризується переміщеннями $y(x,t)$ та $z(x,t)$ точок, що належать до його осі, у напрямку координатних осей OY та OZ відповідно.

Моделювання динаміки коливального руху здійснено у просторовій системі координат з урахуванням геометричної нелінійності, яка є складовою точного виразу кривин пружної лінії

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}, \quad \frac{1}{\rho_2} = \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}$$

та входить до складу моментів, що виникають в перерізі стержня при його згині.

Розглянуті кінематика та динаміка руху стержня при обертанні з урахуванням сил інерції поступального руху елементів стержня, відцентрових, коріолісових сил інерції, гіроскопічних моментів. Побудовані рівняння коливального руху стержня при обертанні з урахуванням зазначених складових, а також з урахуванням поздовжніх зовнішніх та гравітаційних навантажень.

При коливальному русі стержня, який обертається навколо осі, що співпадає з його віссю у недеформованому стані, абсолютне прискорення $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$, яке складається з переносного \vec{a}_e , відносного \vec{a}_r прискорень, прискорення Коріоліса \vec{a}_c , що діє на елемент стержня довжиною dx , та в базисі $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ системи координат $OXYZ$ має вигляд

$$\begin{aligned} \vec{a} = & 2\omega_0 [\sin \omega t \cdot \dot{y} + \cos \omega t \cdot \dot{z} + \omega(\cos \omega t \cdot y - \sin \omega t \cdot z)] \cdot \vec{i} + \\ & + [\ddot{y} - 2\omega \dot{z} - (\omega^2 + \omega_0^2 \sin^2 \omega t) \cdot y - \omega_0^2 \sin \omega t \cos \omega t \cdot z] \cdot \vec{j} + \\ & + [\ddot{z} + 2\omega \dot{y} - (\omega^2 + \omega_0^2 \cos^2 \omega t) \cdot z - \omega_0^2 \sin \omega t \cos \omega t \cdot y] \cdot \vec{k}. \end{aligned}$$

У випадку, коли $\omega_0 \rightarrow 0$ по відношенню до ω , в проєкціях на осі OY та OZ буде мати вигляд: $a^y = \ddot{y} - 2\omega \dot{z} - \omega^2 y$, $a^z = \ddot{z} + 2\omega \dot{y} - \omega^2 z$. При цьому проєкції головних векторів сил інерції на осі системи координат $OXYZ$ мають вигляд: $F_i^y = m\omega^2 y - m\ddot{y} + 2m\omega \dot{z}$, $F_i^z = m\omega^2 z - m\ddot{z} - 2m\omega \dot{y}$.

При моделюванні коливального руху стержнів, що обертаються, рух елемента стержня довжиною dx розглядався як рух диска масою $m = \bar{m} \cdot dx$. В нерухомій системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ положення такого диска задається кутами $\alpha_1 = dy_1/dx_1$, $\beta_1 = dz_1/dx_1$. Моменти від його повороту в площинах $X_1O_1Y_1$ і $X_1O_1Z_1$ мають вигляд: $M_{in}^{\alpha_1} = -I_e \cdot \ddot{\alpha}_1$, $M_{in}^{\beta_1} = -I_e \cdot \ddot{\beta}_1$, де $I_e = mr^2$ – екваторіальний момент інерції.

Відповідно до теорії Резаля при повороті осі обертання диска виникає гіроскопічний момент $M_g = I\vec{\omega} \times \vec{\omega}_p$, де $I = 2mr^2$ – момент інерції диска відносно

осі його власного обертання (полярний момент інерції), $\vec{\omega}_p$ – вектор кутової швидкості прецесії диска. Спроекувавши гіроскопічний момент на координатні площини $X_1O_1Y_1$ і $X_1O_1Z_1$ інерційної системи координат, отримаємо: $M_g^{z_1} = -I\omega\dot{\beta}_1$, $M_g^{y_1} = +I\omega\dot{\alpha}_1$.

З урахуванням цього складові повного моменту, який діє з боку диска на стержень, в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ мають вигляд:

$$M_o^{z_1} = -mr^2\ddot{\alpha}_1 - 2mr^2\omega\dot{\beta}_1, M_o^{y_1} = -mr^2\ddot{\beta}_1 + 2mr^2\omega\dot{\alpha}_1.$$

В системі координат $OXYZ$, що обертається разом зі стержнем навколо осі OX , здійснивши певні перетворення через $s_1 = y_1 + iz_1$ та $s_1 = s \cdot e^{i\omega t}$, складові моменту, який діє з боку елемента стержня як диска на стержень, набудуть вигляду:

$$M_o^z = -mr^2(\ddot{\alpha} + \omega^2\alpha), M_o^y = -mr^2(\ddot{\beta} + \omega^2\beta).$$

З урахуванням наведених складових, а також поздовжньої зосередженої на кінці стержня сили $P(t)$, що змінюється у часі, система рівнянь коливального руху має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{1(x)}}{\rho_1} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 y}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 2\omega\bar{m} \frac{dz}{dt} - \bar{m}\omega^2 y + \bar{m} \frac{d^2 y}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{2(x)}}{\rho_2} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 z}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 z}{dx^2} \right) + 2\omega\bar{m} \frac{dy}{dt} - \bar{m}\omega^2 z + \bar{m} \frac{d^2 z}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 z}{dx^2} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Якщо розглядати вертикальне розташованих таких стержнів, що обертаються, з урахуванням їх власної ваги, система рівнянь (1) буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{1(x)}}{\rho_1} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 y}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 2\omega\bar{m} \frac{dz}{dt} - \bar{m}\omega^2 y + \bar{m} \frac{d^2 y}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 y}{dx^2} - \\ - \frac{1}{dx} \left(\bar{m}g(l-x) \frac{dy}{dx} \right) = 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{2(x)}}{\rho_2} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 z}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 z}{dx^2} \right) + 2\omega\bar{m} \frac{dy}{dt} - \bar{m}\omega^2 z + \bar{m} \frac{d^2 z}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 z}{dx^2} - \\ - \frac{1}{dx} \left(\bar{m}g(l-x) \frac{dz}{dx} \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Система рівнянь (1) використовується для дослідження динаміки коливального руху валів та стержнів, якими моделюються об'єкти, що здійснюють обертальний рух, з різними геометричними та фізичними параметрами. Система рівнянь (2) використовується для дослідження динаміки вагомих стержнів, які моделюють роботу бурильних колон.

В розділі 3 отримані формули для визначення частот власних коливань і критичних швидкостей обертань для стержнів з різними граничними умовами. З використанням отриманих формул визначені результати, які показують залежності критичних швидкостей обертань від таких параметрів, як розміри поперечного

перерізу стержнів, їх довжини, величини поздовжнього навантаження, що стискає, або розподіленого по довжині навантаження, що розтягує.

На рисунках 2–5 зображені графіки залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили P для стержнів довжиною $l=250$ м, $l=500$ м, $l=1000$ м і $l=2000$ м, відповідно, які моделюють роботу колони бурильних труб зовнішнім діаметром $D_{зов}=0,168$ м, внутрішнім діаметром $d_{вн}=0,148$ м, моментом інерції поперечного перерізу $I=1,564 \cdot 10^{-5}$ м⁴, погонною масою $\bar{m}=39$ кг/м, модулем пружності $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

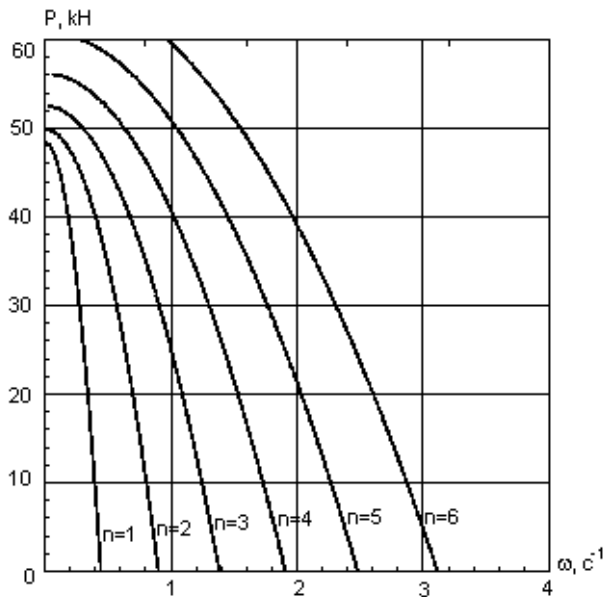


Рис. 2. Залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили, що стискає, для стержня довжиною 250 м.

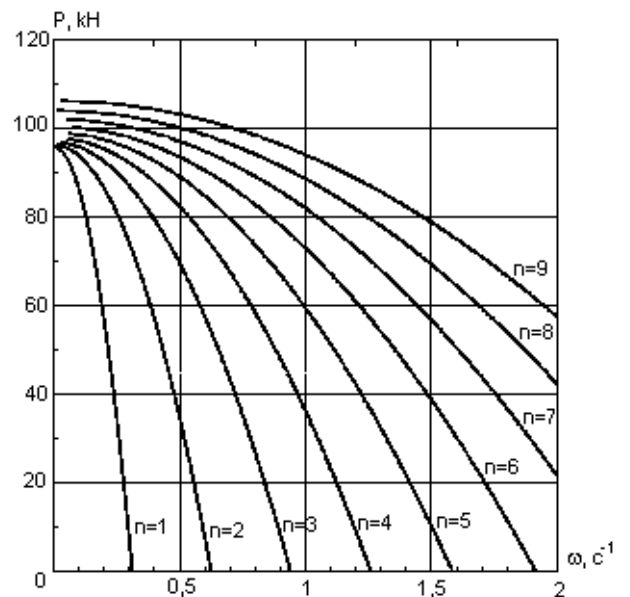


Рис. 3. Залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили, що стискає, для стержня довжиною 500 м.

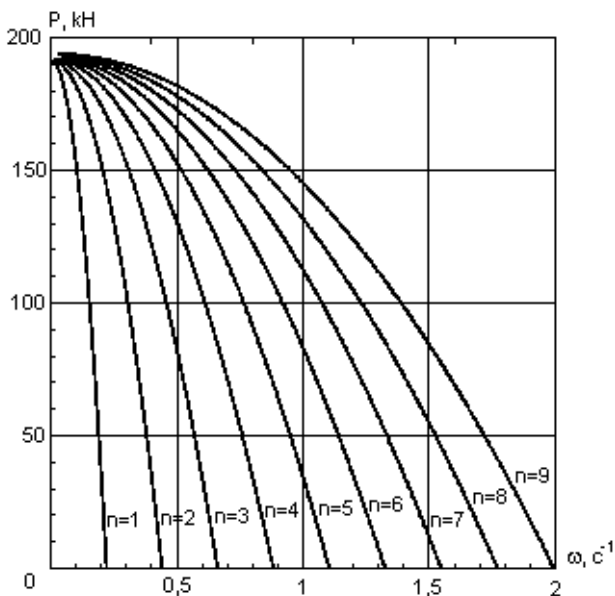


Рис. 4. Залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили, що стискає, для стержня довжиною 1000 м.

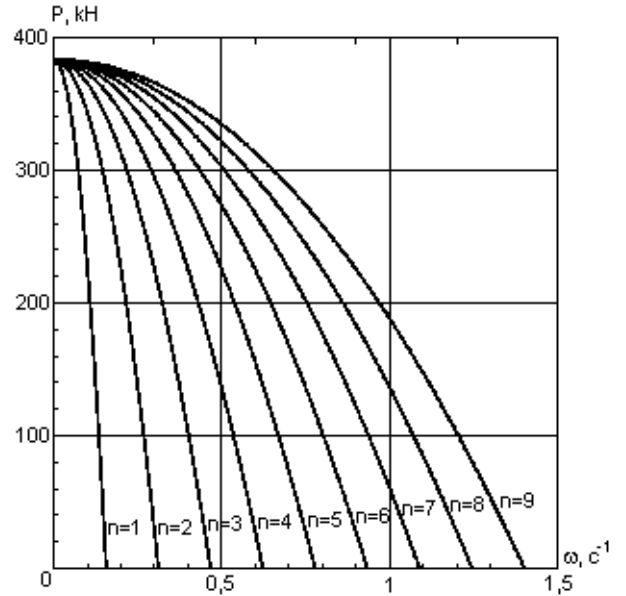


Рис. 5. Залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили, що стискає, для стержня довжиною 2000 м.

Криві, що відображають залежності критичних швидкостей обертання від поздовжньої сили є границями, що відділяють області стійкого і нестійкого руху для n -ої гармоніки коливань. Таким чином можна відмітити, що найбільш нестійкими є довгі стержні під дією поздовжньої сили, що стискає, яка в представленому випадку залежить безпосередньо від власної ваги.

Для стержнів з зазначеними параметрами на рисунках 6-9 зображені графіки залежності значень критичних швидкостей обертання $\omega_{кр}$ від довжини l для перших 9-ти тонів коливань у випадках, коли сила P відсутня, дорівнює чверті власної ваги стержня, половині власної ваги стержня, власній вазі стержня відповідно.

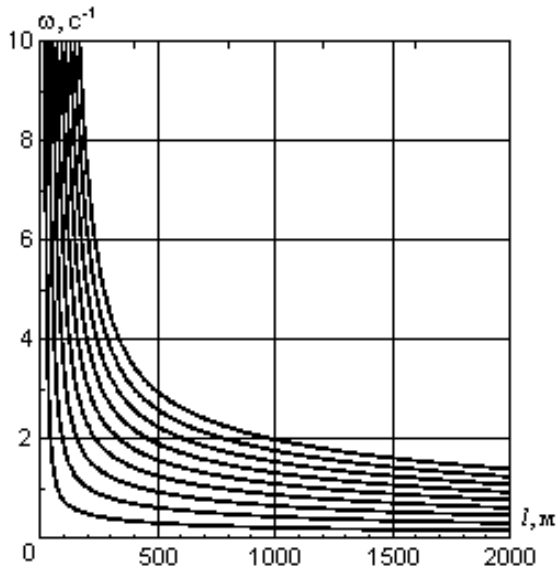


Рис. 6. Залежності критичних швидкостей обертання стержня від його довжини (сила P відсутня).

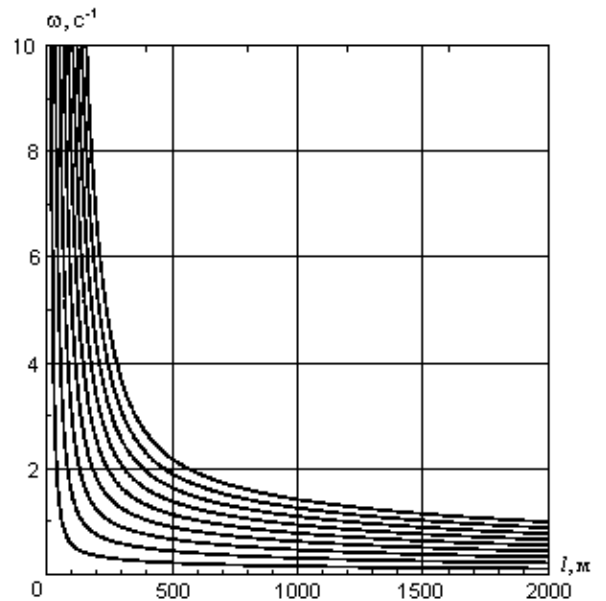


Рис. 7. Залежності критичних швидкостей обертання стержня від його довжини (сила P дорівнює чверті власної ваги стержня).

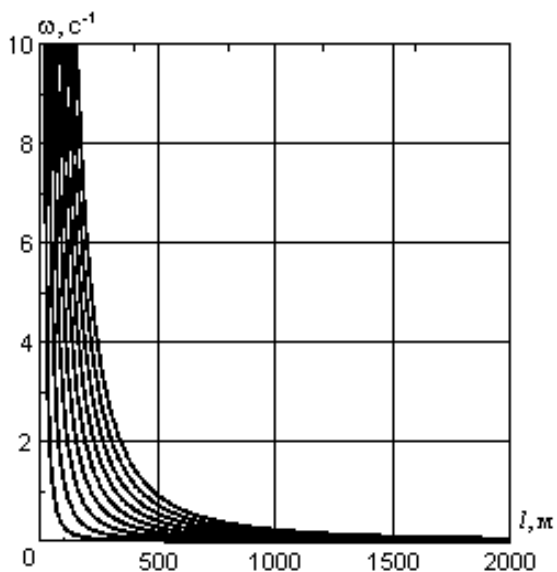


Рис. 8. Залежності критичних швидкостей обертання стержня від його довжини (сила P дорівнює половині власної ваги стержня).

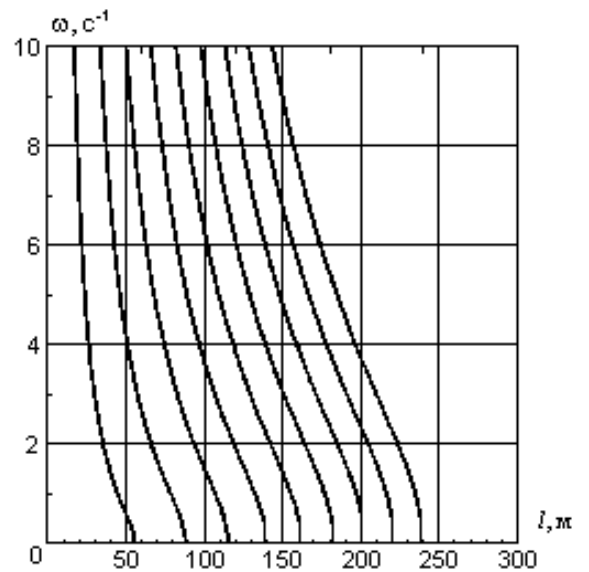


Рис. 9. Залежності критичних швидкостей обертання стержня від його довжини (сила P дорівнює власній вазі стержня).

На прикладі валів та стержнів з різними параметрами визначені залежності значень критичних швидкостей обертання $\omega_{кр}$ від довжини l у випадку прямої та зворотної прецесії і показано вплив гіроскопічних навантажень у вигляді залежності коефіцієнту впливу η від співвідношення довжини стержнів до їх діаметру. Для вала діаметром $d=0,12$ м, моментом інерції $I=1,017 \cdot 10^{-5}$ м⁴ такі залежності відображені на рисунках 10, 11.

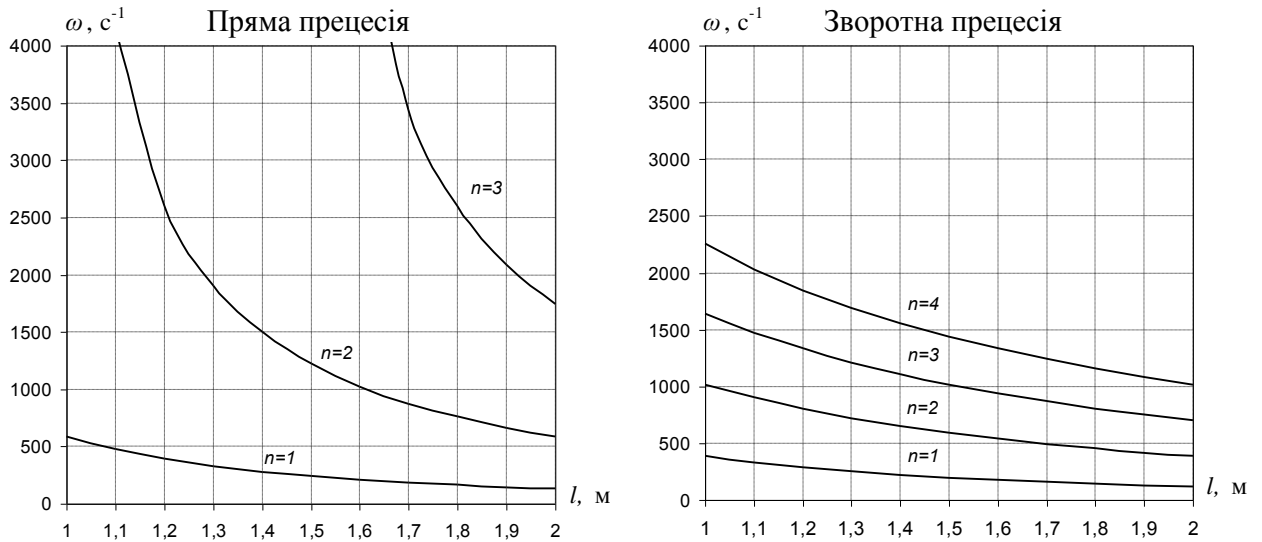


Рис. 10. Залежності критичної швидкості обертання від довжини вала.

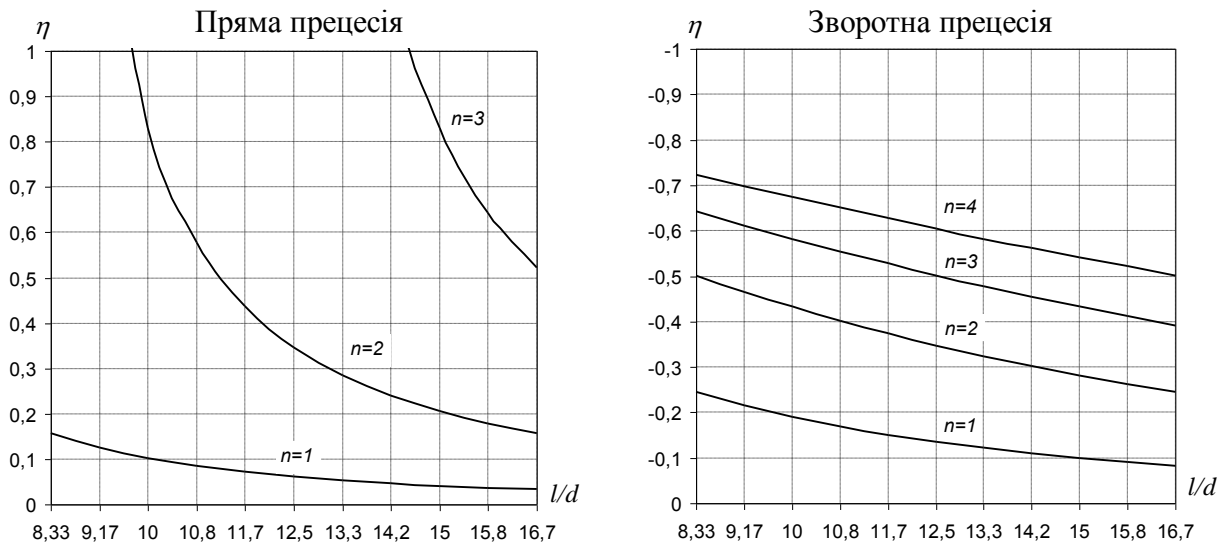


Рис. 11. Залежності коефіцієнта η від співвідношення довжини вала до діаметру.

Проведенні в 3-му розділі дослідження дозволяють зробити висновок, що критичні швидкості обертання стержня суттєво залежать від його довжини, а також від значення поздовжньої сили, що стискає. Також від довжини суттєво залежить вплив гіроскопічних навантажень на значення критичних швидкостей обертання.

В розділі 4 на основі розробленої методики комп'ютерного моделювання коливального руху та створеного з використанням цієї методики програмного забезпечення проведено дослідження динаміки поперечних коливань валів та

стержнів при обертанні. Показано, як гіроскопічні сили впливають на процес коливального руху при різних швидкостях обертання.

В цій методиці моделювання коливань при обертанні з візуальним представленням результату в реальному часі здійснюється на основі багатократного (циклічного) розв'язання системи рівнянь коливального руху для кожної точки механічної системи з метою пошуку нових координат положення цих точок в кожний наступний момент часу $t+Dt$. Розв'язання рівнянь (1), (2) з метою пошуку нової форми вигину для наступного моменту часу будується на використанні поліноміальних функцій (сплайнів), які описують поточну форму вигину, та методі інтегрування за часом Хубболта. Сплайн-функції в свою чергу отримуються шляхом апроксимації поточної форми вигину, де кожна з найдених функцій відповідає за певну точку пружної лінії стержня та описує положення сусідніх точок. В результаті апроксимації лінія поточного вигину описується масивом з n поліноміальних функцій $f_n(x) = a_{n0} + a_{n1}x + a_{n2}x^2 + a_{n3}x^3 + a_{n4}x^4$, кожна з яких відповідає певній точці пружної лінії стержня та зв'язана з сусідніми точками (рис. 12).

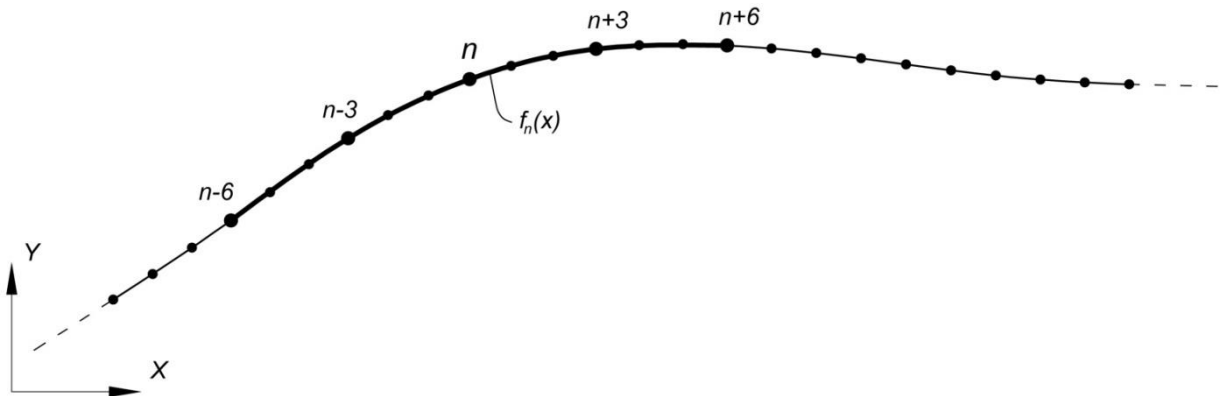


Рис. 12. Апроксимація форми вигину для точки n функцією $f_n(x)$.

Пошук коефіцієнтів a_{n0} , a_{n1} , a_{n2} , a_{n3} , a_{n4} , кожної з функцій $f_n(x)$ можна здійснювати за значеннями координат положень сусідніх точок $n-2$, $n-1$, $n+1$, $n+2$ від поточної n , але необхідно, щоб функції всіх похідних сплайну були неперервними гладкими лініями. Тому ці точки вважаються проміжними і використовуються для контролю неперервності та гладкості, а апроксимація здійснюється за значеннями координат в точках $n-6$, $n-3$, $n+3$, $n+6$ та поточній n , які вважаються характерними.

Визначення коефіцієнтів a_{n0} , a_{n1} , a_{n2} , a_{n3} , a_{n4} для кожної з функцій здійснюється розв'язанням системи 5-ти лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{n0} + a_{n1}x_{n-6}^1 + a_{n2}x_{n-6}^2 + a_{n3}x_{n-6}^3 + a_{n4}x_{n-6}^4 = y_{n-6} \\ a_{n0} + a_{n1}x_{n-3}^1 + a_{n2}x_{n-3}^2 + a_{n3}x_{n-3}^3 + a_{n4}x_{n-3}^4 = y_{n-3} \\ a_{n0} + a_{n1}x_n^1 + a_{n2}x_n^2 + a_{n3}x_n^3 + a_{n4}x_n^4 = y_n \\ a_{n0} + a_{n1}x_{n+3}^1 + a_{n2}x_{n+3}^2 + a_{n3}x_{n+3}^3 + a_{n4}x_{n+3}^4 = y_{n+3} \\ a_{n0} + a_{n1}x_{n+6}^1 + a_{n2}x_{n+6}^2 + a_{n3}x_{n+6}^3 + a_{n4}x_{n+6}^4 = y_{n+6} \end{cases}, \quad (3)$$

використовуючи значення координат кожної з 5-ти точок ділянки, що розглядається.

Знайдені функції $f_n(x)$ диференціюються, а отримані похідні використовуються в розв'язанні системи диференціальних рівнянь для кожної точки стержня окремо з метою обчислення наступної форми вигину для нового моменту часу $t + \Delta t$.

При використанні методики, що розглядається, граничні умови на кінцях стержня моделюються схемами на основі уявного продовження лінії осі стержня.

Якщо задача розглядається у просторі, поточна форма вигину та всі розглянуті співвідношення проєктуються на дві площини, в кожній з яких здійснюється обчислення значень y_n, z_n кожної точки n проєкції форми вигину.

Для початку коливального руху необхідно, щоб система була виведена зі стану рівноваги, при якому стержень набуває початкової форми вигину. Така дія моделюється впливом випадкового миттєвого зовнішнього навантаження, яке призводить до виникнення початкової форми вигину.

Аналіз геометричного положення стержня у просторі, апроксимація форми вигину та її диференціювання є першою складовою і здійснюється в умовно фіксований момент часу, який є умовно сталим в цей самий момент. Коливальний рух, особливо при обертанні, є динамічним процесом, при якому у кожний наступний момент часу змінюється не тільки геометричне положення всіх точок системи, при якому вигин набуває нових форм, а також постійно змінюються такі параметри, як кути повороту, швидкості та прискорення. Тому, другою складовою методики розв'язання рівнянь коливального руху при обертанні є розв'язання задачі у часі.

Розв'язання задачі у часі для кожного моменту часу t здійснюється в декілька наближень (або кроків), які також пов'язані з апроксимацією, але за часом. У першому наближенні за відомими значеннями $y_n^t, z_n^t, y_n^{t-\Delta t}, z_n^{t-\Delta t}, y_n^{t-2\Delta t}, z_n^{t-2\Delta t}$ (рис. 13) в момент часу $t, t-\Delta t, t-2\Delta t$ відповідно, для кожної точки n апроксимацією визначаються поліноміальні функції 2-порядку залежності від часу $f_n(y, t) = a_{t,n0} + a_{t,n1}t + a_{t,n2}t^2, f_n(z, t) = b_{t,n0} + b_{t,n1}t + b_{t,n2}t^2$, де для визначення коефіцієнтів кожної функції необхідно розв'язати дві системи з 3-х рівнянь.

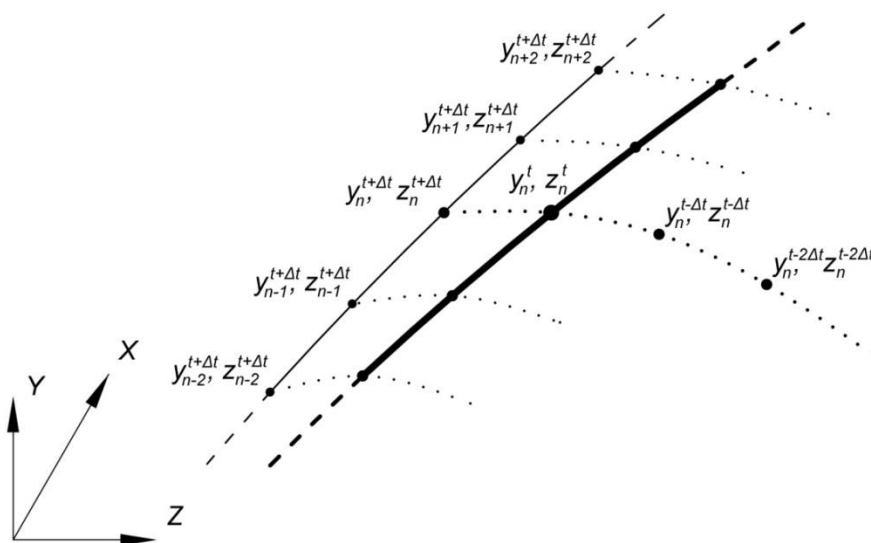


Рис. 13. Траєкторія руху стержня.

По знайдених функціях визначаються прогнозовані координати $y_n^{t+\Delta t}$, $z_n^{t+\Delta t}$ можливої форми вигину для моменту часу $t+\Delta t$. У другому наближенні здійснюється апроксимація прогнозованої форми вигину з подальшим диференціюванням і визначенням необхідних похідних по x та апроксимація за часом значень другої похідної від форми вигину з подальшим диференціюванням знайдених функцій з метою визначення значень \ddot{y}_n'' , \ddot{z}_n'' . Апроксимація за часом тут здійснюється поліноміальними функціями 3-го порядку у вигляді $f_n(y'', t) = a_{t,n0} + a_{t,n1}t + a_{t,n2}t^2 + a_{t,n3}t^3$, $f_n(z'', t) = b_{t,n0} + b_{t,n1}t + b_{t,n2}t^2 + b_{t,n3}t^3$ по відомих значеннях $y_n^{n(t+\Delta t)}$, $z_n^{n(t+\Delta t)}$, $y_n^{n(t)}$, $z_n^{n(t)}$, $y_n^{n(t-\Delta t)}$, $z_n^{n(t-\Delta t)}$, $y_n^{n(t-2\Delta t)}$, $z_n^{n(t-2\Delta t)}$. У третьому наближенні здійснюється розв'язання рівнянь коливального руху з використанням чисельного методу інтегрування за часом Хубболта у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_n^{t+\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t^2} [2y_n^{t+\Delta t} - 5y_n^t + 4y_n^{t-\Delta t} - y_n^{t-2\Delta t}], & \dot{y}_n^{t+\Delta t} &= \frac{1}{6\Delta t} [11y_n^{t+\Delta t} - 18y_n^t + 9y_n^{t-\Delta t} - 2y_n^{t-2\Delta t}], \\ \ddot{z}_n^{t+\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t^2} [2z_n^{t+\Delta t} - 5z_n^t + 4z_n^{t-\Delta t} - z_n^{t-2\Delta t}], & \dot{z}_n^{t+\Delta t} &= \frac{1}{6\Delta t} [11z_n^{t+\Delta t} - 18z_n^t + 9z_n^{t-\Delta t} - 2z_n^{t-2\Delta t}] \end{aligned} \quad (4)$$

з метою визначення дійсних значень $y_n^{t+\Delta t}$, $z_n^{t+\Delta t}$ форми вигину для моменту часу $t+\Delta t$.

Розглянута методика є базовою складовою алгоритму чисельного розв'язання рівнянь коливального руху стержневих систем у просторі і часі. Реалізація алгоритму здійснена у комп'ютерній програмі з графічним інтерфейсом, яка дозволяє в реальному часі спостерігати за розвитком динаміки коливального руху змодельованої системи шляхом обчислення і побудови у вікні програми поточних форм вигину стержнів при коливанні. Крім цього, програма дозволяє аналізувати поведінку змодельованої системи, виявляти області динамічної нестійкості, будувати діаграми цих областей.

Використовуючи зазначену програму, здійснено дослідження динаміки ряду об'єктів, робочі органи яких моделюються довгомірними гнучкими стержнями. Побудовані графіки, які відображають розвиток амплітуд коливань у часі, а також траєкторії руху перерізів стержнів, як в системі координат, що обертається разом зі стержнем (валом), так і в нерухомій системі координат.

Виявлено, що при певних швидкостях обертання валів та стержнів різної довжини траєкторія руху центру перерізів може мати упорядкований характер. Наприклад, для трансмісійного валу, що має зовнішній діаметр $D_{\text{зов}}=0,1$ м, внутрішній $d_{\text{вн}}=0,06$ м, довжиною $l=3$ м, при швидкості обертання $\omega=52,95$ с⁻¹ в рухомій системі координат траєкторія буде мати вигляд трикутної зірки (рис. 14), при швидкості обертання $\omega=79,35$ с⁻¹ в рухомій системі координат траєкторія буде мати вигляд чотирикутної зірки (рис. 15). При цьому траєкторії руху в нерухомій системі координат мають схожий характер (рис. 16, 17).

Схожі траєкторії руху спостерігаються також для інших об'єктів з різними геометричними та фізичними параметрами, але на інших швидкостях обертання. Наприклад, для вала шнека мотобура, діаметром $d=0,02$ м, довжиною $l=1$ м, такі

траєкторії спостерігаються на швидкостях $\omega=69,9 \text{ с}^{-1}$, $\omega=104,7 \text{ с}^{-1}$, відповідно, що є проявом дії коріолісових сил інерції, які виникають при обертанні таких об'єктів.

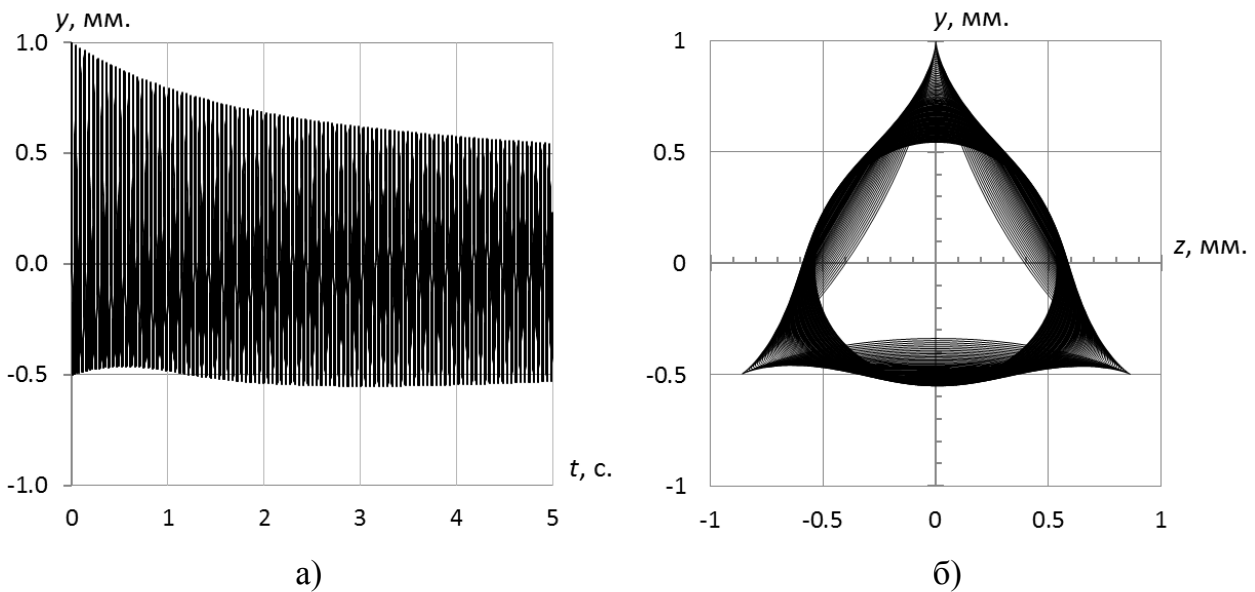


Рис. 14. Коливальний рух вала в системі координат, що обертається разом з ним зі швидкістю $\omega=52,95 \text{ с}^{-1}$: а) графік коливального руху; б) траєкторія руху центра перерізу вала.

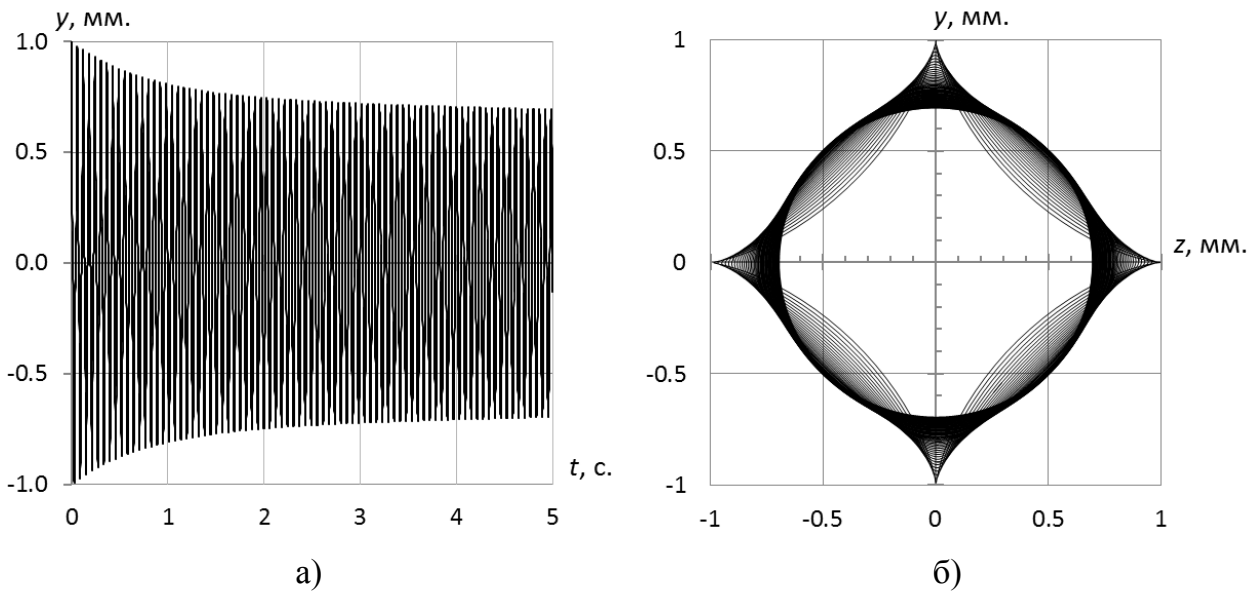


Рис. 15. Коливальний рух вала в системі координат, що обертається разом з ним зі швидкістю $\omega=79,35 \text{ с}^{-1}$: а) графік коливального руху; б) траєкторія руху центра перерізу вала.

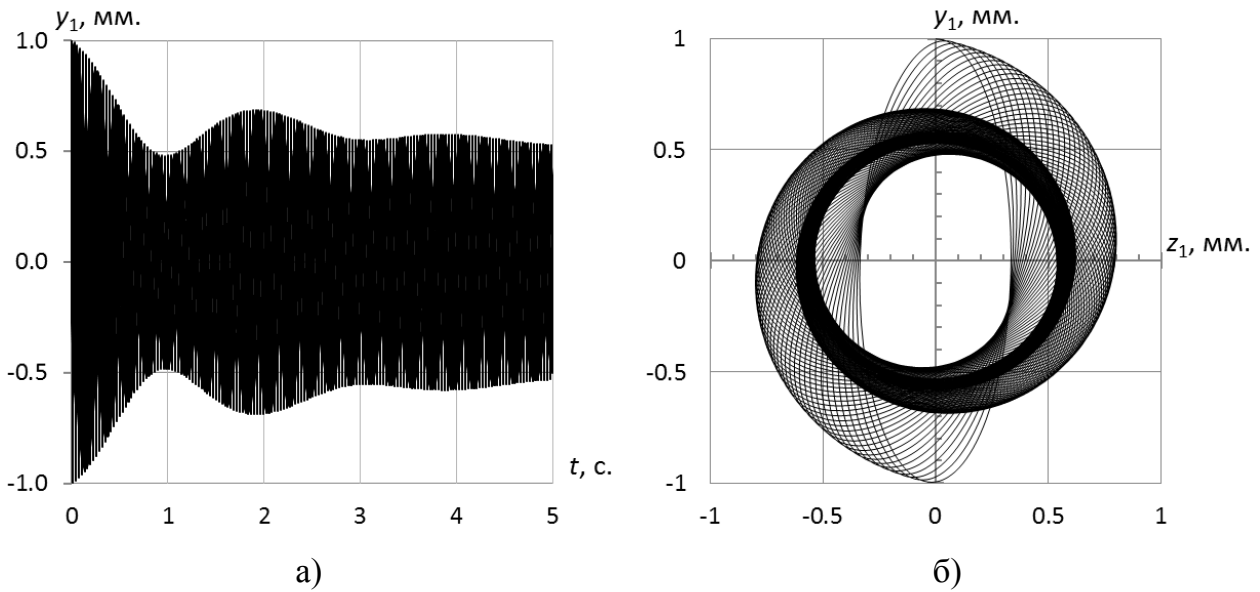


Рис. 16. Коливальний рух вала в нерухомій системі координат при швидкості обертання $\omega=52,95 \text{ c}^{-1}$: а) графік коливального руху; б) траєкторія руху центра перерізу вала.

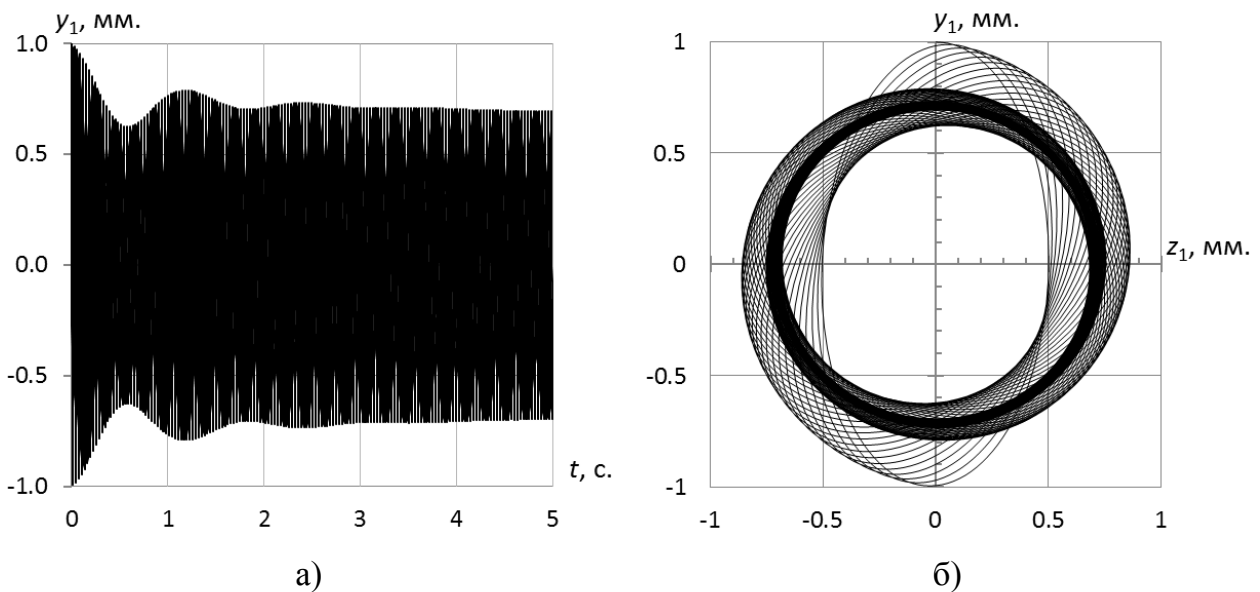


Рис. 17. Коливальний рух вала в нерухомій системі координат при швидкості обертання $\omega=79,35 \text{ c}^{-1}$: а) графік коливального руху; б) траєкторія руху центра перерізу вала.

При дослідженні динаміки коливального руху цікавим є питання, що пов'язане з формами вигину, оскільки, довгі стержні при обертанні під дією різних навантажень при здійсненні поперечних коливань можуть приймати різні форми вигину, які змінюються у часі. У зв'язку з цим інтерес представляють робочі органи бурильного обладнання, оскільки вони можуть досягати дуже великих довжин та критичні швидкості їх обертання, як показано в розділі 3 мають досить малі значення.

Для стержнів великої довжини, якими моделюються бурильні колони, отримані і показані їх форми вигину у різні моменти часу при здійсненні коливального руху.

Показано, що при дії поздовжньої зосередженої сили, прикладеної до нижнього кінця важкого вертикального стержня, виникає ефект закручування його нижньої частини по спіралі (рис. 18). Такий ефект обумовлюється дією гіроскопічних сил, які виникають саме внаслідок збільшення вигину нижньої частини стержня, оскільки збільшення вигину призводить до збільшення кутів повороту його перерізів, швидкість зміни яких і є складовими гіроскопічного моменту.

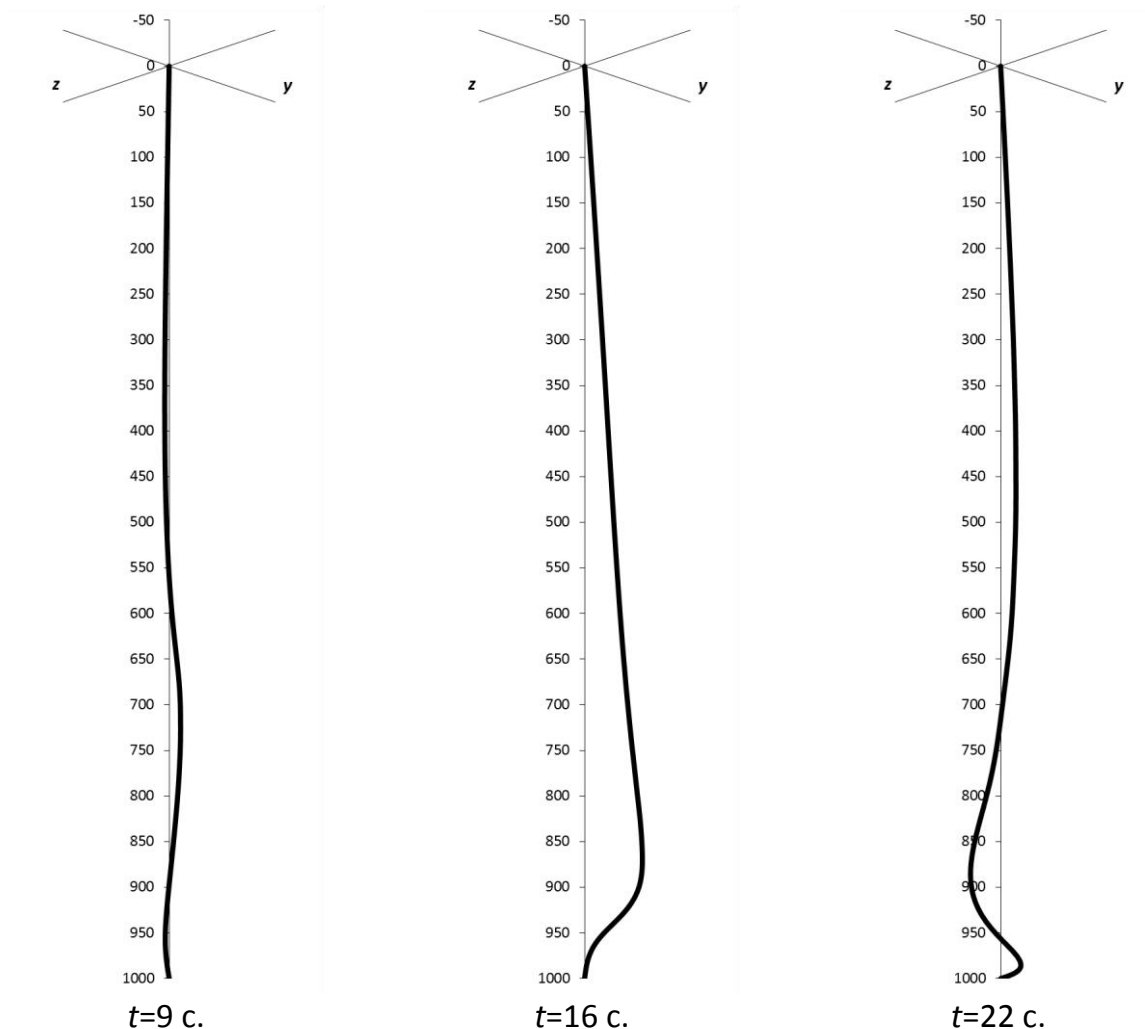


Рис. 18. Форми вигину бурильної колони довжиною $l=1000$ м після виходу зі стану рівноваги при швидкості обертання $\omega=0,2$ с⁻¹, в різні моменти часу, під дією поздовжньої сили $P=15,3$ кН, що стискає.

При дослідженні динаміки руху стержнів, що обертаються під дією поздовжніх періодичних навантажень для різних об'єктів виявлені такі співвідношення швидкостей обертання і частот зміни поздовжніх навантажень, при яких виникає динамічна нестійкість системи як при прямому, так і при зворотному прецесійному русі.

На діаграмах, що зображені на рисунках 19, 20 в координатній площині ω , θ відображені області стійкого та нестійкого коливального руху в залежності від співвідношення швидкості обертання ω та частоти ударів θ , які були визначені для робочих органів перфораторів при дії ударного навантаження, при різних геометричних, фізичних параметрах та граничних умовах.

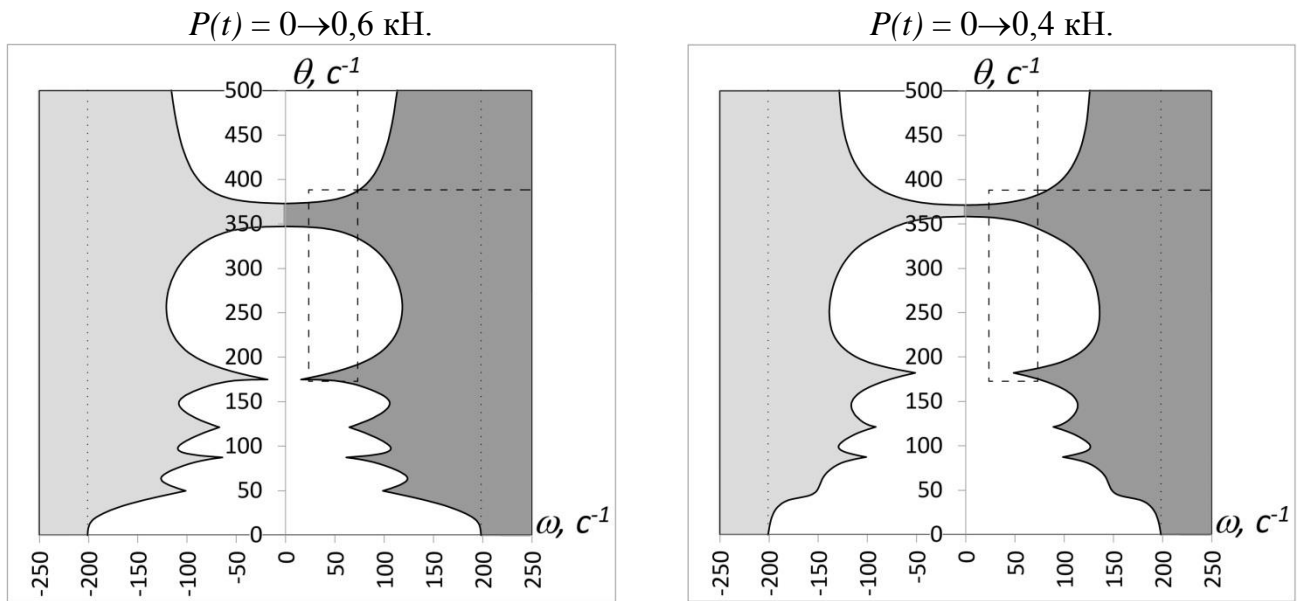


Рис. 19. Области стійкого та нестійкого коливального руху стержнів діаметром $d = 10$ мм, довжиною $l = 0,8$ м з умовами шарнірного обпирання на обох кінцях під дією періодичної поздовжньої ударної сили $P(t)$.

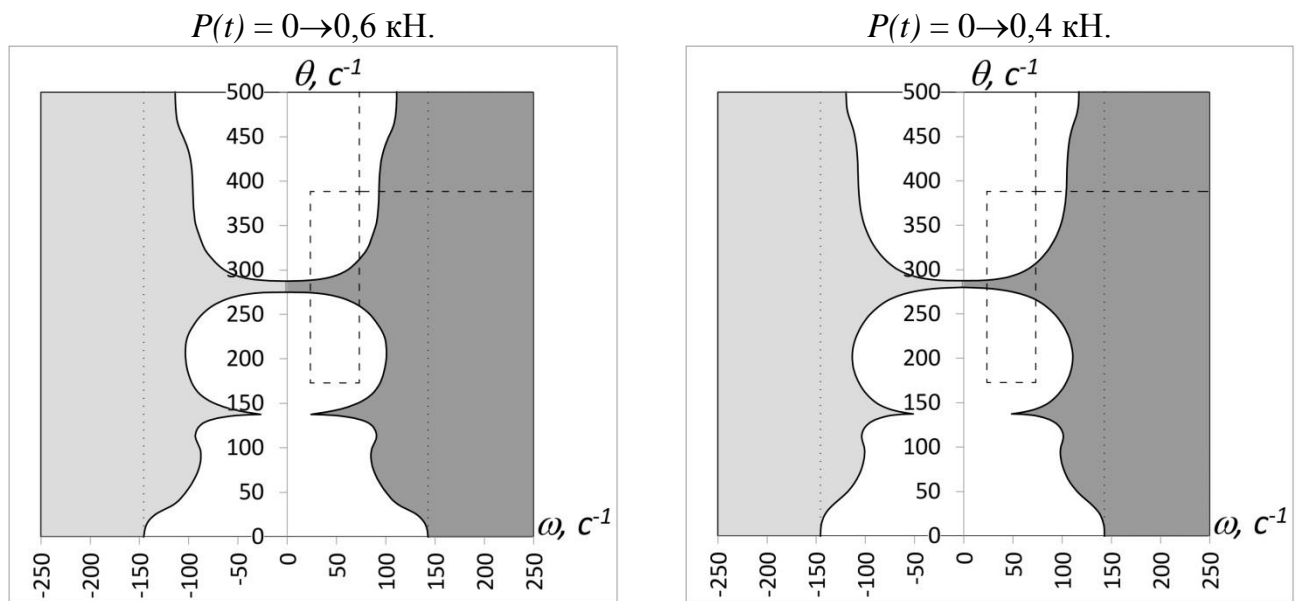


Рис. 20. Области стійкого та нестійкого коливального руху стержнів діаметром $d = 12$ мм, довжиною $l = 1$ м з умовами шарнірного обпирання на обох кінцях під дією періодичної поздовжньої ударної сили $P(t)$.

Як видно з діаграм, для різних стержнів зі своїми параметрами існують діапазони частот, при яких робочий орган під дією ударного навантаження може увійти в нестійкий рух, що з часом може привести до його руйнування.

Проведені в 4-му розділі дослідження дозволяють зробити висновок, що розроблену методику можна використовувати для дослідження процесу коливального руху, спостереження за зміною форм вигину змодельованої системи, виявлення областей динамічної нестійкості при дії поздовжніх періодичних навантажень, здійснення аналізу напружено-деформованого стану з метою виявлення тенденції зростання деформацій або виникнення критичних напружень.

ВИСНОВКИ

В результаті проведених досліджень динаміки коливань пружних елементів конструкцій, що обертаються навколо власної осі, з урахуванням гіроскопічних сил інерції, поздовжніх сталих та періодичних навантажень, а також з урахуванням геометричної нелінійності, здійснено наступне:

1. З огляду літератури на тему, пов'язану з дослідженням коливань пружних елементів конструкцій при обертанні, зроблено висновок, що задачі динаміки таких систем є в наш час актуальними і остаточно не вивченими. Особливий інтерес представляють системи, які складаються з пружних валів та стержнів, що обертаються. Для таких об'єктів існують фактори, які як окремо, так і в сукупності при різних комбінаціях суттєво впливають на їх динамічну поведінку.
2. Розроблено методику дослідження динаміки стержнів, що обертаються, з урахуванням гіроскопічних та інших інерційних, а також поздовжніх зовнішніх навантажень.
3. Отримані і представлені результати, які ілюструють залежність критичних швидкостей обертання від таких параметрів, як розміри поперечного перерізу стержнів, їх довжини, величини поздовжнього навантаження, що стискає, або розподіленого по довжині навантаження, що розтягує.
4. Досліджено вплив гіроскопічних ефектів на значення критичних швидкостей обертання при різних параметрах систем, які складаються з пружних валів та стержнів.
5. На основі розробленої методики комп'ютерного моделювання коливального руху та створеного з використанням цієї методики програмного забезпечення проведено дослідження динаміки поперечних коливань валів та стержнів при різних швидкостях обертання. Отримані графіки, які відображають розвиток амплітуд коливань у часі, а також траєкторії руху перерізів стержнів, як в системі координат, що обертається разом зі стержнем (валом), так і в нерухомій системі координат.
6. Для стержнів великої довжини, якими моделюються бурильні колони, отримані форми вигину у різні моменти часу при здійсненні коливального руху. На деяких з них показано, що при дії поздовжньої зосередженої сили, прикладеної до нижнього кінця стержня, виникає ефект закручування його нижньої частини по спіралі.
7. Для систем, які складаються з пружних валів та стержнів, виявлені параметри, при яких вони мають динамічну нестійкість і можуть швидко увійти в інтенсивний коливальний рух після виведення їх зі стану рівноваги, що в свою чергу може призвести до появи критичних напружень та руйнування.
8. При дослідженні динаміки руху стержнів, що обертаються, під дією поздовжніх періодичних навантажень виявлені співвідношення швидкостей обертання і частот зміни поздовжніх навантажень, при яких виникає динамічна нестійкість системи як при прямому так і при зворотному прецесійному русі.

Отже, на основі отриманих результатів, можна зробити висновок, що дія гіроскопічних сил інерції має вагомий вплив на динаміку руху стержневих систем, що здійснюють обертання навколо власної осі. Дію таких навантажень необхідно враховувати. Для довгих стержнів слід враховувати геометричну нелінійність, оскільки їх вигин при коливанні набуває складних форм, що змінюються у часі.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Статті у фахових виданнях

1. Lizunov P.P., Nedin V.O. The gyroscopic forces influence on the oscillations of the rotating shafts // *Strength of materials and theory of structures*. – 2020. – Issue 105. P. 199-207. (Web of Science).
2. Nedin V.O. The parametric oscillations of rotating rods under action of the axial beat load // *Strength of materials and theory of structures*. – 2020. – Issue 104. P. 309-320. (Web of Science).
3. Недін В.О. Чисельне диференціювання складних форм вигину стержнів значної довжини при обертанні // *Управління розвитком складних систем*. – 2020. – № 43. – С. 110-115.
4. Гром А.А., Недін В.О. Стійкість бурильних колон, що обертаються // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – К.: Будівельник. – Вип. 69, – 2001. – С. 155-158.
5. Гром А.А., Недін В.О. Динаміка бурильних колон з урахуванням гіроскопічних сил // *Техніка будівництва*. – К.: – Вип. 10, – 2001. – С. 87-89.
6. Недін В.О. Визначення критичних швидкостей обертання пружних валів з урахуванням дії гіроскопічних сил // *Науково-практичні проблеми моделювання та прогнозування надзвичайних ситуацій: Збірник наукових статей, Випуск 4* – К.: МНС України, КНУБА; – 2000. – С. 177-181.
7. Недін В.О. Стійкість бурильних колон, що обертаються, з урахуванням дії гіроскопічних сил // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – К.: Будівельник. – Вип. 67, – 2000. – С. 163-167.
8. Недин В.О. Определение критических скоростей вращения упругих вертикальных стержней // *Науково-практичні проблеми моделювання та прогнозування надзвичайних ситуацій: Збірник наукових статей, Випуск 3* – К.: МНС України, КНУБА; – 1999. – С. 120-124.

Публікації за доповідями на міжнародних та вітчизняних конференціях

9. Nedin V. The transverse oscillations of the rotating rods under the action of the periodic axial forces // *XVII International Scientific and Practical Conference “Science, Trends And Perspectives”*, May 18-19, 2020, Tokyo, Japan. – P. 62-65.
10. Nedin V. Differentiation of complex bend forms of the long elastic rods // *XIX International Scientific and Practical Conference “Scientific Bases Of Solving Of The Modern Tasks”*, June 1-2, 2020, Frankfurt am Main, Germany. – P. 78-81.

11. Недін В.О. Параметричні коливання стержнів, що обертаються під дією періодичних зовнішніх навантажень // Тези доповідей III Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій їх застосування у проектуванні і навчальному процесі». Київ, 24-25 вересня 2019. – С. 66-68.
12. Недін В.О. Комп'ютерне моделювання процесу коливального руху пружних стержнів, що обертаються // Тези доповідей II Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій їх застосування у проектуванні і навчальному процесі». Київ, 26-27 вересня 2018. – С. 76-78.
13. Гром А.А., Недін В.О. Математичне моделювання динаміки стержневих елементів з урахуванням гіроскопічних сил // Матеріали 67-ї науково-практичної конференції Київського національного університету будівництва і архітектури. – К.: КНУБА. – 2006. – С. 34-39.
14. Гром А.А., Недін В.О. Динаміка пружних елементів конструкцій з урахуванням гіроскопічного ефекту // Матеріали 65-ї науково-практичної конференції Київського національного університету будівництва і архітектури. – К.: КНУБА. – 2004. – С. 32-35.
15. Гром А.А., Недін В.О. Коливання пружних елементів конструкцій з урахуванням інерційних навантажень // Матеріали 64-ї науково-практичної конференції Київського національного університету будівництва і архітектури. – К.: КНУБА. – 2003. – С. 34-37.
16. Гром А.А., Недін В.О. Поперечні коливання пружних валів при дії поздовжніх сил // Матеріали 63-ї науково-практичної конференції Київського національного університету будівництва і архітектури. – К.: КНУБА. – 2002. – С. 15-17.
17. Гром А.А., Недін В.О. Стійкість пружних стержнів, що обертаються, з урахуванням дії гіроскопічних сил // Матеріали 62-ї науково-практичної конференції Київського національного університету будівництва і архітектури. – К.: КНУБА. – 2001. – С. 36-39.
18. Гром А.А., Недін В.О. Динамічна стійкість гнучких стержнів, що обертаються // Тез. 61-ї наук. конф. КНУБА, – Київ, 2000. – С. 6-9.
19. Гром А.А., Недін В.О. Динаміка пружних стержнів з урахуванням дії гіроскопічного ефекту // Тез. 60-ї наук. конф. КНУБА, – Київ, 1999. – С. 34-39.

АНОТАЦІЇ

Недін В.О. Нелінійні коливання пружних елементів конструкцій із урахуванням гіроскопічних сил. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 – будівельна механіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню коливань пружних валів та стержнів при обертанні з урахуванням геометричної нелінійності, гіроскопічних навантажень, поздовжніх зовнішніх навантажень.

В роботі здійснено огляд літератури за темою дослідження, розглянуті фундаментальні праці видатних вчених у галузі динаміки стержневих систем, а також роботи сучасних вчених, які займаються проблемами динаміки ротаційних систем з урахуванням дії гіроскопічних навантажень, при здійсненні складного руху.

Виконано математичне моделювання динаміки пружних стержнів, що обертаються, з урахування геометричної нелінійності, сил інерції поступального руху елементів стержня, відцентрових сил інерції, коріолісових сил інерції, гіроскопічних моментів, поздовжніх зовнішніх та гравітаційних навантажень. Побудовані рівняння коливального руху.

Отримані формули для визначення критичних швидкостей обертань і частот власних коливань. За допомогою розроблених на основі цих формул програм отримані і представлені результати, які показують залежності критичних швидкостей обертань від таких параметрів: розміри поперечного перерізу стержнів, їх довжини, величин поздовжніх навантажень.

На основі розробленої методики комп'ютерного моделювання коливального руху та створеного на цій базі програмного забезпечення проведено дослідження поперечних коливань елементів конструкцій, показано як гіроскопічні сили впливають на процес коливального руху при різних швидкостях обертання. Графіки, що отримані, відображають розвиток амплітуд коливань у часі, а також траєкторії руху перерізів стержнів як в системі координат, що обертається разом зі стержнем (валом), так і в нерухомій системі координат.

Для стержнів значної довжини, якими моделюються бурильні колони, за допомогою розробленого програмного забезпечення отримані форми їх вигину у різні моменти часу при здійсненні коливального руху. Показано, що при дії поздовжньої зосередженої сили, прикладеної до нижнього кінця вертикального стержня, виникає ефект закручування його нижньої частини по спіралі. Такий ефект виникає внаслідок дії гіроскопічних моментів, які починають з'являтися саме через збільшення вигину нижньої частини стержня, оскільки збільшення вигину призводить до збільшення кутів повороту його перерізів, швидкість зміни яких і є складовими гіроскопічного моменту.

При дослідженні динаміки руху стержнів, що обертаються під дією поздовжніх періодичних навантажень, для різних об'єктів виявлені залежності швидкостей обертання і частот зміни поздовжніх навантажень, при яких навіть при докритичних

швидкостях обертання виникає динамічна нестійкість системи як при прямому, так і при зворотному прецесійному русі.

В процесі виконання дисертаційної роботи розроблено методику дослідження динаміки об'єктів у зазначеній постановці. На основі розробленої методики створено програмне забезпечення, за допомогою якого визначенні критичні швидкості обертання, частоти власних коливань, області динамічної нестійкості для об'єктів з різними параметрами. Досліджено вплив гіроскопічного ефекту на значення критичних швидкостей обертання при різних параметрах системи. Для різних систем виявлені параметри, при яких вони мають динамічну нестійкість і можуть швидко увійти в інтенсивний коливальний рух після виведення їх зі стану рівноваги.

Ключові слова: геометрична нелінійність, гіроскопічні сили, поздовжні навантаження, критичні швидкості, форми вигину, стержні, вали, свердла, бурильні колони.

Недин В.О. Нелинейные колебания упругих элементов конструкций с учетом гироскопических сил. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – строительная механика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, 2021.

Диссертационная работа посвящена исследованию колебаний вращающихся упругих валов и стержней с учетом геометрической нелинейности, гироскопических нагрузок, продольных внешних нагрузок.

В работе выполнен обзор литературы по теме исследования, рассмотрены фундаментальные труды выдающихся ученых в области динамики стержневых систем, а также работы современных ученых, занимающихся проблемами динамики ротационных систем с учетом действий гироскопических нагрузок при сложном движении.

Выполнено математическое моделирование динамики вращающихся упругих стержней с учетом геометрической нелинейности, сил инерции поступательного движения элементов стержня, центробежных сил инерции, кориолисовых сил инерции, гироскопических моментов, продольных внешних нагрузок. Сформулированы уравнения колебательного движения.

В результате решения уравнений колебательного движения получены формулы для определения критических скоростей вращений и частот собственных колебаний. С помощью разработанных на основе этих формул программ получены и представлены результаты, которые показывают зависимости критических скоростей вращений от таких параметров, как размеры поперечного сечения стержней, их длины, величин продольных нагрузок.

На основе разработанной методики компьютерного моделирования колебательного движения и созданного с использованием этой методики программного обеспечения проведено исследование динамики поперечных колебаний рассматриваемых объектов, показано, как гироскопические силы

оказывают свое влияние на процесс колебательного движения при различных скоростях вращения. Получены графики, отражающие развитие амплитуд колебаний во времени, а также траектории движения сечений стержней как во вращающейся вместе со стержнем (валом) системе координат, так и в неподвижной системе координат.

Для стержней значительной длины, которыми моделируются бурильные колонны, с помощью разработанного программного обеспечения получены и показаны их формы изгиба в разные моменты времени при осуществлении колебательного движения. Показано, что при действии продольной сосредоточенной силы, приложенной к нижнему концу вертикального стержня, возникает эффект закручивания его нижней части по спирали. Такой эффект возникает в результате действия гироскопических моментов, которые начинают появляться именно из-за увеличения изгиба нижней части стержня, поскольку увеличение изгиба приводит к увеличению углов оборота его сечений, скорости изменения которых и есть составляющими гироскопического момента.

При исследовании динамики вращающихся стержней под действием продольных периодических нагрузок для различных объектов выявлены такие соотношения скоростей вращения и частот воздействия продольных нагрузок, при которых даже при докритических скоростях вращения возникает динамическая неустойчивость системы как при прямой, так и при обратной прецессии.

В процессе выполнения диссертационной работы разработана методика исследования динамики объектов, в указанной постановке, на основе которой создано программное обеспечение, предназначенное для определения критических скоростей вращения, частот собственных колебаний, области динамической неустойчивости для объектов с различными параметрами. Исследовано влияние гироскопического эффекта на значение критических скоростей вращений при различных параметрах системы. Для различных систем выявлены параметры, при которых они имеют динамическую неустойчивость и могут быстро войти в интенсивное колебательное движение после вывода их из состояния равновесия.

Ключевые слова: геометрическая нелинейность, гироскопические силы, продольные нагрузки, критические скорости, формы изгиба, стержни, валы, свёрла, бурильные колонны.

Nedin V.O. Nonlinear oscillations of elastic structural elements with account of gyroscopic forces. – Qualifying research paper manuscript copyright.

The thesis for candidate of technical science degree on specialty 05.23.17 – Structural Mechanics. – Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, 2021.

The thesis is devoted to investigation of elastic rods oscillations during rotation with account of geometric nonlinearity, gyroscopic forces and axial external loads.

The literature review on the research topic is done. The fundamental works of prominent scientists in the field of rod dynamics are considered, and the works of modern scientists who deal with the dynamics of rotating systems taking into account the actions of gyroscopic loads in complex motion are considered too.

The mathematical modeling of the rotating elastic rods dynamics with account of geometric nonlinearity, linear inertia forces, centrifugal inertia forces, Coriolis inertia forces, gyroscopic moments, external axial and gravitational loads is done. The equations of oscillations are derived.

The formulas for calculations of the critical rotational speeds and the natural oscillation frequencies are found via solving of the differential equations of oscillations. Using the programs that are developed on basis of these formulas were found and presented the results, which show the dependences of the critical rotational speeds on such parameters as: dimensions of the cross-section of rods, their length, values of axial compressing loads or longitudinal tensile load.

Based on developed technique of computer modeling of oscillatory motion of rotating rods and with software, that is created using this technique, the research of the dynamics of transverse oscillations for different shafts and rotating rods have been done. It is shown how the gyroscopic forces have been influencing on the process of oscillatory motion by different rotating speeds. The diagrams that show the development of oscillation amplitudes in time were built. The diagrams that show the trajectories of moving for cross-sections of the rods, both in rotating coordinate system and stationary coordinate system were built, too.

Using the specified software the bend forms of heavy rods with large length in process of oscillation were defined and presented for various moments of time. Such rods are modeling the work of drill strings. It is shown that the action of an axial force that is pointed to the lower end of the vertical heavy rod leads to the effect of twisting to a spiral of its lower part. This effect arises via action of gyroscopic moments, which begin to appear when the lower part of the rod starts to bend and this bending have been growing. It happens because the growth of bending leads to increase the angles of rod cross-sections' turn, the velocity of change of which is part of the gyroscopic moment.

In the process of rotating rods dynamics investigation under action of axial periodic forces for various objects, such ratios of rotational speeds and frequencies of axial loads changes have been found by which, even far before critical rotational speeds, arises the dynamic instability of system in case of direct and reverse precession.

In course of thesis the techniques of dynamics research of investigated objects in specified statement were developed. Based on developed techniques, has been created the software using which the critical rotation speeds and natural oscillation frequencies are calculated and dynamic instability regions are found for objects with different parameters. Influence of gyroscopic effect on values of critical rotational speeds with different system parameters is studied. For various systems, the parameters at which they have dynamic instability and can quickly start intensive oscillations after loss of equilibrium are found.

Key words: geometric nonlinearity, gyroscopic forces, axial loads, critical speeds, bend forms, rods, shafts, drills, drill strings.