

Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет будівництва і архітектури

ТАДЄЄВ ОЛЕКСАНДР АНТОНОВИЧ

УДК 528.23/.946/.063+551.242.1/.244

**РОЗРОБКА МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ПОЛІВ ДЕФОРМАЦІЇ ЗЕМЛІ ЗА
ДАНИМИ ГЛОБАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СУПУТНИКОВИХ СИСТЕМ**

05.24.01 – Геодезія, фотограмметрія та картографія

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2021

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Національному університеті водного господарства та природокористування, Міністерство освіти і науки України.

Науковий консультант доктор технічних наук, професор

Черняга Петро Гервазійович,

Національний університет водного господарства та природокористування, професор кафедри геодезії та картографії, м. Рівне.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор

Бурак Костянтин Омелянович,

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, завідувач кафедри геодезії та землеустрою, м. Івано-Франківськ;

доктор технічних наук, доцент

Фис Михайло Михайлович,

Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри картографії та геопросторового моделювання, м. Львів;

доктор технічних наук, професор

Каблак Наталія Іванівна,

Ужгородський національний університет, професор кафедри міського будівництва і господарства, м. Ужгород.

Захист відбудеться «21» грудня 2021 р. о 10⁰⁰ год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.09 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31, ауд. 319.

З дисертацією можна ознайомитись в науково-технічній бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31.

Автореферат розісланий «19» листопада 2021 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради
кандидат технічних наук, доцент



О. П. Ісаєв

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Оцінювання полів деформації Землі є одним з ключових завдань геолого-геофізичних досліджень, які пов'язані з описуванням перебігу та прогнозуванням низки фізичних процесів на сучасному етапі еволюції Землі. Завдання має комплексний характер і вирішується шляхом міждисциплінарної кооперації зусиллями різних природничих наук. Об'єкти їх прикладних досліджень складають єдину систему. Тому показники різнобічного моніторингу Землі, співставлення та пошук взаємозв'язків даних силових полів різного фізичного походження і комплексна інтерпретація кінцевих результатів дають змогу не лише визначити деформований стан земної кори та її фізичної поверхні, а й виявити генезис геодинамічних процесів та дослідити еволюцію Землі в цілому. З точки зору задоволення суспільних потреб це забезпечує оцінювання ризиків з погляду безпеки життєдіяльності та прогноз ймовірних катастрофічних наслідків.

Геодезична галузь знань посідає в дослідженнях проблеми особливе місце. Повторні спостереження геодезичних мереж і опрацювання отриманих результатів забезпечують кількісні показники переміщення фізичної поверхні Землі. За цими даними у рамках різних математичних моделей досягається оцінювання та інтерпретація полів деформації Землі різних масштабів. Мету, стратегічні напрями і зміст досліджень проблеми геодезичними методами визначено резолюціями Міжнародної асоціації геодезії IAG у рамках діяльності підкомісії 3.2 “Деформації земної кори” комісії 3 “Обертання Землі та геодинаміка”. Одними з пріоритетних є дослідження деформацій земної кори усіх масштабів від глобальної тектоніки плит до локальних деформацій, розвиток і координація міжнародних програм зі спостереження, аналізу та інтерпретації даних полів деформації. Прикладні аспекти досліджень проблеми складають основу діяльності робочої групи 6.1 “Вимірювання та аналіз деформацій” комісії 6 “Інженерні вишукування” Міжнародної федерації геодезистів FIG. Наслідком співробітництва між двома головними міжнародними геодезичними організаціями в області досліджень проблеми стало створення спільної робочої групи IAG/FIG 0.2.1 “Нові технології для моніторингу деформацій та ліквідації наслідків природних катастроф”. Своєю діяльністю група забезпечує координацію міждисциплінарних підходів до моніторингу полів деформації природних та інженерних об'єктів регіонального та локального масштабів, розробку методів опрацювання та аналізу часових рядів спостережень, інноваційних алгоритмів обробки даних, статичного та динамічного моделювання деформацій.

Теоретичною основою вирішення проблеми вже традиційно, ще від часу запровадження у дослідницьку практику на початку минулого століття, використовується математична теорія пружності. З об'єктивних причин ця потужна теоретична основа знайшла практичне застосування у найпростішій формі лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації суцільного середовища. За результатами повторних спостережень геодезичних мереж модель реалізується методом скінченних елементів. Вперше в умовах земної кори метод використали у 1929 р. японські вчені Terada T., Miyabe N. та Tsuboi C. Вдала апробація методу, реалізована на симплексах за даними повторних спостережень тріангуляції, стала поштовхом для його широкого використання та вироблення численних видозмін.

Серед вчених, які отримали вагомі наукові результати у розвитку методу та різних аспектах його використання для потреб геодинаміки слід відзначити праці закордонних та вітчизняних фахівців: Altiner Y., Bibbi H.M., Brunner F.K., Burford R.O., Caspary W.F., Dermanis A., England Ph., Frank F.C., Grafarend E.W., Groten E., Hammond W.C., Harada T., Kiamehr R., Kremer C., May D.A., Molnar P., Pope A.J., Prescott W.H., Reilly W.I., Riguzzi F., Savage J.C., Schneider D., Sjoberg L.E., Shimura M., Thatcher W., Vyskocil P., Буланже Ю.Д., Гзовський М.В., Григоренко А.Г., Євсєєва Е.О., Єсіков М.П., Ізотов О.О., Кафтан В.І., Киричук В.В., Кузнєцова В.Г., Магніцький В.А., Марченко О.М., Мещеряков Г.О., Мещеряков Ю.А., Панкрушин В.К., Пеллінен Л.П., Скриль В.А., Третьак К.Р., Черняга П.Г. Згодом метод скінченних елементів знайшов більш широке коло практичного застосування при розв'язанні геодезичних задач. Різним аспектам його прикладного використання присвячені праці багатьох відомих вчених. Потрібно відмітити дослідження Dermanis A., Grafarend E.W., Groten E., Moritz H., Xu P.L., Анненкова А.О., Большакова В.Д., Бурака К.О., Відуєва М.Г., Войтенко С.П., Каблак Н.І., Карпінського Ю.О., Кучера О.В., Лебедева С.В., Неймана Ю.М., Островського А.Л., Сидоренко В.Д., Фиса М.М., Церклевича А.Л., Шульца Р.В.

На сучасному етапі досліджень проблеми основним джерелом надходження вхідних даних є результати геодезичного моніторингу Землі з використанням супутникових навігаційних технологій, які ґрунтуються на використанні глобальних систем супутникового позиціонування і реалізовані у глобальних мережах перманентних GNSS-станцій. Результати моніторингу координат станцій методом GNSS забезпечили формування потужних баз даних і дали змогу підвищити ефективність вирішення багатьох задач геодинаміки. Разом з тим, теоретична основа та методи опрацювання даних з метою оцінювання полів деформації Землі і наступного аналізу отриманих результатів залишаються незмінними. Аналіз сучасного стану вирішення проблеми показує, що використовувані теоретична основа і методи мають недостатню ступінь відповідності потенційному інформаційному ресурсу GNSS-даних. Запровадження у дослідницьку практику результатів моніторингу координат методом GNSS потребує переосмислення теоретичних підходів та вироблення нових моделей та методів опрацювання даних. Вирішення завдань деформаційного аналізу в геодинаміці необхідно розглядати у взаємозв'язку з проблемами геодезії у розрізі досліджень сучасних референцних систем. Саме тому існують природні взаємозв'язки досліджень проблеми з напрямками наукової діяльності комісії 1 IAG "Референцні системи", оскільки їх визначення необхідно узгоджувати з поточними деформаціями земної кори. Синтез результатів досліджень різних природничих наук для вирішення проблем геодинаміки в частині оцінювання та інтерпретації полів деформації є необхідною умовою строгого вирішення традиційних і нових задач геодезії. Об'єктивна необхідність наукового опрацювання визначеної проблеми зумовила вибір теми, мети та змісту представлених дисертаційних досліджень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Виконані дослідження відповідають науковому напрямку «Науки про Землю і навколишнє середовище» Державного фонду фундаментальних досліджень України.

Дисертаційна робота пов'язана з реалізацією положень Закону України від 19.06.2003 р. № 962–IV «Про охорону земель». Дисертаційні дослідження відповідають одному з пріоритетних завдань, які визначені Розпорядженням Кабінету Міністрів України № 2354-р від 29 грудня 2010 р. «Про схвалення Концепції Державної цільової науково-технічної програми розвитку топографо-геодезичної діяльності та національного картографування на 2014–2018 роки». Результати дисертаційної роботи можуть бути використані при реалізації Постанови Кабінету Міністрів України від 26 травня 2004 р. № 681 «Порядок здійснення природно-сільськогосподарського, еколого-економічного, протиерозійного та інших видів районування (зонування) земель».

Дисертаційна робота виконана згідно з планом наукової роботи кафедри геодезії та картографії Національного університету водного господарства та природокористування і відповідає тематиці наукової діяльності кафедри «Прогнозування розвитку територій з врахуванням функціональних властивостей і впливу геодинамічних процесів» (державний реєстраційний номер 0111U001505).

Мета і задачі дослідження. *Мета* роботи полягає у розробленні статичних моделей полів деформації різних масштабів і адаптивних методів їх оцінювання та інтерпретації, які адекватні даним моніторингу Землі методом GNSS.

Для досягнення мети в роботі поставлені наступні *завдання*:

- вдосконалити умови реалізації методу скінченних елементів для оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні на основі лінійно-однорідної моделі математичної теорії пружності;
- вдосконалити метод відображення результатів оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні тематичними картами;
- дослідити сучасні бази GNSS-даних на предмет репрезентативності рядів координат в оцінюванні рухів і деформації земної поверхні;
- розробити альтернативну методологію оцінювання полів деформації Землі з використанням теорії відображення поверхонь і теорії перетворення образів ріманового простору в формі диффеоморфних многовидів;
- розробити методи оцінювання двовимірних полів деформації Землі на умовах використання елементарних диффеоморфних многовидів;
- розробити метод оцінювання тривимірних полів деформації Землі на умовах використання складного диффеоморфного многовиду;
- розробити метод оцінювання порушень умов створення системи ITRS за показниками кутових і масштабних спотворень внаслідок впливу геодинамічних процесів;
- запропонувати науково-прикладний підхід до оцінювання полів деформації Землі за GNSS-даними при порушених умовах створення системи ITRS.

Об'єкт дослідження: поля деформації Землі локального, регіонального та глобального масштабів.

Предмет дослідження: математичні моделі і методи оцінювання полів деформації та їх залежність від даних GNSS-моніторингу поверхні Землі у системі ITRS.

Методи дослідження. З метою розроблення вдосконалених розв'язків на основі лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації суцільного середовища використовувались метод скінченних елементів, елементи теорії ймовірностей і математичної статистики, методи перевірки статистичних гіпотез. Для встановлення емпіричних формул на стадії побудови функціональних моделей деформації були використані методи апроксимації базисних функцій за принципом найменших квадратів та метод невизначених коефіцієнтів незалежних однорідних гармонічних поліномів. Методи проективно-диференціальної геометрії, методи описування змін ріманової метрики у дотичному просторі та елементи тензорного аналізу дали змогу реалізувати розв'язки задач вираження різних за змістом числових характеристик полів деформації. Аналітичне вираження характеристик деформації виконано у відношенні як до топографічної, так і до різних модельних відлікових поверхонь. На цій стадії досліджень використовувались методи перетворень у різних системах координат. При обґрунтуванні та аналітичному вираженні характеристик деформації враховано концепцію створення ITRS та її реалізацій у формі ITRF. Під час розробки алгоритмів і створення комп'ютерного програмного забезпечення на стадії тестування розроблених методів використовувались елементи алгебри матриць. Елементи теорії похибок вимірів забезпечили оцінювання точності емпіричних формул за результатами апроксимації базисних функцій методом найменших квадратів, а також похибок обчислення характеристик деформації. З метою забезпечення ґносеологічних властивостей тематичних карт при відображенні характеристик полів деформації було використано методи тематичного картографічного моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів. Результати досліджень вирішують важливу науково-прикладну проблему методології дослідження полів деформації за даними моніторингу Землі методом глобальних навігаційних супутникових систем GNSS. Розроблено адаптивні методи оцінювання полів деформації в умовах земної кори з перспективою графічного відображення та інтерпретації результатів залежно від масштабів геодинамічних процесів та складових деформації. Вирішення проблеми розглянуто у взаємозв'язку з дослідженнями сучасних референцних систем. Отримані результати мають важливе значення для геодезії та геодинаміки. Ступінь наукової новизни дисертаційних досліджень визначають наступні основні результати.

Вперше:

1. Доведено доцільність використання в оцінюванні рухів і деформації земної поверхні бази GNSS-даних JPL Comb, яка розміщена в архіві SOPAC.
2. Розроблено методологію оцінювання полів деформації Землі з використанням теорії відображення поверхонь і теорії перетворення образів ріманового простору в формі диффеоморфних многовидів.
3. Розроблено методи оцінювання двовимірних полів деформації Землі на умовах використання елементарних диффеоморфних многовидів з віднесенням оцінок деформації до модельних геодезичних поверхонь.
4. Розроблено метод оцінювання тривимірних полів деформації Землі на умовах використання складного диффеоморфного многовиду з віднесенням оцінок деформації до топографічної поверхні. Розроблені методи узагальнено для оцінювання нелінійних деформацій Землі. Запропоновано критерії та алгоритм

створення функціональних моделей деформації на умовах гомеоморфізму перетворення многовидів.

5. Розроблено метод оцінювання порушень умов створення системи ITRS за показниками кутових і масштабних спотворень внаслідок впливу геодинамічних процесів.
6. Запропоновано науково-прикладний підхід до оцінювання полів деформації Землі за GNSS-даними при порушених умовах створення системи ITRS.
Набули подальшого розвитку:
7. Умови реалізації методу скінченних елементів для оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні на основі лінійно-однорідної моделі математичної теорії пружності.
8. Метод відображення результатів оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні тематичними картами.

Практичне значення одержаних результатів. Результати досліджень рекомендуються для використання при вирішенні завдань геодезії в дослідженнях сучасних референцних систем у їх взаємозв'язку з геодинамікою. Це забезпечить ефективне функціонування та розвиток Державної геодезичної мережі України, Державної системи координат, Національної бази геопросторових даних. Отримані результати можуть бути використані при веденні робіт у сфері тематичного картографування, а також геології та інжинірингу при проектуванні та експлуатації об'єктів інфраструктури. Такими видами діяльності займаються топографо-геодезичні та картографічні виробничі і науково-виробничі підприємства, геодезичні центри та державне підприємство "Науково-дослідний інститут геодезії і картографії" в структурі Державної служби України з питань геодезії, картографії та кадастру.

Отримані результати рекомендуються для застосування в дослідженнях полів деформації Землі, проблем геодинаміки і будови земної кори у зв'язку з моніторингом, прогнозуванням і веденням робіт з використання надр у підрозділах інституту геологічних наук та інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, а також у підприємствах та організаціях, що належать до сфери управління Державної служби геології та надр України.

Особистий внесок здобувача. Результати наукових досліджень, які представлено у дисертаційній роботі та виносяться на захист, отримані автором самостійно. Загалом за темою дисертації опубліковано 35 наукових праць. Серед них 17 праць є одноосібними, у тому числі 12 відображають основні результати досліджень і 5 опубліковані у збірниках праць за матеріалами конференцій. З матеріалів праць, опублікованих у співавторстві, в роботі використано ту частину, що становить особистий внесок автора. Більшість праць, які опубліковані у співавторстві, присвячені розробленню вдосконалених методів оцінювання деформацій на основі математичної теорії пружності, методів відображення результатів оцінювання картографічними моделями та їх апробації на різних природних та інженерних об'єктах. У цих працях автору належить:

- розробка та реалізація алгоритму, розв'язків, методу і комп'ютерного програмного забезпечення, а також інтерпретація одержаних результатів [9–11; 13; 19; 23; 28; 29];

- розробка алгоритму, методу і програмного забезпечення для проведення обчислень [17; 27];
- постановка завдання та інтерпретація одержаних результатів [6; 7; 24; 25; 30];
- реалізація розв’язків та розробка методу [35].

В дослідженнях репрезентативності геодезичних даних в оцінюванні рухів і деформацій земної поверхні автором частково проведено аналіз досліджень, самостійно розроблено алгоритм, метод і програмне забезпечення для проведення обчислень, подано інтерпретацію результатів [4]. Праця [12] присвячена вирішенню завдань апроксимації функцій та застосуванню статистичних методів опрацювання даних. У цій частині досліджень автору належить розробка алгоритму апроксимації і оцінювання точності одержаних результатів.

Обґрунтування доцільності використання теорії відображення поверхонь і теорії перетворення образів ріманового простору, реалізація розв’язків завдань на такій основі, розробка адаптивних методів і алгоритмів опрацювання даних, а також інтерпретація результатів їх тестування в оцінюванні полів деформації різних масштабів виконані автором самостійно.

Наукові положення, результати і публікації, що були включені до кандидатської дисертації, у представленій роботі не використовуються і не є предметом захисту.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати наукових досліджень, що включені до дисертації, доповідались і обговорювались на міжнародних та всеукраїнських наукових симпозиумах, конференціях та семінарах, зокрема на Міжнародному симпозиумі “Геодинаміка гірських систем Європи” (Львів-Яремче, 10–17 квітня 1994 р.), Міжнародній науково-технічній конференції “Сучасні досягнення геодезії, геодинаміки та геодезичного виробництва” (Львів, 1999 р.), всеукраїнській науково-практичній конференції “Проблеми землеустрою та геоінформатики” (Рівне, 23–24 листопада 2012 р.), XVIII Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2013 (Львів-Яворів, 24–26 квітня 2013 р.), VII Міжнародній науково-технічній конференції “Кадастр, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку” (Львів, 13–15 червня 2013 р.), III Міжнародній науково-практичній конференції “Стратегічні рішення інформаційного розвитку економіки, суспільства та бізнесу” (Рівне, 12–14 лютого 2014 р.), XIX Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2014 (Львів-Яворів, 23–25 квітня 2014 р.), VII Міжнародній науково-практичній конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні” (Ужгород, 23–25 жовтня 2014 р.), всеукраїнській науково-практичній конференції “Геодезія. Землеустрій. Природокористування: присвячується пам’яті П.Г. Черняги” (Рівне, 5–6 листопада 2014 р.), XX Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2015 (Львів-Брюховичі-Яворів, 22–24 квітня 2015 р.), I Міжнародній науково-технічній конференції ГЕОПРОСТІР’2015 (Київ, 12–14 листопада 2015 р.), International Scientific Meeting “Crustal movements in Central and Eastern Europe” (Vihorlat Observatory and Astronomical Observatory, Kolonica Saddle, Slovakia, 5–6 december 2015), XXI Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2016 (Львів-Брюховичі-Яворів, 13–15 квітня 2016 р.), VIII Міжнародній науково-практичній конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та

природокористуванні” (Ужгород-Синевир, 6–8 жовтня 2016 р.), всеукраїнській науково-практичній конференції “Геодезія. Землеустрій. Природокористування: присвячується пам’яті П.Г. Черняги” (Рівне, 9–10 листопада 2016 р.), XXII Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2017 (Львів-Брюховичі-Яворів, 25–27 квітня 2017 р.), VIII Міжнародній науково-технічній конференції “Моніторинг довкілля, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку” (Львів-Східниця, 14–16 вересня 2017 р.), Міжнародній науковій конференції “Астрономічна обсерваторія Львівської політехніки: історія і сучасність” (Львів, 16–17 листопада 2017 р.), XXIII Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2018 (Львів-Брюховичі-Яворів, 18–20 квітня 2018 р.), XXIV Міжнародній науково-технічній конференції GEOFORUM’2019 (Львів-Брюховичі-Яворів, 10–12 квітня 2019 р.).

Публікації. Основні положення дисертації опубліковано у 35 наукових працях. Серед них: 5 публікацій у наукових періодичних виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз Web of Science, Index Copernicus, 17 – у наукових виданнях, включених до Переліку наукових фахових видань України та 13 публікацій у інших наукових виданнях та у збірниках праць за матеріалами конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, п’яти розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 316 сторінок, з них 263 сторінки основного тексту, 39 рисунків та 36 таблиць, в тому числі такі, що розміщені на 8 окремих аркушах, список використаних джерел з 211 найменувань на 29 сторінках та 12 додатків на 32 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і завдання, визначено об’єкт, предмет і методи досліджень, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів. Також перелічено використані засоби публічної апробації і оцінено особистий внесок здобувача при поданні результатів досліджень у фахових виданнях.

У першому розділі “**Аналіз сучасних методів оцінювання деформацій земної поверхні за геодезичними даними**” визначено мету, стратегічні напрями та зміст дослідження деформацій земної поверхні, розкрито теоретичну основу та еволюцію геодезичних методів оцінювання полів деформації, стан та проблеми відображення рухів і деформацій земної поверхні за допомогою картографічних моделей.

Усі дослідження ґрунтуються на математичній теорії пружності, використовують модель лінійно-однорідної нескінченно малої деформації суцільного середовища і реалізуються методом скінченних елементів. Видозміни методу подано у контексті їх еволюційного розвитку з точки зору оцінювання складових деформації, геометричних форм скінченних елементів, аналітичного та числового розв’язків завдань та модельних поверхонь, на яких вони реалізуються. Окреслено проблемні питання практичної реалізації методу в умовах земної кори.

Проаналізовано стан і проблеми відображення деформацій тематичними картами. Виявлено факти порушення таких загальноприйнятих умов відображення

деформацій, як змістова відповідність, просторово-часова подібність, абстрактність, вибірковість та синтетичність. Вони є наслідком недотримання умов реалізації теоретичної основи методом скінченних елементів в умовах земної кори і спричинюють спотворені гносеологічні властивості тематичних карт.

За результатами аналізу сформульовано такий висновок: використовувані теоретична основа і методи оцінювання та відображення деформацій в умовах земної кори мають недостатню ступінь відповідності потенційному інформаційному ресурсу GNSS-даних. Головні аргументації такого висновку наступні.

1. Використовувані теоретична основа і модель спроможні передавати лише афінні перетворення координат вершин скінченних елементів. Навіть якщо базисні функції, які генерують функціональну модель є нелінійні, вони на стадії побудови тензора підлягають лінеаризації. З цієї причини оцінюванню підлягають виключно лінійні деформації. Нелінійні моделі в дослідницькій практиці не використовуються.

2. Поділ території на скінченні елементи здебільшого позбавлений належного обґрунтування і реалізовується формально. Це зумовлює ризики втрати адекватності лінійної моделі реальній деформації і в підсумку ставить під сумнів достовірність результатів опрацювання даних та інтерпретації явища.

3. Переважна більшість методів не передбачають прямого використання координат у тривимірній системі. Натомість здійснюється їх перетворення у різні двовимірні системи, які поширюються на відповідних модельних поверхнях. З цієї причини числові оцінки полів деформації відносяться до цих поверхонь, але не до топографічної, на якій проявляються досліджувані процеси і доступний їх прямий моніторинг методом GNSS.

4. Використовувані методи не забезпечують оцінювання тривимірних деформацій планетарного масштабу.

Проведений аналіз визначив два ймовірних шляхи вирішення проблеми – шукати засоби вдосконалення умов використання методу скінченних елементів на традиційній теоретичній основі або взагалі переглядати теоретичні підходи до вирішення завдань оцінювання деформацій включно з альтернативними чи хоча б узагальнюючими.

У другому розділі “**Дослідження і шляхи підвищення достовірності результатів оцінювання двовимірних лінійних деформацій методом скінченних елементів**” означено особливості використання даних повторних спостережень геодезичних мереж, подано результати ситуаційного моделювання лінійних деформацій у межах геодезичного чотирикутника, зроблено систематизацію завдань оцінювання деформацій за геодезичними даними, розкрито вдосконалення умов реалізації методу скінченних елементів і методу відображення двовимірних деформацій земної поверхні тематичними картами, а також подано результати тестування вдосконаленого методу оцінювання та відображення двовимірних лінійних деформацій земної поверхні.

Ефекти недоліків реалізації теоретичної моделі і методу скінченних елементів, які виявлено за результатами аналізу, посвідчено результатами ситуаційного моделювання деформації у межах геодезичного чотирикутника (див. рис. 1). До табл. 1 зведено результати обчислення характеристик лінійних деформацій у межах різних комбінацій симплексів (трикутників) та їх усереднені значення у межах чотирикутника загалом. До табл. 2 поміщено результати, обчислені у межах геометричного чотирикутника без поділу на симплекси (θ – дилатація, E_1 та E_2 –

екстремальні розширення, γ_m – зсув, φ^0 – напрям головної осі деформації, ω^0 – обертання). Обчислення супроводжувались оцінкою точності згідно алгоритму методу найменших квадратів.

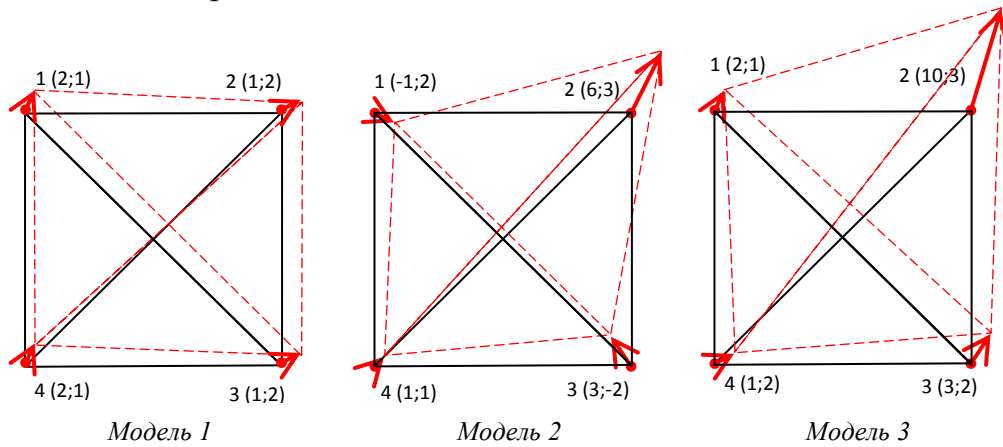


Рис. 1. Моделі деформації у межах геодезичного чотирикутника (складові зміщень вершин виражено метрами)

Таблиця 1

Характеристики деформації поверхні у межах геодезичного чотирикутника

№			Значення характеристик деформації					
моделей	трикутників	вершин	θ	γ_m	E_1	E_2	φ^0	ω^0
1	1	1-3-4	0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
	2	1-2-3	0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
	середнє значення		0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
	3	1-2-4	0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
	4	2-3-4	0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
	середнє значення		0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	0,3
2	1	1-3-4	-0,05	0,032	-0,009	-0,041	35,8	-0,3
	2	1-2-3	0,04	0,122	0,081	-0,041	40,3	-0,6
	середнє значення		-0,005	0,077	0,036	-0,041	38,0	-0,4
	3	1-2-4	-0,01	0,085	0,038	-0,048	-34,7	-1,7
	4	2-3-4	0,00	0,092	0,046	-0,046	24,7	0,9
	середнє значення		-0,005	0,088	0,042	-0,047	5,0	-0,4
3	1	1-3-4	0,01	0,014	0,012	-0,002	22,5	-0,9
	2	1-2-3	0,09	0,103	0,096	-0,006	30,5	-2,0
	середнє значення		0,05	0,058	0,054	-0,004	26,5	-1,4
	3	1-2-4	0,03	0,071	0,050	-0,020	-40,9	-2,6
	4	2-3-4	0,07	0,076	0,073	-0,003	11,6	-0,3
	середнє значення		0,05	0,074	0,062	-0,012	-14,6	-1,4

Характеристики деформації поверхні у межах геометричного чотирикутника

№ моделей	С.к.п. апроксимації, м		Значення характеристик та їх середні квадратичні похибки					
	m_x	m_y	θ	γ_m	E_1	E_2	φ°	ω°
1	$\pm 0,00$	$\pm 0,00$	0,01 $\pm 0,00$	0,014 $\pm 0,000$	0,012 $\pm 0,000$	-0,002 $\pm 0,000$	22,5 $\pm 0,0$	0,3 $\pm 0,0$
2	$\pm 2,5$	$\pm 2,0$	-0,005 $\pm 0,032$	0,076 $\pm 0,064$	0,036 $\pm 0,036$	-0,041 $\pm 0,036$	39,3 $\pm 12,0$	-0,4 $\pm 0,9$
3	$\pm 3,0$	$\pm 1,0$	0,05 $\pm 0,03$	0,058 $\pm 0,063$	0,054 $\pm 0,035$	-0,004 $\pm 0,035$	29,5 $\pm 15,5$	-1,4 $\pm 0,9$

Порівняльний аналіз результатів опрацювання даних показав, що гіпотеза лінійної однорідної деформації підтвердилась лише для ситуаційної моделі 1. Моделі 2 і 3 – це приклади суттєвих відмінностей зміщень вершин чотирикутника з точки зору відповідності умовам теоретичної моделі. Сформульований висновок підтвердили результати перевірки гіпотези однорідності зміщень вершин у різних моделях. З цією метою використано метод перевірки практичної рівності дисперсій емпіричних вибірок, заснований на критерії Фішера.

На прикладі моделювання деформацій у межах типового елемента геодезичної мережі підтверджено відсутність встановлення оптимальної комбінації трикутників і недосконалість симплексної моделі деформації в умовах земної кори. Такий підхід до встановлення скінченних елементів використовується також при опрацюванні даних у мережах перманентних GNSS-станцій.

З метою підвищення достовірності результатів оцінювання лінійних деформацій методом скінченних елементів запропоновано наступні вдосконалення. Суть вдосконалень зводиться до запровадження дворівневої перевірки зміщень станцій на предмет відповідності умовам однорідної лінійної моделі деформації.

Перший рівень – перевірка гіпотези однорідності зміщень. Досягається шляхом попарного порівняння дисперсій зміщень, обчислених довкола кожної станції у заданому радіусі усереднення R . Реалізовується методом встановлення практичної рівності дисперсій з використанням критерію Фішера. За результатами перевірки формуються статистично стаціонарні області однорідних деформацій – елементи поверхні скінченних розмірів, які окреслені станціями спостережень з практично рівними дисперсіями зміщень. Тим самим здійснюється систематизація (районування) території на складові частини, які знаходяться у таких структурних відношеннях одна з одною, яку задають рівень значимості критерію Фішера та радіус усереднення дисперсій R . Останній забезпечує альтернативу вибору кінцевого результату опрацювання даних шляхом змінювання ступеня узагальнення чи деталізації. Принцип, засоби досягнення альтернативи та ймовірні ефекти відображено схемою на рис. 2. Різні ступені узагальнення досягаються зміною радіуса R і вираження його величини у тих чи інших відношеннях до R_{\max} , що визначається емпіричним шляхом. Залежно від ступеня узагальнення визначено ймовірні геометричні форми однорідних областей (скінченних елементів) і шляхи відповідних подальших розв'язків задачі аналітичним або числовим методами.

Другий рівень – перевірка гіпотези лінійної залежності зміщень станцій у виділених областях. Реалізовується встановленням емпіричного та допустимого коефіцієнтів лінійної кореляційної залежності. Підтвердження залежності допускає апроксимацію лінійної функції методом найменших квадратів у межах однорідних областей з наступним оцінюванням тензора і характеристик деформації.



Рис. 2. Принцип і засоби досягнення альтернативи результатів опрацювання даних

Запропоновані вдосконалення умов реалізації методу скінченних елементів розглянуто у поєднанні з вирішенням завдання відображення результатів оцінювання деформацій за допомогою тематичних карт. З метою забезпечення ґносеологічних властивостей карт враховано різні фактори та види генералізації даних, які пов'язані з абстрагуванням та відображенням особливостей просторово-часового розподілу параметрів деформації. Вироблено методичний підхід і механізм відтворення деформацій тематичними картами. Кінцевий продукт наділений властивостями просторово-часової подібності (за умови відображення деформацій протягом визначеного періоду або у розрахунку на одиницю часу), змістової відповідності, абстрактності, вибіркості й синтетичності, метричності (за винятком схематичних карт), однозначності (у межах окремого зображення), неперервності, наочності, достатніх рівнів візуального сприйняття, оглядовості та інформативності.

Тестування методу оцінювання та відображення лінійних деформацій з урахуванням запропонованих вдосконалень реалізовано на емпіричних вибірках даних, які охоплюють території локального і регіонального масштабів.

Один з прикладів – оцінювання лінійних деформацій за даними спостережень мережі перманентних GNSS-станцій на території Європи протягом 2004–2014 рр. (рис. 3). Дані табл. 3 та їх відображення схематичними картами на рис. 4 передають кінцеві результати оцінювання деформацій при різних ступенях узагальнення.

Отримані результати забезпечили обчислення, відображення та інтерпретацію достовірних оцінок деформації лише окремих ділянок досліджуваної території, де були однозначно підтверджені умови реалізації однорідної лінійної моделі. Інші частини території позбавлені можливості неупередженого оцінювання деформації.

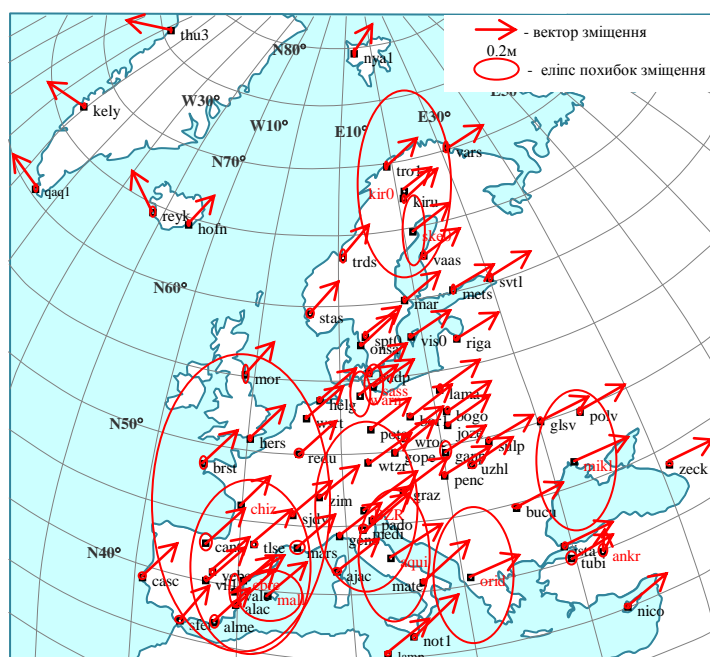
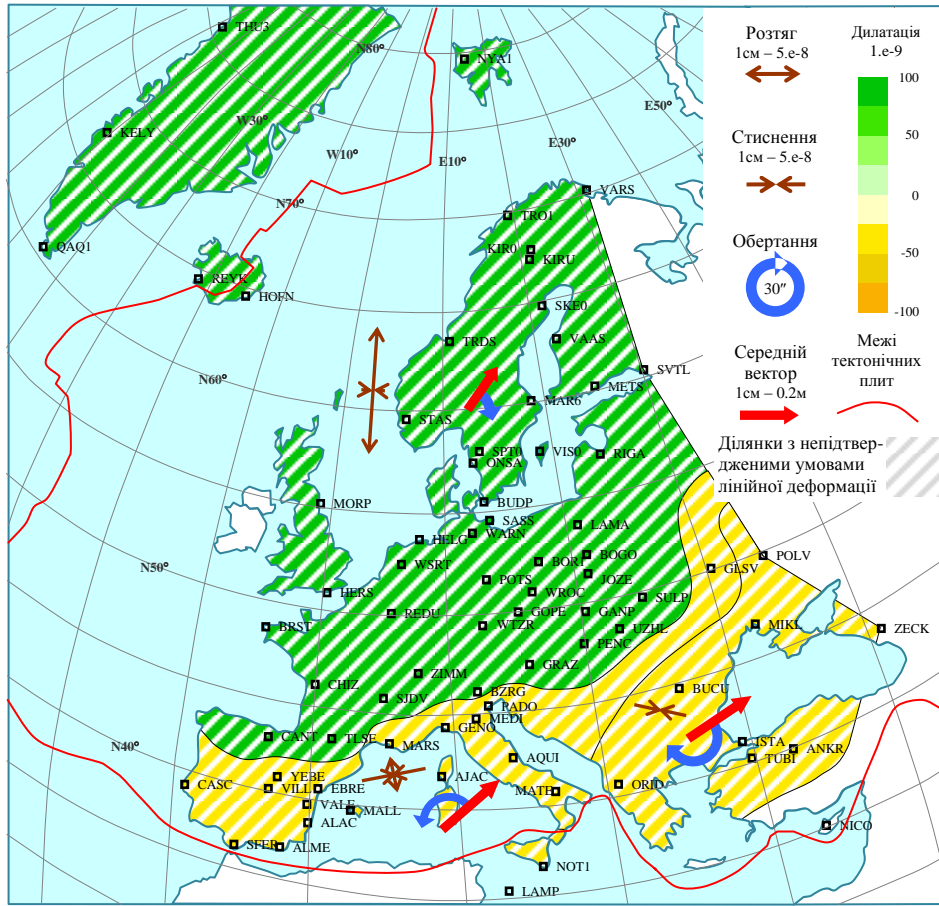


Рис. 3. Схематична карта векторів та еліпсів похибок зміщень GNSS-станцій на території Європи протягом 2004–2014 рр.

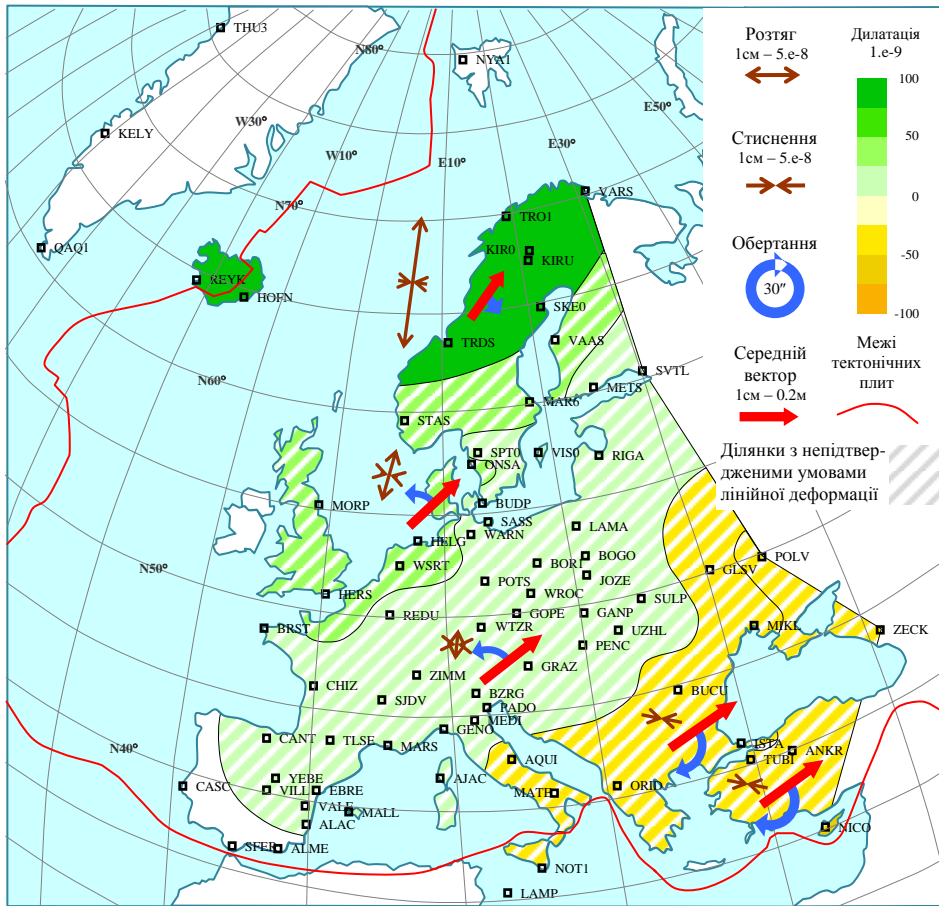
Таблиця 3

Характеристики деформації земної поверхні території Європи (2004–2014 рр.)

R (км)	№ обл.	Перелік станцій	Емпірична та допусти- ма оцінка коефіцієнта кореляції	Параметри деформації та їх середні квадратичні похибки				
				θ (1.e-9)	E_1 (1.e-9)	E_2 (1.e-9)	φ°	ω''
6600	1		0.26 ± 0.29	68 ± 7	86 ± 7	-17 ± 2	188 ± 2	-5 ± 2
R_B = 4950	1	bogo bor1 brst budp bzrg cant chiz ganp gope graz helg hers hofn joze kely kir0 kiru lama mar6 mets morp nya1 onsa penc pots qaql redu reyk riga sass sjd v ske0 spt0 stas sulp svtl thu3 tlse trds tro1 uzhl vaas vars vis0 warn wroc wsrt wtzr zimm	0.34 ± 0.36	95 ± 4	112 ± 4	-18 ± 1	184 ± 1	3 ± 6
	2	ajac alac alme aqui casc ebre geno glsv mall mars mate medi pado sfer vale vill yebe	-0.26 ± 0.61	-29 ± 5	25 ± 1	-53 ± 4	169 ± 2	-11 ± 1
	3	ankr bucu ista lamp mikl not1 orid polv tubi zeck	0.11 ± 0.76	-41 ± 22	-3 ± 7	-46 ± 3	192 ± 3	15 ± 7
R_C = 3300	1	hofn kir0 kiru reyk ske0 trds tro1 vars	-0.94 ± 0.83	93 ± 15	116 ± 15	-24 ± 2	188 ± 1	1 ± 3
	2	helg hers mar6 morp onsa stas vaas wsrt	-0.57 ± 0.83	34 ± 4	48 ± 3	-13 ± 1	196 ± 1	-3 ± 1
	3	ajac bogo bor1 budp bzrg cant chiz ebre ganp geno gope graz joze lama mall mars medi mets pado penc pots redu riga sass sjd v spt0 sulp tlse uzhl vale vill vis0 warn wroc wtzr yebe zimm	-0.20 ± 0.42	15 ± 1	30 ± 1	-15 ± 1	186 ± 1	-5 ± 1
	4	aqui bucu glsv ista mate mikl orid	-0.67 ± 0.88	-35 ± 12	6 ± 7	-35 ± 5	191 ± 6	9 ± 2
	5	ankr lamp nico not1 polv tubi zeck	0.35 ± 0.88	-40 ± 13	1 ± 9	-35 ± 5	191 ± 5	11 ± 3



а)



б)

Рис. 4. Схематичні карти лінійних деформацій земної поверхні території Європи при високому (а) та середньому (б) ступенях узагальнення (2004–2014 рр.)

У третьому розділі “Дослідження репрезентативності GNSS-даних в оцінюванні сучасних рухів і деформацій земної поверхні” подано аналіз досліджень і суті проблеми репрезентативності GNSS-даних у задачах геодинаміки, схарактеризовано бази даних, стратегії та програмне забезпечення опрацювання результатів спостережень методом GNSS і розкрито результати дослідження репрезентативності GNSS-даних в оцінюванні рухів земної поверхні на території Європи.

Ідеальний вибір для формування наборів координат GNSS-станцій з метою вирішення задач геодинаміки – це база центрів даних та аналізу IGS (International GNSS Service). Вона є основою для посилань на часові ряди координат глобальної мережі постійно діючих GNSS-станцій. Доступна на момент проведення досліджень база даних з індексом IGB08, яка спеціально призначена для технологій GNSS і сформована у системі ITRF2008, містила ряди координат для 558 станцій у різних частинах Земної кулі. З них у різних версіях розв’язків ITRF брали участь лише порядку півтори сотні станцій найвищого класу точності А.

З метою дослідження полів деформації Землі на регіональному та локальному рівнях необхідне залучення даних більшої кількості станцій, ніж це забезпечує база IGS. Тому в дослідницькій практиці здебільшого використовують бази даних опрацювання не лише глобальної, але й регіональних мереж. В сукупності вони містять часові ряди координат майже 3000 станцій. Формування кінцевих результатів у різних базах опирається на ряди координат глобальної мережі IGS. Проте мають місце відмінності в рядах координат однойменних станцій у різних базах, що є наслідком використання різних стратегій і програмного забезпечення опрацювання первинних результатів спостережень методом GNSS. У табл. 4 перелічено найбільш використовувані архіви і бази даних.

Таблиця 4

Найбільш використовувані архіви і бази GNSS-даних

Ідентифікація		Приналежність	Режим доступу	Програмне забезпечення
архіву	бази			
BKG	GDC/BKG	GNSS Data Center of the Bundesamt für Kartographie und Geodäsie	http:// igs.bkg. bund.de	Bernese GNSS Software
SOPAC	SIO	Scripps Institution of Oceanography	http://sopac. ucsd.edu	GAMIT-GLOBK Software
	JPL	Jet Propulsion Laboratory		GIPSY-OASIS Software
	JPL Comb			QOCA (GAMIT-GIPSY Combined Solution)
NGL	NGL	Nevada Geodetic Laboratory	http://geodesy.unr.edu	GIPSY-OASIS Software
UNAVCO	UNAVCO	University NAVSTAR Consortium	http://www. unavco.org	GAMIT-GLOBK Software

З числа перелічених в геодинамічних дослідженнях найчастіше віддають перевагу трьом базам даних архіву SOPAC. На основі них для власних досліджень було сформовано три незалежних блоки даних. Кожен блок включав щоденні координатні розв’язки за період 1.01.2005 – 1.01.2015 рр. з дискретизацією в один

місяць для станцій, які розташовані на території Європи, але віддалені від межі Євразійської та суміжних з нею літосферних плит. Перший блок даних – результати опрацювання спостережень в SIO з використанням програмного комплексу GAMIT-GLOBK (177 станцій). Другий блок даних – координати 204 станцій, які отримані опрацюванням спостережень у програмному комплексі GIPSY-OASIS в JPL. До третього блоку віднесено результати комбінованих координатних QOCA-розв’язків для тих же 204 станцій у JPL. Мета досліджень – визначення мінімальної тривалості спостережень, протягом якої дані кожного блоку забезпечують репрезентативні показники рухів з точки зору їх середньоквадратичних оцінок.

У кожному блоці даних визначено складові $\Delta x_{ik}, \Delta y_{ik}$ лінійних зміщень станцій станом на щомісячні поточні дати i у порівнянні з кінцевою k та їх середні квадратичні похибки $m_{\Delta x_{ik}}, m_{\Delta y_{ik}}$. За ними обчислювались середні вагові значення складових $\Delta x_{ik}, \Delta y_{ik}$, довжини V_{ik} та напрямку α_{ik} вектора зміщення і середньої швидкості v_{ik} руху земної поверхні протягом періоду $i-k$ у межах території, окресленої усіма GNSS-станціями. Обчислення супроводжувались оцінкою точності зазначених показників відповідними середніми квадратичними похибками.

Визначено мінімальну тривалість спостережень, понад яку досягається стабілізація репрезентативних показників руху на міліметровому та сантиметровому рівнях точності. У табл. 5 подано кінцеві результати опрацювання за умови, що кінцевою датою k визначено 1.01.2015 р. та 1.01.2008 р.

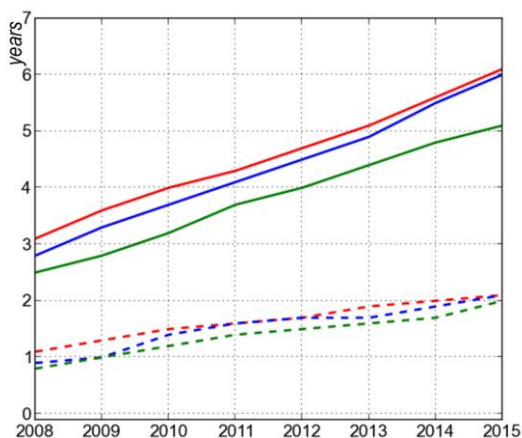
Таблиця 5

Мінімальна тривалість спостережень (років) за різними базами даних

База даних	SIO	JPL	JPL Comb
Програмне забезпечення	GAMIT-GLOBK	GIPSY-OASIS	QOCA
Стабілізація значень показників руху на міліметровому рівні точності			
2005–2008 рр.	3,1	2,8	2,5
2005–2015 рр.	6,1	6,0	5,1
Стабілізація значень показників руху на сантиметровому рівні точності			
2005–2008 рр.	1,1	0,9	0,8
2005–2015 рр.	2,1	2,1	2,0

Подібні розрахунки проведено також за наборами вхідних даних, де почергово кінцевими датами призначавсь перший календарний день кожного з проміжних років зазначеного часового діапазону. У такій постановці задачі теж визначено відповідні кожній кінцевій даті мінімальну тривалість періодів, понад які досягається стабілізація показників руху на міліметровому та сантиметровому рівнях точності. Отримані результати подано на графіку рис. 5.

Графік показує, що мінімальна тривалість спостережень не є сталою величиною і змінюється протягом дослідного періоду із закономірністю, близькою до лінійної. Після 2008 р. (до 2015 р.) тривалість періодів стабілізації зростає вдвічі. Такі відмінності не мають іншого пояснення, крім як наслідок впливу на результати GNSS-спостережень поступального руху початку відліку ITRS. Цей висновок має наступні аргументації.



--- GAMIT-GLOBK --- GIPSY-OASIS --- QOCA

Рис. 5. Мінімальна тривалість періодів спостережень, понад які досягається точність показників руху міліметрового (суцільні лінії) та сантиметрового (пунктирні лінії) порядку

1.01.2015 р.), протягом 7 років подібне коригування не виконувалось. Загалом найбільш тривалий часовий проміжок між ITRF-реалізаціями склав 5 років (2000–2005 рр.). Тому до моменту впровадження у практику новітньої реалізації ITRF2014 аж у 2016 році, завдання попереднього емпіричного визначення мінімальної тривалості спостережень і пов'язаного з ним достовірного розв'язання геодинамічних задач мало неабияку значущість.

Основні висновки за результатами досліджень:

1. Результати посвідчили переваги комбінованих QOCA-розв'язків часових рядів спостережень, порівняно з розв'язками у програмних комплексах GIPSY-OASIS та GAMIT-GLOBK. Для вирішення задач геодинаміки рекомендовано використовувати часові ряди координат бази JPL Comb.

2. Тривалість періоду, протягом якого дані забезпечують репрезентативні оцінки рухів і деформацій, є величиною змінною і повинна встановлюватись окремо для кожного емпіричного набору даних. Вона зростає по мірі віддалення кінцевої дати дослідного періоду відносно верифікації ITRF-розв'язку.

3. Виходячи з результатів опрацювання вибірки даних, яка сформована за базою JPL Comb, за найоптимістичнішими оцінками тривалість не повинна бути меншою 2.5 років. Протягом коротших термінів дані спроможні забезпечити показники рухів хіба що сантиметрового порядку точності.

У четвертому розділі “**Методи оцінювання двовимірних полів деформації Землі на основі теорії відображення поверхонь**” обґрунтовано використання теорії відображення поверхонь і визначено шляхи вирішення завдання на цій основі, розкрито результати вираження параметрів деформації земної поверхні у проєкціях на площину, геосферу та еліпсоїд обертання, подано результати тестування розроблених методів оцінювання двовимірних полів деформації.

Рухи земної поверхні, які виражені чисельно за результатами повторних геодезичних спостережень, можна ідентифікувати як перетворення фізичної

Межі періоду 2005–2008 рр. наближено співпадають з датами офіційної верифікації ITRF-реалізацій. Тут мінімальна тривалість періодів спостережень до досягнення стабілізації показників руху на міліметровому рівні точності за різними блоками даних склала 2.5÷3.1 років (див. табл. 5). Це дає підстави наближено вважати зазначений мінімальний період спостережень як еталонний.

Між ITRF-реалізаціями положення початку відліку геоцентричної системи коригується поправками, які виражають його систематичне зміщення. Після запровадження реалізації ITRF2008, у якій виражено координати станцій усіх блоків даних (аж до кінцевої дати

поверхні Землі, редукованої на ту чи іншу відносну відлікову поверхню. Будь-яка із загальноприйнятих в геодезії відлікових поверхонь має геометричну сутність і зумовлює встановлення відповідної їй системи координат для геодезичних пунктів, які підлягають спостереженням. Така мотивація дає підстави розглядати проблему з геометричної точки зору безвідносно до походження і характеру рухів земної поверхні. Тоді доцільно окреслити проблему з позицій проективно-диференціальної геометрії, а для пошуку шляхів її вирішення в частині оцінювання двовимірних деформацій використати теорію відображення поверхонь. Така теоретична основа забезпечує визначення різних характеристик спотворення поверхонь при їх відображенні. Якщо допустити, що відображення мають геофізичне походження, то параметри, які виражають спотворення, ототожнюються з характеристиками деформації земної поверхні у проекції на ту чи іншу модельну геодезичну поверхню. Така гіпотеза є визначальною з точки зору використання теорії для вирішення завдання.

Постановка завдання сформульована у контексті загальної теорії відображень криволінійних поверхонь обертання S з ізометричною системою параметризації. Допустимо, на поверхні виокремлено замкнену неперервну область $\Delta \subset S$, яку визначають n точок $M_i(x_i, y_i) \in \Delta$ ($i = \overline{1, n}$; x, y – довільні криволінійні координати; M_i – геодезичні пункти, редуковані на S). Допустимо, поверхня S зазнала деформації і порушилось взаємне положення точок M_i . Якщо внаслідок деформації S трансформувалась у деяку поверхню S' з криволінійними координатами x', y' , то $\Delta \subset S$ відобразилась на область $\Delta' \subset S'$. Якщо при цьому Δ' зберегла властивості замкненої неперервної області та її визначають ті ж точки M_i так, що $M_i(x'_i, y'_i) \in \Delta'$, то відбулось відображення, яке завжди можна подати функціями

$$\left. \begin{aligned} x' &= u(x, y) \\ y' &= v(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Згідно теорії відображення поверхонь, функції (1) повинні бути гомеоморфними – однозначними, неперервними і диференційованими. Гомеоморфне відображення не обмежує аналітичні форми функцій (1), що дає змогу вирішувати завдання не лише у рамках лінійної моделі.

Властивості гомеоморфізму дають змогу описувати поверхні метричними (першими квадратичними) формами. Як лінійні елементи міри, вони описують не тільки відображення, але й внутрішню геометрію поверхонь, яка спричинена зміною їх метричних властивостей. Тоді геометричні параметри гомеоморфного відображення (1), які описують такі зміни і виражають спотворення проекції, – це і є, по суті, характеристики деформації початкової поверхні. Носієм цих характеристик є метричний тензор відображення. Тензор визначає метрична форма області перетвореної (деформованої) поверхні – квадрат довжини лінійного елемента, який виражений за диференціалами координат області перетворення (до деформації) з урахуванням повних диференціалів гомеоморфних базисних функцій. Компоненти тензора – це частинні похідні цих функцій. Отже, вирішення проблеми досягається побудовою гомеоморфної функціональної моделі і сформованих на її основі метричної форми і метричного тензора.

Якщо задати лінійні елементи ds на поверхні S і ds' на поверхні S' метричними формами, то відношення ds'/ds за посередництва тензора забезпечує вираження різних геометричних характеристик, які передають властивості відображення $\Delta \subset S$ на $\Delta' \subset S'$. Зокрема (див. схему на рис. 6):

- коефіцієнт спотворення μ у довільному азимуті A ;
- коефіцієнти екстремальних спотворень $\mu_{\max} = a$ та $\mu_{\min} = b$, відповідні їм головні напрями A_0 та $A_0 + \pi/2$ і зсув $\gamma_m = a - b$ (ототожнюються з екстремальними розширеннями E_1, E_2 і напрямом головної осі деформації φ);
- коефіцієнти m і n спотворень у напрямках координатних ліній x, y ;
- азимуту ψ та χ зображень координатних ліній x, y поверхні S на поверхні S' ;
- кути ϑ і ε спотворення ортогональності координатних ліній x, y поверхні S при їх відображенні на поверхню S' (ε уподібнюється обертанню ω);
- коефіцієнт p спотворення площі області $\Delta \subset S$ при її відображенні на S' (уподібнюється дилатації θ).

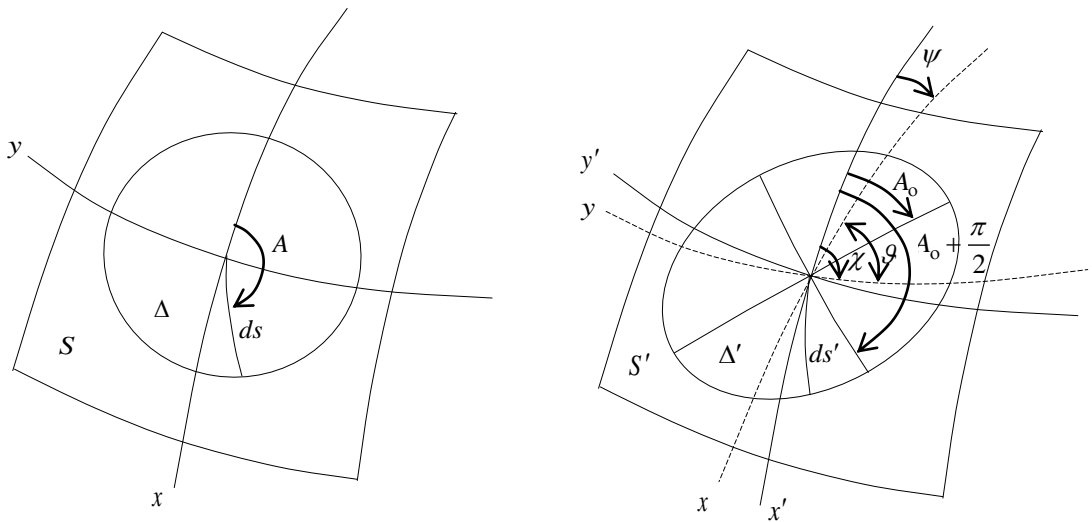


Рис. 6. Схема і напрями відображення $\Delta \subset S$ на $\Delta' \subset S'$

З метою пошуку шляхів вирішення і вироблення на такій основі адекватних математичних розв'язків завдання у відношенні до геодезичних модельних поверхонь, визначено взаємозв'язки відповідних їм систем координат з умовами параметризації поверхонь обертання на основі загальної теорії відображень. На схемі рис. 7 подано систематизацію шляхів вирішення завдання у типових геодезичних системах координат залежно від масштабів геодинамічних процесів і складових деформації.

Виконано розв'язки завдання оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні в проекціях на площину, геосферу та земний еліпсоїд обертання.

Основою розв'язків у проекції на площину з параметризацією системою прямокутних координат x, y є метричні форми поверхні у початковому стані

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2)$$

і після деформації

$$ds'^2 = edx^2 + 2fdxdy + gdy^2. \quad (3)$$

Коефіцієнти форми (3) виражені за диференціалами координат відображуваної області $\Delta \subset S$ з урахуванням повних диференціалів базисних функцій:

$$e = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2; \quad f = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}; \quad g = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2. \quad (4)$$

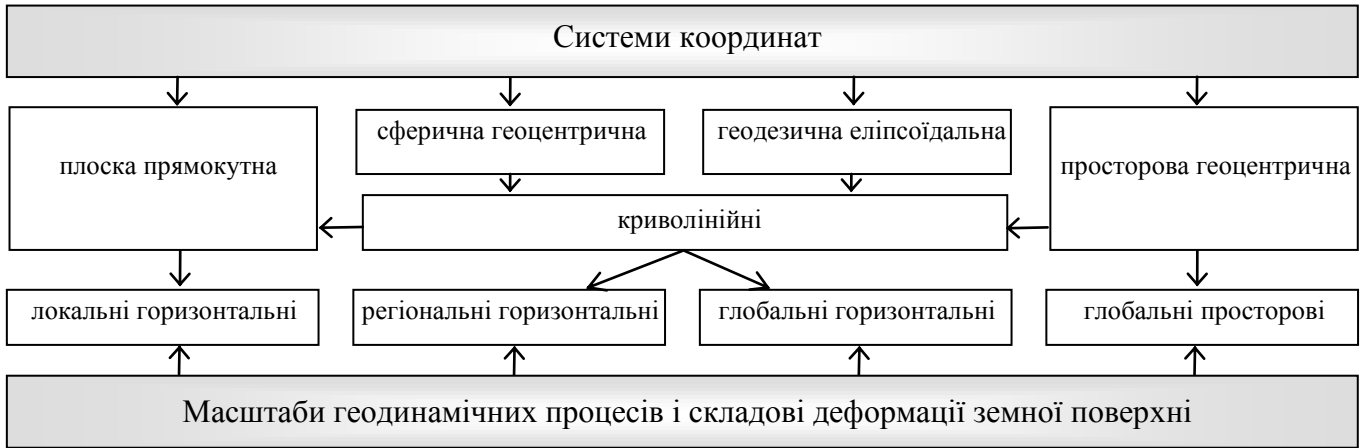


Рис. 7. Перспективи оцінювання деформацій у типових системах координат

Метричні форми геосфери

$$ds^2 = (Rd\theta)^2 + (rd\lambda)^2, \quad (5)$$

$$ds'^2 = r'^2(ed\theta^2 + 2fd\theta d\lambda + gd\lambda^2) \quad (6)$$

з коефіцієнтами

$$e = \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)^2; \quad f = \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\partial v}{\partial \lambda}; \quad g = \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}\right)^2 \quad (7)$$

отримано, враховуючи зв'язок $dq = (R/r)d\theta$ диференціалів ізометричної широти q та полярної віддалі $\theta = \pi/2 - \varphi$. φ, λ – координати у полярній сферичній системі. R – радіус геосфери. r та r' – радіуси паралелі на заданій широті у початковому та деформованому стані геосфери.

Беручи до уваги зв'язок диференціалів ізометричної та еліпсоїдальної широт $dq = (M/r)dB$, виражено метричні форми на земному еліпсоїді обертання з системою геодезичних еліпсоїдальних координат B, L :

$$ds^2 = (MdB)^2 + (rdL)^2, \quad (8)$$

$$ds'^2 = r'^2(edB^2 + 2fdBdL + gdL^2). \quad (9)$$

M – радіус кривини меридіанного перерізу, r та r' – радіуси паралелі на широті B у початковому та деформованому стані еліпсоїда. Коефіцієнти метричної форми (9):

$$e = \left(\frac{\partial u}{\partial B}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial B}\right)^2; \quad f = \frac{\partial u}{\partial B} \frac{\partial u}{\partial L} + \frac{\partial v}{\partial B} \frac{\partial v}{\partial L}; \quad g = \left(\frac{\partial u}{\partial L}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial L}\right)^2. \quad (10)$$

Коефіцієнти (4), (7), (10) формують метричний тензор деформації

$$\begin{pmatrix} e & f \\ f & g \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Як результат розв'язків, отримано робочі формули для обчислення характеристик деформації земної поверхні у проекціях на площину, геосферу та земний еліпсоїд. Характеристики виражені коефіцієнтами метричного тензора. Отримані формули систематизовано у три групи і зведено до порівняльної табл. 6.

Таблиця 6

Формули для обчислення характеристик двовимірних полів деформації

Площина	Геосфера	Земний еліпсоїд обертання
Головні лінійні деформації		
$\mu^2 = e \cos^2 \alpha + f \sin 2\alpha + g \sin^2 \alpha$	$\mu^2 = \frac{r'^2}{r^2} (e \sin^2 \theta \cos^2 A + f \sin \theta \sin 2A + g \sin^2 A)$	$\mu^2 = e \frac{r'^2}{M^2} \cos^2 A + f \frac{r'^2}{Mr} \sin 2A + g \frac{r'^2}{r^2} \sin^2 A$
$a^2 = \frac{1}{2} (e + g + \sqrt{(e - g)^2 + 4f^2})$	$a^2 = \frac{r'^2}{2r^2} (e \sin^2 \theta + g + \sqrt{(e \sin^2 \theta - g)^2 + 4f^2 \sin^2 \theta})$	$a^2 = \frac{r'^2}{2M^2 r^2} (er^2 + gM^2 + \sqrt{(er^2 - gM^2)^2 + 4f^2 M^2 r^2})$
$b^2 = \frac{1}{2} (e + g - \sqrt{(e - g)^2 + 4f^2})$	$b^2 = \frac{r'^2}{2r^2} (e \sin^2 \theta + g - \sqrt{(e \sin^2 \theta - g)^2 + 4f^2 \sin^2 \theta})$	$b^2 = \frac{r'^2}{2M^2 r^2} (er^2 + gM^2 - \sqrt{(er^2 - gM^2)^2 + 4f^2 M^2 r^2})$
$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2f}{e - g}$	$A_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2f \sin \theta}{e \sin^2 \theta - g}$	$A_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2fMr}{er^2 - gM^2}$
$m^2 = e$	$m^2 = \frac{r'^2}{r^2} e \sin^2 \theta$	$m^2 = \frac{r'^2}{M^2} e$
$n^2 = g$	$n^2 = \frac{r'^2}{r^2} g$	$n^2 = \frac{r'^2}{r^2} g$
Коефіцієнт відносної зміни площі		
$p = \sqrt{eg - f^2}$	$p = \frac{r'^2}{Rr} \sqrt{eg - f^2}$	$p = \frac{r'^2}{Mr} \sqrt{eg - f^2}$
Кутові спотворення		
$\operatorname{tg} \psi = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)$	$\operatorname{tg} \psi = \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$	$\operatorname{tg} \psi = \left(\frac{\partial v}{\partial B} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial B} \right)$
$\operatorname{tg} \chi = \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)$	$\operatorname{tg} \chi = \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} \right)$	$\operatorname{tg} \chi = \left(\frac{\partial v}{\partial L} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial L} \right)$
$\vartheta = \chi - \psi = \operatorname{arctg}(\sqrt{eg - f^2} / f)$		
$\varepsilon = \vartheta - \frac{\pi}{2} = -\operatorname{arctg}(f / \sqrt{eg - f^2})$		

Визначено умови побудови функціональної моделі деформації на засадах гомеоморфізму відображень. Враховуючи дискретну структуру геодезичних даних, єдиним доступним засобом оцінювання неперервних у просторі деформацій є емпіричний. Він передбачає апроксимацію невідомих функцій за відомим дискретним розподілом. Завдання виведення емпіричних формул, які відповідають таким функціям, не має однозначного строгого вирішення, чим порушуються умови гомеоморфізму відображення. В зв'язку з цим сформульовано умови визначення емпіричних формул, які відповідають базисним функціям, генерують функціональну модель деформації і забезпечують оцінювання ступеня наближення кінцевого розв'язку до строгого з точки зору умов гомеоморфізму. Визначено різновиди гармонічних функцій, якими допускається вирішення завдань на типових геодезичних модельних поверхнях.

Емпірична гомеоморфна функціональна модель у поєднанні з отриманими результатами розв'язків формують методи оцінювання двовимірних полів деформації. Методи адаптовані до використання доступних вхідних даних і забезпечують інтерпретацію геодинамічних процесів локального та регіонального масштабів у відношенні до площини, геосфери та земного еліпсоїда обертання.

Методи протестовані на результатах спостережень мережі GNSS-станцій на території Європи. Нижче подано результати статичного моделювання деформацій, які отримані з опрацювання часових рядів координат 126 станцій протягом 2008 – 2014 рр. Координати сформовано на основі бази JPL Comb (рис. 8).

У табл. 7 подано найбільш показові результати моделювання – характеристики деформації земної поверхні території Європи, яку окреслюють GNSS-станції, у проекції на геосферу. Їх відображено графіками на рис. 9 та 10. Аналіз результатів показує: найкращими є результати моделювання деформації на основі функціональної моделі, яка сформована рядами сферичних функцій степені та порядку $m = 3$.

Таблиця 7

Характеристики деформації поверхні території Європи у проекції на геосферу

Базисні функції: ряди сферичних функцій степені m	Похибки апроксимації $\sigma''_{\varphi}, \sigma''_{\lambda}$ 1.e-4	Характеристики деформації та їх середні квадратичні похибки					
		P 1.e-9	μ_{\max} 1.e-9	μ_{\min} 1.e-9	γ_m 1.e-9	α°	ε'' 1.e-4
$m = 1$	± 3.0 ± 4.9	-1 ± 1	11 ± 1	-12 ± 1	22 ± 1	327.4 ± 1.7	42 ± 3
$m = 2$	± 2.5 ± 3.0	3 ± 2	9 ± 1	-6 ± 1	15 ± 2	331.9 ± 3.6	26 ± 4
$m = 3$	± 2.5 ± 2.5	11 ± 3	13 ± 2	-2 ± 2	15 ± 3	330.5 ± 5.7	27 ± 6
$m = 4$	± 8.6 ± 10.2	36 ± 23	40 ± 19	-5 ± 19	45 ± 29	333.0 ± 17.8	42 ± 22
$m = 5$	± 18.5 ± 22.9	59 ± 44	65 ± 32	-6 ± 32	71 ± 43	330.8 ± 27.7	125 ± 54

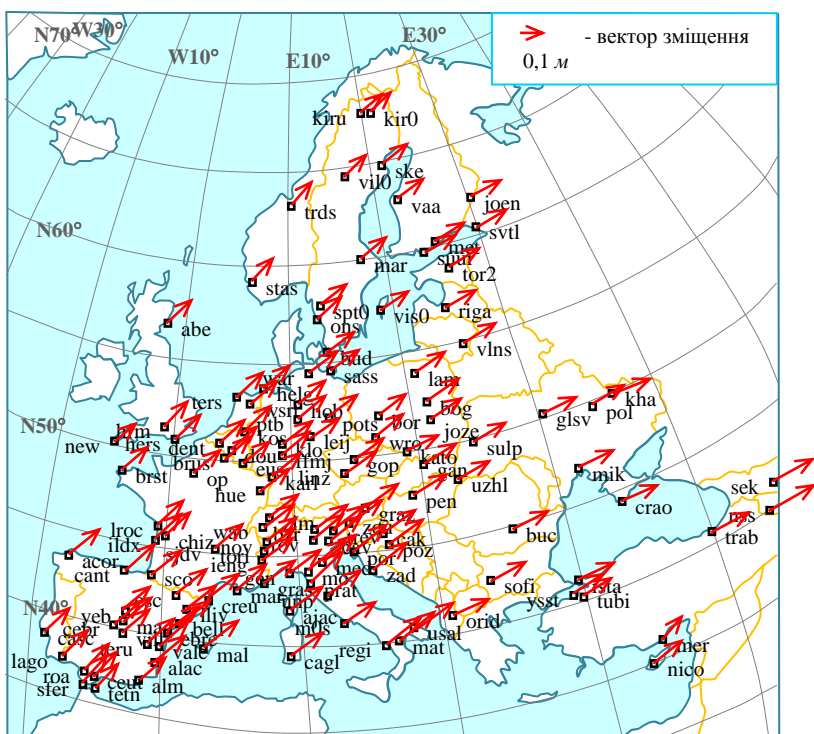


Рис. 8. Схема розташування і вектори зміщень GNSS-станцій на території Європи (2008–2014 рр.)

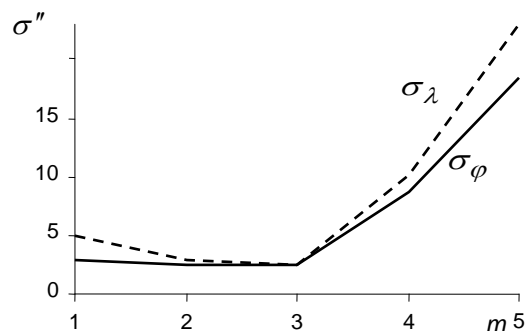


Рис. 9. Закономірності зміни похилку апроксимації σ''_ϕ , σ''_λ від степеня рядів m на геосфері

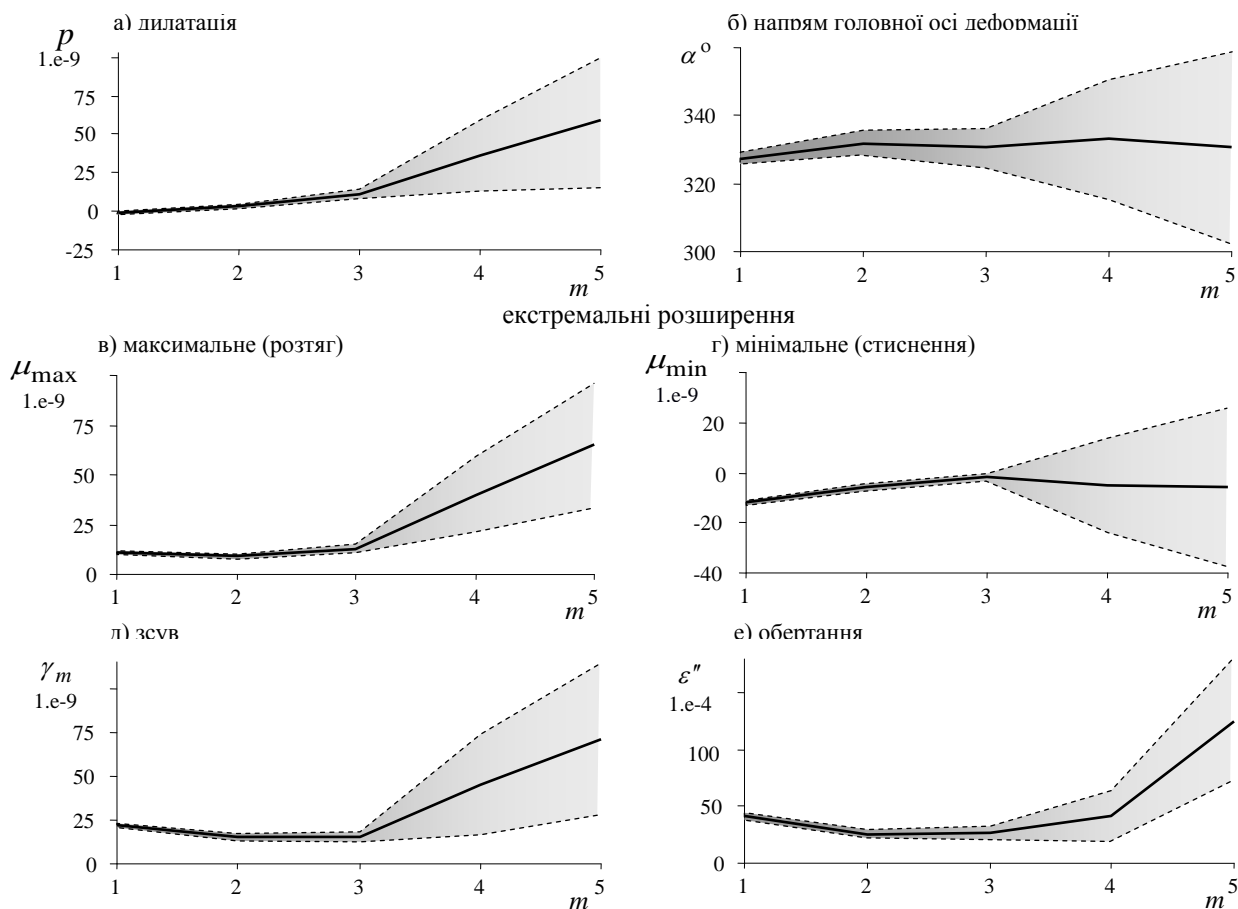


Рис. 10. Закономірності зміни значень характеристик деформації та їх точності від степеня рядів m на геосфері (забарвлене поле у межах пунктирних ліній показує діапазон ймовірних значень характеристик)

Дані табл. 8 та їх відображення схемою на рис. 11 показують результати оцінювання кутових спотворень геоцентричної сферичної системи координат φ, λ .

Таблиця 8

Кутові спотворення сферичної системи координат φ, λ протягом 2008 – 2014 рр.

Осі координат	меридіан, φ	паралель, λ
$A_{\varphi}^{def}, A_{\lambda}^{def}$	359° 59' 59.9985"	90° 00' 00.0012"
$A_{\varphi}^{def} - A_{\varphi}, A_{\lambda}^{def} - A_{\lambda}$	-0.0015"	0.0012"
\mathcal{G}	90° 00' 00.0027"	
ε	0.0027" \pm 0.0006"	

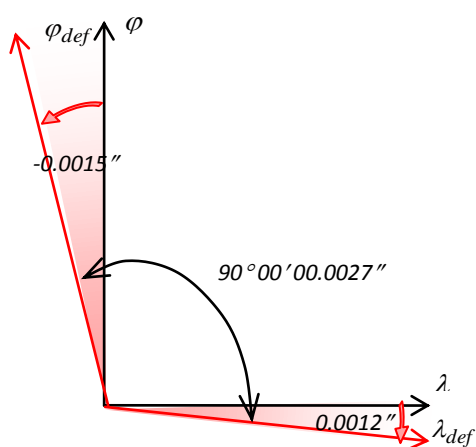


Рис. 11. Схема кутових спотворень сферичної системи координат φ, λ протягом 2008–2014 рр.

Обчисленню підлягали: азимуты $A_{\varphi}^{def}, A_{\lambda}^{def}$ осей координат $\varphi^{def}, \lambda^{def}$ відносно її початкового стану при $A_{\varphi} = 0^{\circ}, A_{\lambda} = 90^{\circ}$; відхилення осей від початкового стану $A_{\varphi}^{def} - A_{\varphi}, A_{\lambda}^{def} - A_{\lambda}$; міра косокутної системи $\mathcal{G} = A_{\lambda}^{def} - A_{\varphi}^{def}$ після втрати ортогональності внаслідок деформації; показник спотворення ортогональності $\varepsilon = \mathcal{G} - 90^{\circ}$ відносно початкового стану. Кут ε ототожнюється з характеристикою жорсткого обертання земної поверхні як абсолютно твердого тіла у проекції на геосферу. Зіставлення відхилень $A_{\varphi}^{def} - A_{\varphi}, A_{\lambda}^{def} - A_{\lambda}$ з їх аналогами R_x, R_y, R_z у трансформаціях ITRF-ETRF посвідчило, що порівнювані параметри є одного порядку. Це посвідчує достовірність отриманого результату.

У межах дослідної території середній радіус кривини еліпсоїда практично збігається з радіусом геосфери. Кривина поверхні визначає відмінності робочих формул, які отримано за результатами розв'язків на еліпсоїді та геосфері (див. табл. 6). З цієї причини опрацювання вибірки даних у проекції земної поверхні на еліпсоїд та геосферу показало кінцеві результати, що відрізняються практично у межах їх середніх квадратичних похибок. Тому отримані результати та висновки рівною мірою відносяться до аналогічних у відношенні до еліпсоїда.

Подані вище результати статичного моделювання деформації земної поверхні слід інтерпретувати як наслідок проявлення тектонічних процесів регіонального масштабу під умовою абсолютної жорсткості Євразійської літосферної плити. У табл. 9 і на рис. 12 подано результати моделювання полів деформації локального масштабу під умовою середнього ступеня узагальнення $R_C = 1400$ км. Моделювання реалізовано у проекції земної поверхні на геосферу з використанням рядів сферичних функцій різних степенів m . Отриманий результат важливий з точки зору виділення територій з номінально стабільною або різною тектонічною активністю, аномальними особливостями проявлення і просторового розподілу тектонічних процесів і узгоджується з результатами різносторонніх наукових досліджень у напрямі деталізації тектонічних кінематичних моделей.

Характеристики деформації земної поверхні території Європи у проекції на геосферу в межах однорідних областей, які визначені за середнього ступеня узагальнення даних $R_C = 1400$ км (2008–2014 рр.)

№ області, к-сть станцій	Ідентифікація станцій	Оцінки лінійної кореляції	m	σ''_{φ} , σ''_{λ} 1.e-4	Характеристики деформації та їх середні квадратичні похибки					
					P 1.e-9	μ_{\max} 1.e-9	μ_{\min} 1.e-9	γ_m 1.e-9	α°	ε'' 1.e-4
1 16	abeb joen kir0 kiru mar6 mets onsa ske0 spt0 stas suur svtl tor2 trds vaas vil0	-0.75 ± 0.62	2	± 0.4 ± 1.0	9 ± 4	24 ± 3	-15 ± 4	38 ± 5	205.0 ± 3.3	61 ± 10
2 22	brst brus dent dour eusk ffmj helg hers hrm1 hueg karl klof kosg linz newl nova opmt ptbb ters wab2 wsrt zimm	0.41 ± 0.54	1	± 1.1 ± 1.7	3 ± 3	5 ± 2	-2 ± 2	7 ± 3	214.6 ± 13.2	14 ± 7
3 21	bogo bor1 budp ganp glsv gope hobu joze kato khar lama lej polv pots riga sass sulp vis0 vlms warn wroc	-0.67 ± 0.55	1	± 1.8 ± 1.9	-1 ± 4	14 ± 4	-14 ± 2	28 ± 4	318.1 ± 4.3	58 ± 8
4 11	bucu crao ista mers nico nssp sekc sofi trab tubi ysst	-0.16 ± 0.74	2	± 2.2 ± 6.2	-62 ± 55	-2 ± 71	-60 ± 41	59 ± 82	340.2 ± 65.4	77 ± 135
5 10	cako mate orid penc poze regi unpg usal uzhl zada	-0.56 ± 0.76	2	± 2.7 ± 0.5	120 ± 40	102 ± 29	18 ± 20	85 ± 36	346.6 ± 23.7	79 ± 70
6 22	ajac bzrg cava chiz creu geno gras graz ieng ildx lroc m0se mars medi mops pore prat rove sjdv tori trev zouf	0.43 ± 0.54	2	± 1.9 ± 1.4	60 ± 23	64 ± 22	-4 ± 5	68 ± 23	11.6 ± 6.2	-55 ± 29
7 7	bell cant ebre esco lliv mall scoa	0.64 ± 0.88	1	± 0.5 ± 3.3	-8 ± 37	0 ± 10	-8 ± 39	7 ± 40	39.9 ± 28.9	-6 ± 69
8 15	acor alac alme casc cebr ceut lago madr roap sfer teru tetn vale vill yebe	-0.41 ± 0.64	1	± 1.1 ± 1.7	21 ± 5	24 ± 3	-3 ± 4	27 ± 5	316.8 ± 5.4	56 ± 10

У п'ятому розділі “**Методи оцінювання тривимірних полів деформації Землі на основі теорії перетворення образів ріманового простору**” подано обґрунтування теоретичного підходу і розкрито методи оцінювання головних лінійних деформацій, коефіцієнтів об'ємних розширень та характеристик жорсткого обертання Землі, які ґрунтуються на теорії перетворення образів ріманового простору в формі диффеоморфних многовидів. Вирішення завдань деформаційного аналізу розглянуто у взаємозв'язку з проблемою порушення умов створення системи ITRS. Розроблено метод моніторингу системи за показниками кутових і масштабних спотворень внаслідок впливу геодинамічних процесів. Запропоновано науково-прикладний підхід до оцінювання полів деформації за порушених умов створення системи ITRS. Це забезпечує елімінацію ефектів втрати інваріантності в оцінюванні полів деформації за GNSS-даними.

Доведено, що використання елементарних диффеоморфних многовидів у формі дотичних поверхонь забезпечує вирішення завдань оцінювання двовимірних деформацій, як це було подано на основі теорії відображення поверхонь.

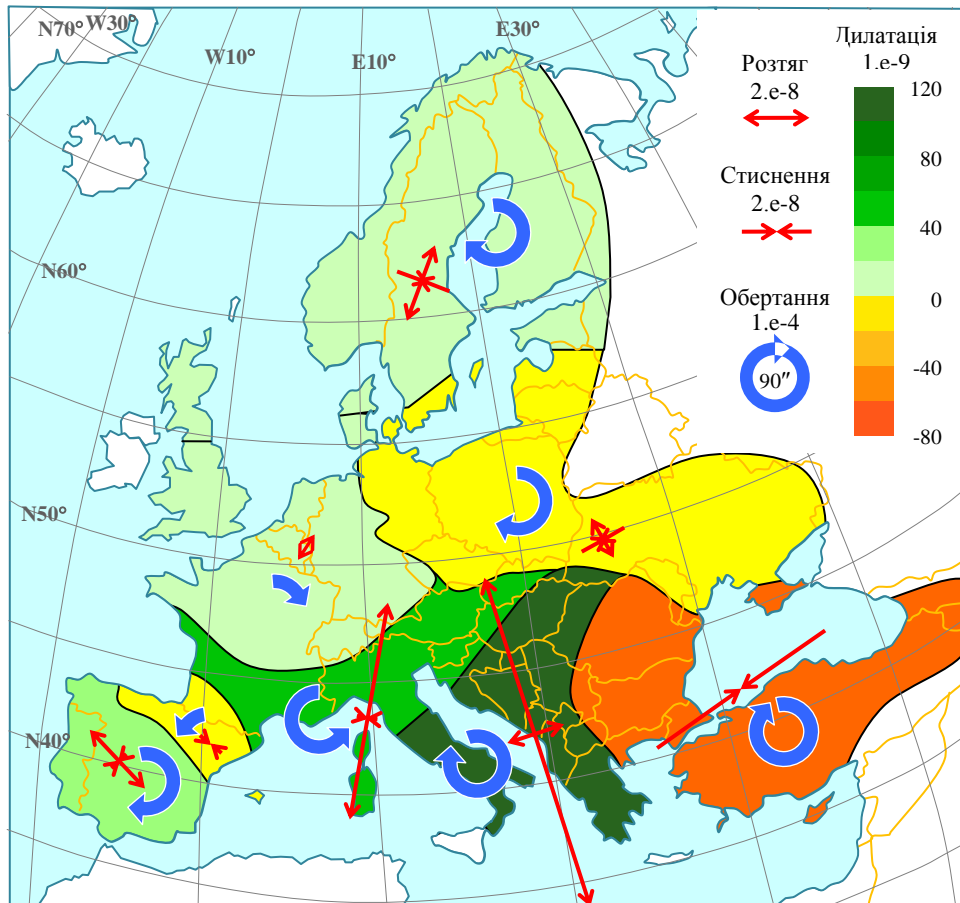


Рис. 12. Схематична карта локальних деформацій земної поверхні території Європи у проекції на геосферу (2008–2014 рр.)

За гіпотези, що перетворення простору мають геофізичне походження і ототожнюються з деформацією, обґрунтовано вирішення проблеми на основі перетворень складних диффеоморфних многовидів. Складним многовидом є евклідовий простір E_3 , який дотичний до кожної точки ріманового простору в формі локальних тривимірних ортонормованих координатних базисів у декартовій системі. По суті, саме такою є система координат, яку закладено у концепцію створення ITRS і у якій здійснюється моніторинг Землі методом GNSS.

Перетворення (або відображення) простору – це процес, який полягає в тому, що кожній точці M простору ставиться у відповідність деяка точка M' . M' є відображенням M . Відображення однозначне, якщо точці M відповідає одна і тільки одна точка M' . Сукупність N точок M_i ($i = \overline{1, N}$) деякої частини чи навіть усього простору, які підлягають перетворенню, утворюють відображувану область Δ . Сукупність точок M'_i утворюють область відображення Δ' . Якщо у E_3 встановлено систему координат x, y, z і область Δ замкнена та неперервна, то її цілком визначають точки $M_i(x_i, y_i, z_i)$. Якщо внаслідок однозначних перетворень Δ відобразилась на Δ' і остання зберегла властивості замкненої неперервної області, то її цілком визначають точки $M'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$.

У такій постановці загальна теорія не накладає жодних обмежень на розміри чи геометричну форму областей Δ і Δ' . З точки зору вирішуваного завдання це є підставою вважати область перетворення Δ топографічну поверхню Землі

безвідносно до її масштабу. Тоді координати $x_i = X_i^1$, $y_i = X_i^2$, $z_i = X_i^3$ точок M_i відповідають умовам параметризації Землі системою ITRS, а точки M_i – це GNSS-станції, які розташовані на топографічній поверхні. Якщо координати $x'_i = X_i'^1$, $y'_i = X_i'^2$, $z'_i = X_i'^3$ задають положення точок M'_i , то відображення Δ на Δ' завжди можна виразити функціями

$$\left. \begin{aligned} X'^1 &= u(X^1, X^2, X^3) \\ X'^2 &= v(X^1, X^2, X^3) \\ X'^3 &= w(X^1, X^2, X^3) \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Загальна теорія накладає на базисні функції перетворення (12) умови гомеоморфізму, але не обмежує їх аналітичні форми. Це забезпечує перспективу передачі перетворень нелінійного характеру.

Беручи до уваги останні аргументації, для встановлення базисних функцій доцільно використати властивості загальних гармонічних поліномів степені n

$$u_n(x, y, z) = \sum_{p+q+r=n} a_{pqr} x^p y^q z^r. \quad (13)$$

На основі (13) методом невизначених коефіцієнтів можна сформулювати незалежні однорідні гармонічні поліноми степені n від трьох незалежних змінних. Враховуючи, що завжди залишаються незалежними коефіцієнти з індексами $p+q=n$ і $p+q+1=n$, поліноми включатимуть $2n+1$ лінійно-незалежних коефіцієнтів. Такі поліноми називають кульовими функціями. Якщо гармонічний поліном u є сумою незалежних однорідних поліномів $u_0 + u_1 + \dots + u_n$, де поліном u_i має степінь i , то кожна складова суми u_i є гармонічним поліномом. Тоді u – це ряд гармонічних поліномів (або ряд кульових функцій). Найпростіша форма ряду $u_0 + u_1$ – це лінійна функція трьох змінних. У розрізі вирішуваного завдання розклад $u_n(x, y, z)$ в ряд кульових функцій зводиться до найкращого наближення сукупності емпіричних значень координат станцій шляхом лінійної комбінації системи трьох осцилюючих функцій. Практична реалізація побудови функціональної моделі на такій основі разом з оцінюванням точності невідомих коефіцієнтів і встановлених емпіричних формул досягається методом найменших квадратів.

Використовуючи методи проективно-диференціальної геометрії і прийоми описування змін ріманової метрики у дотичному просторі, реалізовано розв'язки завдання оцінювання тривимірних полів деформації. Основою розв'язків є метричні форми області простору в початковому і деформованому стані.

В початковому стані на момент часу t_0 система координат X^i ($i = \overline{1,3}$), якою параметризовано область Δ , має властивість ортогональності осей координат. Метрику області визначає лінійний елемент

$$ds^2 = \delta_{ij} dX^i dX^j. \quad (14)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}. \quad (15)$$

Для відображення ds' у кінцевому стані на момент $t_1 = t_0 + dt_1$

$$ds'^2 = e_{ij} dX^i dX^j. \quad (16)$$

Метричні коефіцієнти e_{ij} квадратичної форми (16) генерують симетричну матрицю, яка називається основним метричним двовалентним коваріантним тензором перетворення (деформації) простору:

$$e_{ij} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{12} & e_{22} & e_{23} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{pmatrix} \quad \text{або} \quad e_{ij} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_{zz} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} e_{11} &= \left(\frac{\partial u}{\partial X^1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^1} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^1} \right)^2; & e_{22} &= \left(\frac{\partial u}{\partial X^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^2} \right)^2; \\ e_{33} &= \left(\frac{\partial u}{\partial X^3} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^3} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^3} \right)^2; & e_{12} &= \frac{\partial u}{\partial X^1} \frac{\partial u}{\partial X^2} + \frac{\partial v}{\partial X^1} \frac{\partial v}{\partial X^2} + \frac{\partial w}{\partial X^1} \frac{\partial w}{\partial X^2}; \\ e_{23} &= \frac{\partial u}{\partial X^2} \frac{\partial u}{\partial X^3} + \frac{\partial v}{\partial X^2} \frac{\partial v}{\partial X^3} + \frac{\partial w}{\partial X^2} \frac{\partial w}{\partial X^3}; & e_{13} &= \frac{\partial u}{\partial X^1} \frac{\partial u}{\partial X^3} + \frac{\partial v}{\partial X^1} \frac{\partial v}{\partial X^3} + \frac{\partial w}{\partial X^1} \frac{\partial w}{\partial X^3}. \end{aligned} \quad (18)$$

Як основний носій інформації про зміну метричних властивостей простору, тензор (17) здатний передавати їх ознаки числовими характеристиками різного геометричного змісту – параметрами деформації простору в загальноприйнятому тлумаченні деформаційного аналізу. Згідно теорії тензорного аналізу, e_{ij} є також носієм інформації про спотворення системи координат – зміну орієнтування координатних осей (обертання) та (або) порушення їх ортогональності, а також зміну масштабу. Мірою деформації є різниця або відношення метричних форм (14) і (16). Саме їх використано для вираження різних характеристик деформації.

В частині вираження характеристик, які відносяться до групи головних лінійних деформацій, отримано наступні розрахункові формули:

- для коефіцієнта розширення області простору в довільному напрямі, який задають полярні геоцентричні координати (λ, φ)

$$\begin{aligned} \mu^2 &= e_{xx} \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda + e_{yy} \cos^2 \varphi \sin^2 \lambda + e_{zz} \sin^2 \varphi + e_{xy} \cos^2 \varphi \sin 2\lambda + \\ &+ e_{yz} \sin 2\varphi \sin \lambda + e_{xz} \sin 2\varphi \cos \lambda; \end{aligned} \quad (19)$$

- для коефіцієнтів розширення у напрямках осей координат

$$\mu_x^2 = e_{xx}, \quad \mu_y^2 = e_{yy}, \quad \mu_z^2 = e_{zz}; \quad (20)$$

- для коефіцієнтів екстремальних розширень області в проекціях на координатні площини у напрямках, як їх показано на рис. 13,

$$\begin{aligned} - \operatorname{tg} 2\lambda_0 &= \frac{2e_{xy}}{e_{xx} - e_{yy}}, & \mu_{xy \max}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{xx} + e_{yy} + \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + 4e_{xy}^2} \right), \\ - \mu_{xy \min}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{xx} + e_{yy} - \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + 4e_{xy}^2} \right); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
- \operatorname{tg} 2\varphi_{yz_0} &= \frac{2e_{yz}}{e_{yy} - e_{zz}}, & \mu_{yz_{\max}}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{yy} + e_{zz} + \sqrt{(e_{yy} - e_{zz})^2 + 4e_{yz}^2} \right), \\
- \mu_{yz_{\min}}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{yy} + e_{zz} - \sqrt{(e_{yy} - e_{zz})^2 + 4e_{yz}^2} \right); & & (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- \operatorname{tg} 2\varphi_{xz_0} &= \frac{2e_{xz}}{e_{xx} - e_{zz}}, & \mu_{xz_{\max}}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{xx} + e_{zz} + \sqrt{(e_{xx} - e_{zz})^2 + 4e_{xz}^2} \right), \\
- \mu_{xz_{\min}}^2 &= \frac{1}{2} \left(e_{xx} + e_{zz} - \sqrt{(e_{xx} - e_{zz})^2 + 4e_{xz}^2} \right). & & (23)
\end{aligned}$$

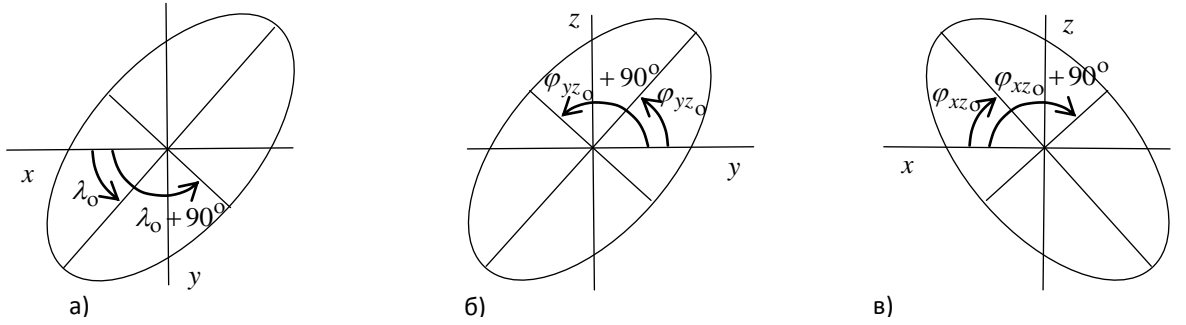


Рис. 13. Напрями екстремальних розширень в проекціях на координатні площини

- для коефіцієнтів екстремальних розширень $(\mu_{xy_{\min}}^2, \mu_{\max}^2, \mu_{\min}^2)$, які задає тріада головних ортогональних напрямів $(\lambda_0 + 90^\circ, \varphi_0, \varphi_0 + 90^\circ)$

$$\operatorname{tg} 2\lambda_0 = \frac{2e_{xy}}{e_{xx} - e_{yy}}, \quad \operatorname{tg} 2\varphi_0 = 2 \frac{2e_{yz} \sqrt{\frac{\gamma_{xy_m} - \gamma_{xy_1}}{2\gamma_{xy_m}}} + 2e_{xz} \sqrt{\frac{\gamma_{xy_m} + \gamma_{xy_1}}{2\gamma_{xy_m}}}}{e_{xx} + e_{yy} - 2e_{zz} + \gamma_{xy_m}}; \quad (24)$$

$$\mu_{xy_{\min}}^2 = \frac{1}{2} \left(e_{xx} + e_{yy} - \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + 4e_{xy}^2} \right),$$

$$\mu_{\max}^2 = \frac{1}{4} (e_{xx} + e_{yy} + 2e_{zz} + \gamma_{xy_m} + \gamma), \quad \mu_{\min}^2 = \frac{1}{4} (e_{xx} + e_{yy} + 2e_{zz} + \gamma_{xy_m} - \gamma). \quad (25)$$

$$\gamma = \sqrt{(e_{xx} + e_{yy} - 2e_{zz} + \gamma_{xy_m})^2 + 4 \left(2e_{yz} \sqrt{\frac{\gamma_{xy_m} - \gamma_{xy_1}}{2\gamma_{xy_m}}} + 2e_{xz} \sqrt{\frac{\gamma_{xy_m} + \gamma_{xy_1}}{2\gamma_{xy_m}}} \right)^2}; \quad \gamma_{xy_m} = \sqrt{\gamma_{xy_1}^2 + \gamma_{xy_2}^2} -$$

максимальний зсув у площині xOy ; $\gamma_{xy_1} = e_{xx} - e_{yy}$ і $\gamma_{xy_2} = 2e_{xy}$ – його компоненти.

Дилатація оцінюється коефіцієнтами абсолютних та відносних об'ємних розширень області Δ . Їх розкривають розрахункові формули

$$\theta_{abc}^2 = e_{11}e_{22}e_{33} + 2e_{12}e_{13}e_{23} - e_{11}e_{23}^2 - e_{22}e_{13}^2 - e_{33}e_{12}^2, \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
\theta_{відн}^2 &= e_{11} + e_{22} + e_{33} - e_{11}e_{22} - e_{11}e_{33} - e_{22}e_{33} + e_{12}^2 + e_{13}^2 + e_{23}^2 + e_{11}e_{22}e_{33} + \\
&+ 2e_{12}e_{13}e_{23} - e_{11}e_{23}^2 - e_{22}e_{13}^2 - e_{33}e_{12}^2 - 1. \quad (27)
\end{aligned}$$

Розрахункові формули (19)-(27) подано також у інших видозмінених формах.

Система параметризації будь-якої області простору завжди пов'язана з її станом. За умови суттєвої деформації області Δ , на момент t_1 внаслідок порушення початкових умов зазнає відповідних спотворень також і система координат, яка відповідає стану області Δ' . Тоді система X'^i ($i = \overline{1,3}$) буде деформованою відносно її стану X^i на момент t_0 . Її масштабні спотворення виражатиме коефіцієнт $\theta_{\text{відн}}$ та коефіцієнти лінійних розширень (20) у їх відносному вираженні $\mu_i = \sqrt{e_{ii} - 1}$. Якщо матимуть місце порушення ортогональності осей координат, то X'^i буде косокутною декартовою системою. Оцінити кутові спотворення можна різними характеристиками у кожній координатній площині, як їх показано на рис. 14. Зокрема:

- напрями осей системи X'^i відносно початкового стану X^i

$$\operatorname{tg}\psi_{12} = \left(\frac{\partial v}{\partial X^1} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial X^1} \right), \quad \operatorname{tg}\chi_{12} = \left(\frac{\partial v}{\partial X^2} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial X^2} \right); \quad (28)$$

$$\operatorname{tg}\psi_{13} = \left(\frac{\partial w}{\partial X^1} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial X^1} \right); \quad \operatorname{tg}\chi_{13} = \left(\frac{\partial w}{\partial X^3} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial X^3} \right); \quad (29)$$

$$\operatorname{tg}\psi_{23} = \left(\frac{\partial w}{\partial X^2} \right) / \left(\frac{\partial v}{\partial X^2} \right), \quad \operatorname{tg}\chi_{23} = \left(\frac{\partial w}{\partial X^3} \right) / \left(\frac{\partial v}{\partial X^3} \right); \quad (30)$$

- міра косокутної системи $\eta_{ij} = \chi_{ij} - \psi_{ij}$

$$\cos \eta_{ij} = e_{ij} / \mu_i \mu_j, \quad \operatorname{tg} \eta_{ij} = \sqrt{\det e_{ij}} / e_{ij}; \quad (31)$$

- спотворення ортогональності осей координат $\varepsilon_{ij} = \eta_{ij} - 90^\circ$

$$\sin \varepsilon_{ij} = e_{ij} / \mu_i \mu_j, \quad \operatorname{ctg} \varepsilon_{ij} = \sqrt{\det e_{ij}} / e_{ij}. \quad (32)$$

Кутами ε_{ij} виражаються жорсткі обертання області Δ у напрямках між парами координатних осей $X^i X^j$ за період dt_1 . Якщо ε_{ij} малі, то $\varepsilon_{ij} \approx e_{ij}$, що вважається практично допустимим з точки зору лінійної теорії деформації.

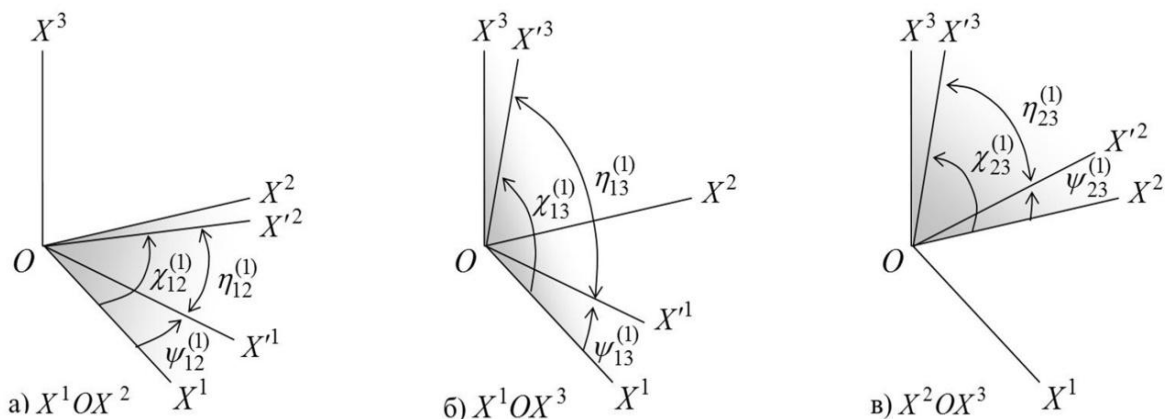


Рис. 14. Напрями осей системи X'^i в проекціях на координатні площини

За геометричною сутністю, кути $\psi_{ij}^{(1)}$ та $\chi_{ij}^{(1)}$, які визначені на момент часу t_1 , – це координати в геоцентричній полярній системі, якою користуються в геодезії. Зокрема, $\psi_{12}^{(1)}$, $\chi_{12}^{(1)}$ – це довготи λ_x^{def} , λ_y^{def} напрямів осей координат $X'^1 = x'$ та $X'^2 = y'$ у площині екватора. Кути $\psi_{13}^{(1)}$, $\chi_{13}^{(1)}$ – це широти φ_x^{def} , φ_z^{def} напрямів осей $X'^1 = x'$ та $X'^3 = z'$ у площині нульового меридіана, а $\psi_{23}^{(1)}$, $\chi_{23}^{(1)}$ – широти φ_y^{def} , φ_z^{def} напрямів осей $X'^2 = y'$ та $X'^3 = z'$ у площині меридіана на довготі $\lambda = 90^\circ$.

Різниці $\lambda_x^{def} - \lambda_x$, $\lambda_y^{def} - \lambda_y$ (при $\lambda_x = 0^\circ$, $\lambda_y = 90^\circ$), $\varphi_x^{def} - \varphi_x$, $\varphi_z^{def} - \varphi_z$ (при $\varphi_x = 0^\circ$, $\varphi_z = \pm 90^\circ$) та $\varphi_y^{def} - \varphi_y$, $\varphi_z^{def} - \varphi_z$ (при $\varphi_y = 0^\circ$, $\varphi_z = \pm 90^\circ$) характеризують відхилення осей координат відносно їх початкового стану на момент t_0 . За змістом ці величини є аналогами параметрам зміни орієнтування осей координат R_x, R_y, R_z , якими оперують у трансформаціях референцих систем.

Сформульовані положення та отримані результати розв'язків дали змогу виробити науково-прикладний підхід до оцінювання тривимірних полів деформації. Без будь-яких додаткових умов оцінки деформації топографічної поверхні можуть визначатись станом на довільно обрані епохи спостережень t_i виключно відносно початкової t_0 або за накопичувальним принципом відносно неї. Це слідує з того, що в основу розв'язків покладено визначення інваріантів перетворення $\det(e_{ij} - \lambda \delta_{ij}) = -\lambda^3 + I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda + I_3$ та відповідних відносних мір деформації.

За потреби проведення деформаційного аналізу протягом періоду $dt_2 = t_2 - t_1$ між епохами $t_1 \div t_2$, які не співпадають і слідують за початковою t_0 , доцільно на першому етапі опрацювання даних запровадити обов'язкове оцінювання ступеня кутових та масштабних спотворень системи координат станом на момент t_1 . У разі суттєвого вираження таких спотворень з метою елімінації ефектів втрати інваріантності параметрів деформації наступний деформаційний аналіз повинен базуватись виключно на використанні відносних мір деформації з врахуванням факту спотворень на момент t_1 . Для цього достатньо використати аналітичні вираження характеристик, які засновані на різниці тензорів $e'_{ij} - e_{ij}$ як геометричних образів стану Землі і відповідної їй системи параметризації у моменти часу t_1 і t_2 .

Розроблений метод протестований на емпіричній вибірці даних, яка сформована координатами 433 постійно діючих станцій глобальної GNSS-мережі IGS класу точності А. Координати станцій визначено опрацюванням первинних даних з використанням програмного пакету QOCA у системі ITRF2008 і поміщено до бази JPL Comb. Дослідний період визначено тривалістю в 6 років протягом 2008–2014 рр., що співпадає з верифікаціями останніх розв'язків ITRF. Мета опрацювання даних – моделювання деформації Землі планетарного масштабу.

Табл. 10 і рис. 15 ілюструють результати апроксимації рядів кульових функцій на складових зміщеннях станцій. Результати показують відмінності похибок апроксимації при степені $n=1$, що відповідає лінійній функції трьох змінних, порівняно зі степенями вищих порядків. Це посвідчує факт нелінійних тенденцій деформації. Точність апроксимації при $n \geq 5$ практично стабілізується. Тому емпіричні формули, які утворені рядами степенів $n \geq 5$, допустимо приймати такими, що генерують функціональну модель деформації.

Таблиця 10
**Результати апроксимації рядів
 кульових функцій**

Похибки апроксимації на складових зміщенях	Степінь ряду n								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Кількість невідомих коефіцієнтів ряду								
	4	9	16	25	36	49	64	81	100
σ_x (мм)	59	55	51	41	36	33	31	28	27
σ_y (мм)	140	93	88	83	75	68	63	61	59
σ_z (мм)	34	26	23	20	17	16	15	13	13

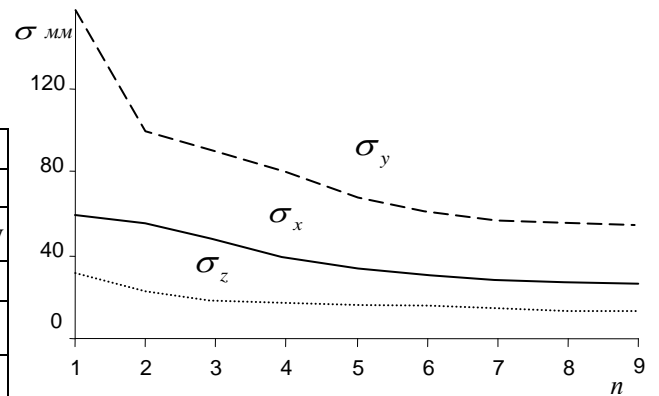


Рис. 15. Закономірності зміни похибок апроксимації

Сформульований висновок підтвердили результати обчислення характеристик деформації. Закономірності зміни їх значень від степеня n передають графіки на рис. 16. Середні вагові значення характеристик, які обчислені за результатами апроксимації рядів зі степенями $n \geq 5$, є остаточними результатами статичного моделювання поля деформації за визначений період. Їх зведено до табл. 11.

Схемами на рис. 17 та 18 відображено результати моделювання з точки зору показників головних лінійних деформацій. Закономірності їх просторового розподілу узгоджуються з розташуванням регіонів аномальної тектонічної та сейсмічної активності Землі. Найбільшою мірою – щодо розташування архіпелагу островів Новозеландсько-Індонезійського регіону. Він вирізняється найбільшою сейсмічною активністю внаслідок поділу земної кори на численні мікроплити та їх складною взаємодією з сусідніми Тихоокеанською та Австралійською плитами.

Отриманий показник дилатації θ загалом узгоджується з тенденцією відносного зменшення об'єму Землі, яка задекларована у трансформації ITRF2014-ITRF2008 і виражена масштабним фактором $D = (-0.02 \pm 0.02) \times 10^{-9}$. У числовому вираженні величина D збігається з результатом, який у межах точності визначення отримано при степені ряду $n = 1$, що відповідає лінійній функції (див. рис. 16).

До табл. 12 зведено результати оцінювання кутових спотворень системи координат відносно стану в реалізації ITRF2008. Їх відображено схемою на рис. 19. Подані характеристики асоціюються з жорсткими обертаннями Землі в проєкціях на координатні площини і повинні інтерпретуватись у одному контексті.

Порівняння відхилень осей координат від початкового стану з їх аналогами R_x, R_y, R_z $(0.00 \pm 0.06) \times 0.001''$ у трансформації ITRF2014-ITRF2008 показує суттєві відмінності. З приводу інтерпретації такого результату варто взяти до уваги умови створення моделі референційної системи типу ITRS та її реалізацій у формі ITRF.

Використовувана модель ґрунтується на малих змінах положення точок тіла планети відносно неї і реалізовується під умовою NNR (no-net-rotation). Вона накладає обмеження на систему з точки зору прирівнювання нульового сумарного моменту імпульсу всіх точок поверхні планети, які об'єднані у межах літосферних плит, і моменту імпульсу Землі в цілому. Модель обмежується врахуванням лише середніх інтегральних показників зміщення, зміни масштабу і можливих обертань системи відносно стану на фіксовану епоху t_0 . За цієї концепції деформації земної

поверхні не беруться до уваги з тієї причини, що їх швидкість не дає внеску у відносний момент імпульсу, а глобальні залишкові обертання системи відносно тектонічних рухів і деформацій у масштабі всієї планети відсутні. Параметри R_x, R_y, R_z , якими формується матриця обертання R при трансформаціях системи ITRS, є середніми інтегральними показниками обертання координатних осей. Вони є наслідком використання лінеаризованої форми перетворення Гельмерта і не передбачають диференціації значень з точки зору спотворення ортогональності. В умовах глобальної референцної системи таке рішення прийнято вважати практично допустимим і виправданим.

Таблиця 11

Характеристики глобального поля деформації Землі

Дилатація θ (1.e-9)		-32	
Розширення вздовж осей координат (1.e-9)	μ_x	16	
	μ_y	-17	
	μ_z	-31	
Екстремальні розширення в проєкціях на координатні площини	xy	μ_{\max} (1.e-9)	14
		μ_{\min} (1.e-9)	-20
		λ_{xy} (град)	-13
	xz	μ_{\max} (1.e-9)	11
		μ_{\min} (1.e-9)	-25
		φ_{xz} (град)	6
	yz	μ_{\max} (1.e-9)	-2
		μ_{\min} (1.e-9)	-39
		φ_{yz} (град)	-39
Триада екстремальних розширень	$\lambda_0 = \lambda_{xy}$ (град)	-13	
	$\mu_{\max \lambda}$ (1.e-9)	14	
	φ_0 (град)	10	
	$\mu_{\max \varphi}$ (1.e-9)	8	
	$\varphi_0 + 90$ (град)	-80	
	$\mu_{\min \varphi+90}$ (1.e-9)	-25	
Обертання в координатних площинах	xy	ε''_{xy} (1.e-4)	20
	xz	ε''_{xz} (1.e-4)	-9
	yz	ε''_{yz} (1.e-4)	37

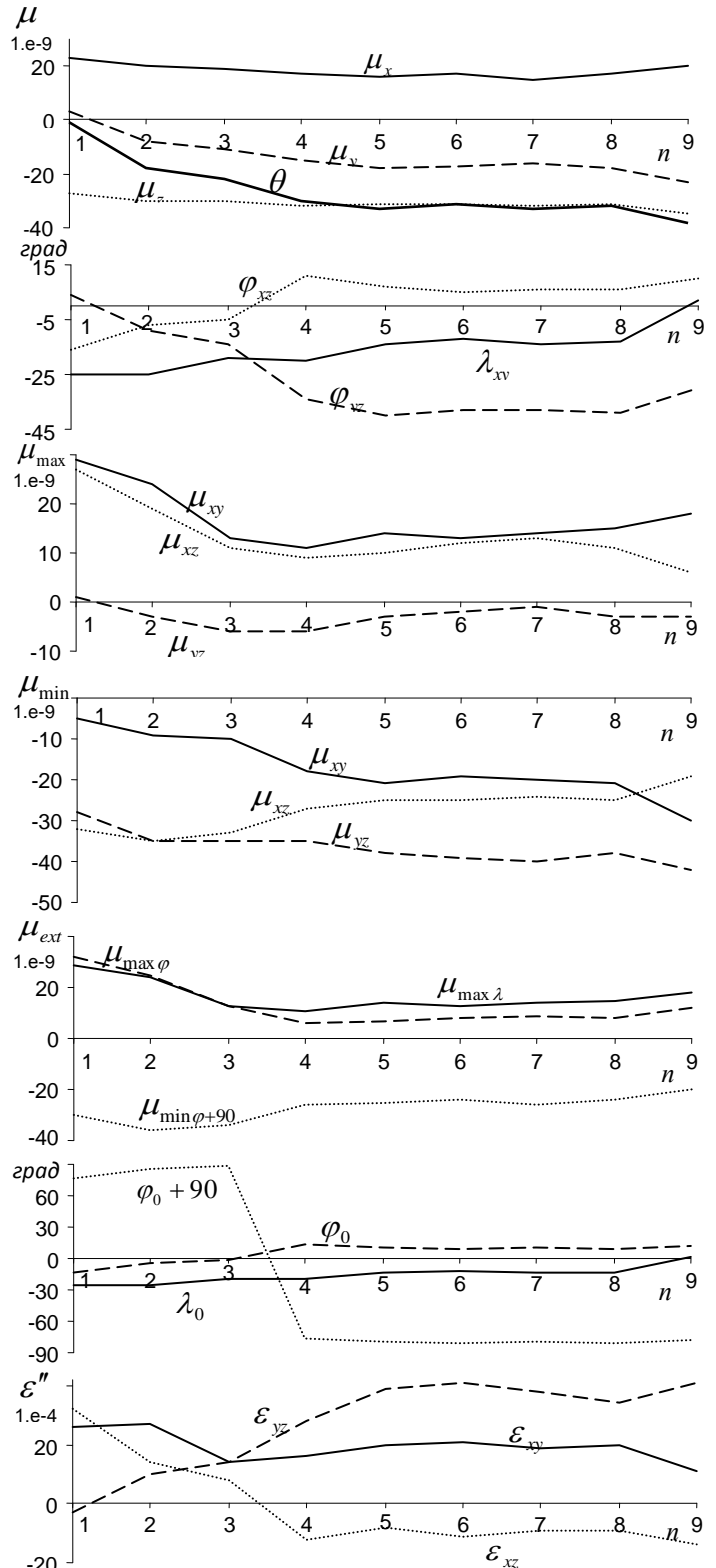


Рис. 16. Закономірності зміни значень характеристик деформації

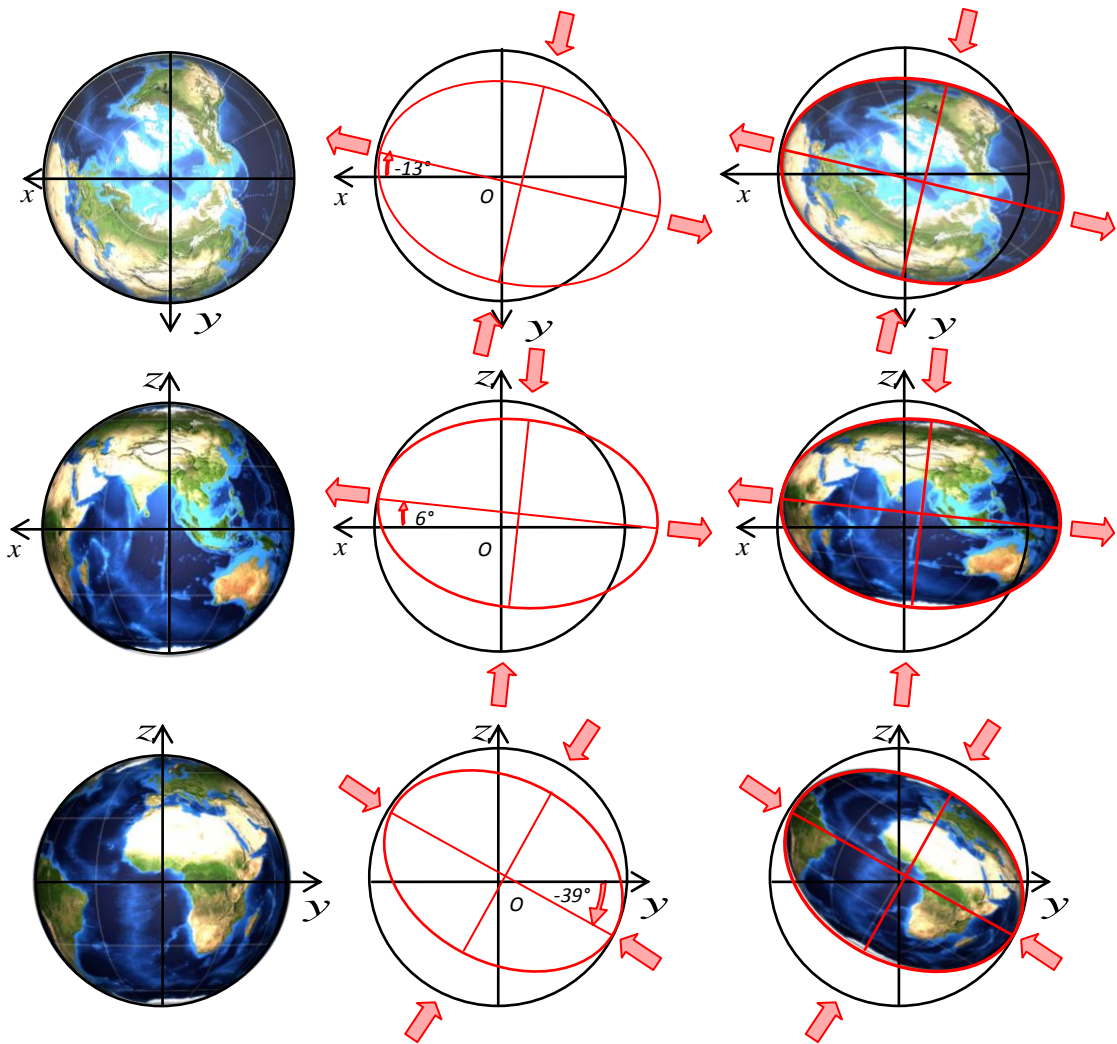


Рис. 17. Екстремальні розширення в проекціях на координатні площини

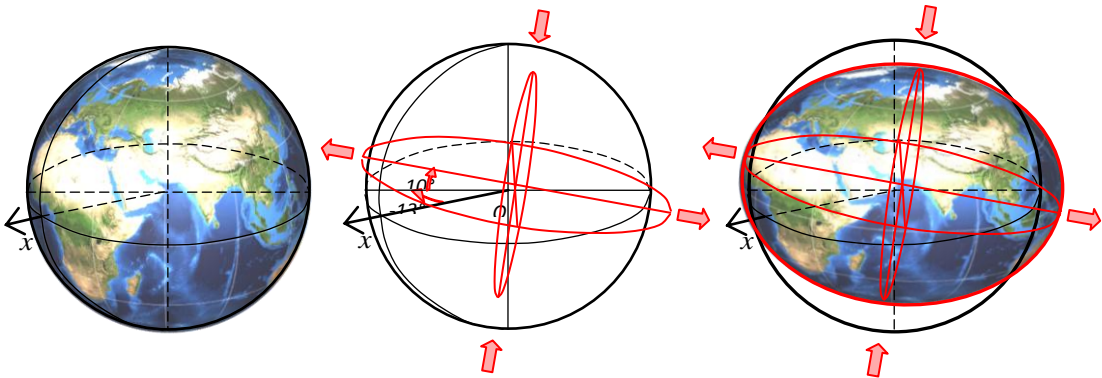


Рис. 18. Тріада екстремальних розширень

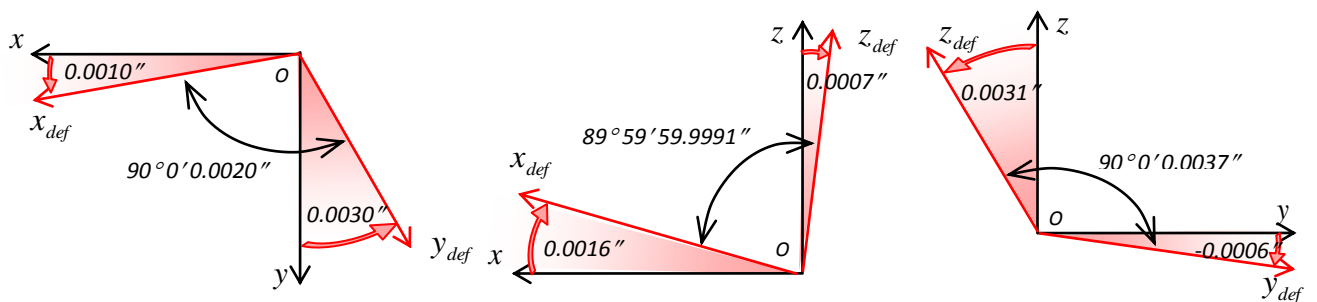


Рис. 19. Схема кутових спотворень в проекціях на координатні площини

Результати оцінювання кутових спотворень системи координат

Координатні площини	Осі координат	Напрями осей деформованої системи	Відхилення осей від початкового стану	Міра косокутної системи	Показник спотворення ортогональності осей координат
xy	x	0°0'0.0010"	0.0010"	90° 0' 0.0020"	0.0020"
	y	90°0'0.0030"	0.0030"		
xz	x	0°0'0.0016"	0.0016"	89°59'59.9991"	-0.0009"
	z	90°0'0.0007"	0.0007"		
yz	y	-0°0'0.0006"	-0.0006"	90° 0' 0.0037"	0.0037"
	z	90°0'0.0031"	0.0031"		

Беручи до уваги можливість пропонованого методу у розрізі оцінювання нелінійних спотворень і отримані результати, можна допустити значущість таких тенденцій і, в перспективі, запровадити дієвий механізм моніторингу масштабних і кутових спотворень референцної системи внаслідок впливу геодинамічних процесів. Актуальність такого підходу до вирішення проблеми очевидна в реаліях систем регіонального чи локального рівнів. Найбільшою мірою – з метою моніторингу референціальних систем кінематичного типу. За умови емпіричного підтвердження нелінійних деформацій і суттєвого вираження кутових спотворень системи відносно початкового стану на ту чи іншу референцну епоху, формування матриці R повинно здійснюватись з врахуванням відхилень осей координат на диференційованій основі.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Дисертація є завершеною науково-дослідною роботою, в ході виконання якої на основі теорії нескінченно малої лінійно-однорідної деформації суцільного середовища, теорії відображення поверхонь, теорії перетворення образів ріманового простору, теорії похибок вимірів та елементів теорії ймовірностей і математичної статистики отримано нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності розв'язують важливу науково-прикладну проблему методології оцінювання полів деформації за даними моніторингу Землі методом глобальних навігаційних супутникових систем GNSS. Вирішення проблеми розглянуто у взаємозв'язку з дослідженнями сучасних референціальних систем. Отримані результати мають важливе значення для геодезії та геодинаміки.

Основні результати, що мають теоретичне і прикладне значення.

1. Запропоновано вдосконалення умов реалізації методу скінченних елементів для оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні на основі лінійно-однорідної моделі математичної теорії пружності.
2. Вдосконалено метод відображення результатів оцінювання двовимірних деформацій земної поверхні тематичними картами.
3. Доведено доцільність використання в оцінюванні рухів і деформації земної поверхні бази GNSS-даних JPL Comb, яка розміщена в архіві SOPAC. Координатні ряди формуються шляхом використання комбінованого GAMIT-GIPSY розв'язку, який реалізовується програмним пакетом QOCA.

4. Розроблено методологію оцінювання полів деформації Землі з використанням теорії відображення поверхонь і теорії перетворення образів ріманового простору в формі диффеоморфних многовидів.
5. Розроблено методи оцінювання двовимірних полів деформації Землі на умовах використання елементарних диффеоморфних многовидів з віднесенням оцінок деформації до модельних геодезичних поверхонь.
6. Розроблено метод оцінювання тривимірних полів деформації Землі на умовах використання складного диффеоморфного многовиду з віднесенням оцінок деформації до топографічної поверхні. Розроблені методи узагальнено для оцінювання нелінійних деформацій Землі. Запропоновано критерії та алгоритм створення функціональних моделей деформації на умовах гомеоморфізму перетворення многовидів.
7. Розроблено метод оцінювання порушень умов створення системи ITRS за показниками кутових і масштабних спотворень внаслідок впливу геодинамічних процесів.
8. Запропоновано науково-прикладний підхід до оцінювання полів деформації Землі за GNSS-даними при порушених умовах створення системи ITRS.
Розроблені методи протестовані на емпіричних вибірках даних, які охоплюють території локального, регіонального і планетарного масштабів. Подано результати оцінювання полів деформації та їх інтерпретацію. Для усіх методів розроблено алгоритми і комп'ютерне програмне забезпечення.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових періодичних виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз Web of Science, Index Copernicus

1. Тадєєв О. А. Проблеми та перспективи оцінювання деформаційних полів Землі за геодезичними даними. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2015. Вип. 82. С. 73–94. URL: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.02.073> (Index Copernicus)
2. Tadyeyev O. A. Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. The main linear deformation. *Геодинаміка*. 2016. № 2(21). С. 7–17. URL: <https://doi.org/10.23939/jgd2016.02.007> (Web of Science, Index Copernicus)
3. Tadyeyev O. Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. Rigid rotations of the Earth. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2016. Вип. 84. С. 25–38. URL: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2016.02.025> (Index Copernicus)
4. Savchuk S., Tadyeyev A., Prokopchuk A. Analysis and research results of GNSS data representativeness in estimation of modern horizontal motion of the earth's surface (on the example of Europe's territory). *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2017. Вип. 86. С. 19–34. URL: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2017.02.019> (Index Copernicus)
5. Тадєєв О. А. До проблеми елімінації ефектів втрати інваріантності в оцінюванні деформаційних полів Землі за GNSS-даними. *Геодинаміка*. 2017.

№ 2(23). С. 34–45. URL: <https://doi.org/10.23939/jgd2017.02.034> (Web of Science, Index Copernicus)

Статті у наукових фахових виданнях України

6. Черняга П. Г., Тадеєв О. А., Марченко Д. О. Визначення компонент деформації на зсуві земної поверхні за результатами геодезичних спостережень. *Вісник Рівненського державного технічного університету. Сер. Технічні науки*. 2001. Вип. 1(8). С. 241–247.

7. Остапчук С. М., Тадеєв О. А., Грицюк П. М. Теоретико-методологічні особливості кількісного аналізу деформування земної поверхні. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2005. Вип. 3(31). С. 393–400.

8. Тадеєв О. А. Щодо вдосконалення методики врахування рельєфу в задачах оптимізації використання та грошової оцінки земель. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2008. Вип. 1(41). С. 381–387.

9. Тадеєв О. А., Тадеєва О. О. Методологічні основи оцінки земель у районах активних сучасних рухів та зсувів поверхні. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2011. Вип. 3(55). С. 233–241.

10. Тадеєва О. О., Тадеєв О. А. Результати та перспективи впровадження вдосконаленої методики оцінки земель у районах активних сучасних рухів та зсувів поверхні. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2011. Вип. 4(56). С. 240–247.

11. Тадеєв О. А., Тадеєва О. О. Наближене вирішення задачі трансформування систем координат для локального району. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2012. Вип. 1(57). С. 196–203.

12. Янчук О. Є., Тадеєв О. А., Бендюг Є. П. Оцінка точності визначення складових векторів супутникових спостережень в умовах обмеженої видимості небосхилу з попереднім плануванням. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2012. Вип. 4(60). С. 245–252.

13. Тадеєва О. О., Тадеєв О. А., Черняга П. Г. Достовірність результатів опрацювання геодезичних даних методом скінченних елементів. *Геодинаміка*. 2012. № 2(13). С. 28–33.

14. Тадеєв О. А. Особливості тектонофізичної інтерпретації геодезичних даних в геодинамічних дослідженнях. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2013. Вип. 1(61). С. 224–232.

15. Тадеєв О. А. Оцінювання деформацій земної поверхні з позицій теорії квазіконформних відображень. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2013. Вип. 78. С. 140–145.

16. Тадеєв О. А. Оцінювання деформацій земної поверхні, редукованої на геосферу. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2013. Вип. II(26). С. 46–52.

17. Тадеєв О. А., Тадеєва О. О., Черняга П. Г. Проблема оцінки деформованого стану земної поверхні за геодезичними даними. *Геодинаміка*. 2013. № 1(14). С. 5–10.

18. Тадеєв О. А. Шляхи вирішення задачі оцінювання деформацій земної поверхні за геодезичними даними. *Вісник геодезії та картографії*. 2013. № 5(86). С. 21–26.

19. Тадеєва О. О., Тадеєв О. А., Черняга П. Г. Математико-картографічне моделювання лінійних деформацій земної поверхні. *Вісник геодезії та картографії*. 2014. № 1(88). С. 16–22.

20. Тадеєв О. А. Оцінювання деформацій земної поверхні за даними в геодезичних криволінійних системах координат. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2015. Вип. I(29). С. 48–52.

21. Тадеєв О. А. Оцінювання тривимірних деформаційних полів Землі методами проективно-диференціальної геометрії. Дилатаційні поля Землі. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2017. Вип. I(33). С. 53–60.

22. Тадеєв О. А. Адаптивні методи оцінювання та інтерпретації деформаційних полів Землі з використанням GNSS-даних. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2018. Вип. I(35). С. 71–78.

Статті в інших наукових виданнях та у збірниках праць за матеріалами конференцій

23. Тадеєв О. А., Остапчук С. М. Дослідження просторово-часових змін рельєфу статистичним методом. *Геодинаміка гірських систем Європи* : матеріали Міжнародного симпозіуму (Львів-Яремче, 10–17 квітня 1994 р.). Львів, 1994. С. 41–42.

24. Остапчук С. М., Тадеєв О. А., Грицюк П. М. Статистичні дослідження змін рельєфу за результатами топографічних знімачів. *Вісник геодезії та картографії*. 1996. № 1(5). С. 50–55.

25. Остапчук С. М., Грицюк П. М., Тадеєв О. А. Моделювання деформації осушуваних земель. *Актуальні проблеми водного господарства* : збірник наукових статей до 75-річчя заснування Української державної академії водного господарства. Рівне, 1997. Т. 1. С. 83–84.

26. Тадеєв О. А. Стохастична модель геодинамічного процесу. *Геодинаміка*. 1998. № 1. С. 68–70.

27. Черняга П. Г., Тадеєв О. А. Про дослідження деформованого стану земної поверхні за результатами геодезичних спостережень. *Сучасні досягнення геодезії, геодинаміки та геодезичного виробництва* : збірник наукових праць науково-технічної конференції, присвяченої професійному святу працівників геології, геодезії та картографії. Львів, 1999. С. 167–169.

28. Тадеєв О. А., Тадеєва О. О., Черняга П. Г. Інформаційний ресурс глобальних навігаційних супутникових систем в оцінюванні розвитку територій з активними геодинамічними процесами. *Стратегічні рішення інформаційного розвитку економіки, суспільства та бізнесу* : тези доповідей III Міжнародної науково-практичної конференції (м. Рівне, 12–14 лютого 2014 р.). Рівне, 2014. С. 38–41.

29. Тадєєв О. А., Луцик О. О. Дослідження деформацій земної поверхні за результатами GNSS-спостережень на території Європи (2004–2014 рр.). *Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. Географія. Землеустрій. Природокористування* : матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні” (Ужгород, 23-25 жовтня 2014 р.). 2014. Вип. 3. С. 27–35.

30. Прокопчук А. В., Тадєєв О. А. Стан та перспективи картографічного відображення сучасних рухів земної поверхні. *Геодезія. Землеустрій. Природокористування: присвячується пам'яті П.Г. Черняги* : збірник тез всеукраїнської науково-практичної конференції (Рівне, 5–6 листопада 2014 р.). Рівне, 2014. С. 43–45.

31. Тадєєв О. А. Сутність та шляхи вирішення проблеми оцінки деформацій земної поверхні за геодезичними даними. *Геодезія. Землеустрій. Природокористування: присвячується пам'яті П.Г. Черняги* : збірник тез всеукраїнської науково-практичної конференції (Рівне, 5–6 листопада 2014 р.). Рівне, 2014. С. 48–51.

32. Тадєєв О. А. Геодезичні тривимірні моделі деформаційних полів Землі. *GEOFORUM'2016* : тези доповідей XXI Міжнародної науково-технічної конференції, присвяченої професійному святу працівників геології, геодезії та картографії України (Львів, 13–15 квітня 2016 р.). Львів, 2016. С. 23–25.

33. Тадєєв О. А. Основи аналізу тривимірних деформаційних полів Землі за GNSS-даними в умовах спотворень референцної системи ITRS. *Геодезія. Землеустрій. Природокористування: присвячується пам'яті П.Г. Черняги* : збірник тез всеукраїнської науково-практичної конференції (Рівне, 9–10 листопада 2016 р.). Рівне, 2016. С. 44–47.

34. Тадєєв О. А. Інформаційний ресурс глобальних навігаційних супутникових систем в оцінюванні деформаційних полів Землі. *Моніторинг довкілля, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку* : матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції (Львів, 14–16 вересня 2017 р.). Львів, 2017. С. 99–104.

35. Savchuk S., Tadyeyev O. Method for monitoring of modern reference systems in their relationship with geodynamics. *Wybrane aspekty zabezpieczenia nawigacji lotniczej, cz.2* / Eds. J. Cwiklak. Deblin: Wydawnictwo Lotniczej Akademii Wojskowej, 2020. P. 111–127.

АНОТАЦІЯ

Тадєєв О.А. Розробка методів оцінювання полів деформації Землі за даними глобальних навігаційних супутникових систем. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.24.01 – Геодезія, фотограмметрія та картографія. – Київський національний університет будівництва і архітектури, МОН України, Київ, 2021.

В дисертації представлено нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності розв'язують важливу науково-прикладну проблему методології дослідження полів деформації за даними моніторингу Землі методом GNSS.

Грунтуючись на теорії перетворення образів ріманового простору в формі диффеоморфних многовидів, розроблено методи оцінювання двовимірних і тривимірних полів деформації. Оцінювання реалізується у відношенні до модельних геодезичних і топографічної поверхонь. Методи узагальнено для оцінювання нелінійних деформацій. Розроблено алгоритм встановлення базисних функцій, які генерують функціональну модель деформації на умовах гомеоморфізму перетворення многовидів.

Вирішення завдань деформаційного аналізу розглянуто у взаємозв'язку з проблемою порушення умов створення системи ITRS. Розроблено метод моніторингу системи за показниками кутових і масштабних спотворень внаслідок впливу геодинамічних процесів. Розроблено науково-прикладний підхід до оцінювання полів деформації за даними моніторингу Землі методом GNSS за порушених умов створення системи ITRS.

Набули подальшого розвитку умови реалізації методу скінченних елементів для оцінювання двовимірних деформацій на основі лінійно-однорідної моделі математичної теорії пружності і метод відображення результатів оцінювання деформацій тематичними картами.

Розроблені методи протестовані на емпіричних вибірках даних, які охоплюють території локального, регіонального і планетарного масштабів. На прикладі оцінювання поля деформації Землі планетарного масштабу протягом 2008 – 2014 рр. показано взаємозв'язок його числових оцінок з параметрами масштабних і кутових спотворень, які виражають порушення умов створення системи ITRS відносно реалізації ITRF2008.

Ключові слова: деформаційний аналіз, метричний тензор, головні лінійні деформації, дилатація, жорсткі обертання Землі, перетворення образів простору, диффеоморфні многовиди, система координат, ITRS, ITRF, GNSS, тематична карта.

АННОТАЦІЯ

Тадеєв А.А. Разработка методов оценивания полей деформации Земли по данным глобальных навигационных спутниковых систем. – Квалификационный научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.24.01 – Геодезия, фотограмметрия и картография. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, МОН Украины, Киев, 2021.

В диссертации представлены новые научно обоснованные результаты, которые решают важную научно-прикладную проблему методологии исследования полей деформации по данным мониторинга Земли методом GNSS.

Основываясь на теории преобразования образов риманова пространства в форме диффеоморфных многообразий, разработано методы оценивания двумерных и трехмерных полей деформации. Оценивание осуществляется по отношению к модельным геодезическим и топографической поверхностям. Методы обобщены для оценивания нелинейных деформаций. Разработан алгоритм установления базисных функций, генерирующих функциональную модель деформации на условиях гомеоморфизма преобразования многообразий.

Решение задач деформационного анализа рассмотрено во взаимосвязи с проблемой нарушения условий создания системы ITRS. Разработан метод мониторинга системы за показателями угловых и масштабных искажений вследствие влияния геодинимических явлений. Разработан научно-прикладной подход к оценке полей деформации при нарушении условий создания системы ITRS.

Получили дальнейшее совершенствование условия реализации метода конечных элементов для оценки двумерных деформаций на основе линейно-однородной модели математической теории упругости и метод отображения результатов оценки деформаций тематическими картами.

Ключевые слова: деформационный анализ, метрический тензор, главные линейные деформации, дилатация, жесткие вращения Земли, преобразование образов пространства, диффеоморфные многообразия, система координат, ITRS, ITRF, GNSS, тематическая карта.

ABSTRACT

Tadyeyev A.A. Development of methods for evaluation of deformation fields of the Earth based on data from global navigation satellite systems. – Qualified scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis on competition of a scientific degree doctor of technical sciences on a major 05.24.01 – Geodesy, Photogrammetry, and Cartography. – Kyiv National University of Construction and Architecture, MES Ukraine, Kyiv, 2021.

The dissertation presents new scientifically based results that solve an important scientific and applied problem of the methodology for studying of deformation fields according to the data of GNSS monitoring of the Earth.

Based on the theory of transformation of images of Riemannian space in the form of diffeomorphic manifolds, methods for evaluation of two-dimensional and three-dimensional deformation fields have been developed. Evaluation is carried out in relation to model geodetic and topographic surfaces. Methods are generalized for evaluation of nonlinear deformations. An algorithm is developed for establishing of basic functions that generate a functional model of deformation under the conditions of homeomorphism of transformation of manifolds.

The solution of tasks of the deformation analysis is considered in interconnection with the problem of violation of conditions of the creation of the ITRS system. The method for monitoring of the system in terms of angular and scale distortions due to the influence of geodynamic processes has been developed. A scientific and applied approach have been developed for solving the problems of evaluation of deformation fields when the conditions for creating of ITRS system are violated.

The conditions for the implementation of the finite element method for evaluation of two-dimensional deformations on the basis of the linear-homogeneous model of the mathematical theory of elasticity and the method of image of the results of deformation evaluation by thematic maps have been further developed.

Keywords: deformation analysis, metric tensor, main linear deformations, dilatation, rigid rotations of the Earth, transformation of space images, diffeomorphic manifold, coordinate system, ITRS, ITRF, GNSS, thematic map.

Підписано до друку 16.11.2021 р. Формат 60×90¹/₁₆.
Ум.-друк. арк. 1,9. Тираж 100 прим.
Зам. № 5559.

*Видавець і виготовлювач
Національний університет
водного господарства та природокористування,
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028.*

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції РВ № 31 від 26.04.2005 р.*