

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ЯКУСЕВИЧ СЕРГІЙ ГРИГОРОВИЧ

УДК 514.18

ДИСЕРТАЦІЯ

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНИХ КОНСТРУКЦІЙ
СИСТЕМ ФАСАДНОГО УТЕПЛЕННЯ БУДИНКІВ**

Спеціальність: 05.01.01 – прикладна геометрія, інженерна графіка
(шифр і назва спеціальності)

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук вперше

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

С.Г. Якусевич

(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник к.т.н., доц. В.І. Скочко

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Київ-2021

АНОТАЦІЯ

Якусевич С.Г. **Геометричне моделювання температурних полів енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель.** – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, МОН України, Київ, 2021.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, наведено дані про зв'язок дисертаційної роботи з науковими темами та програмами, сформульовано мету і задачі дослідження, подано об'єкт, предмет та методи дослідження, визначено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, приведені відомості про особистий внесок здобувача, публікації, про впровадження та апробацію результатів дослідження.

У першому розділі «Аналіз сучасного стану досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів в огорожувальних конструкціях будівель» вміщено огляд підходів щодо проведення розрахунків для влаштування систем фасадного теплової ізоляції; проаналізовано основні види теплової ізоляції будівель та визначена їх специфіка; представлено основні підходи щодо визначення характеристик містків холоду; наведено основні математичні моделі, що дозволяють здійснити розрахунок температурного режиму огорожувальних конструкцій, виконано аналіз основних методів геометричного й чисельного моделювання температурних полів у вузлах огорожувальних конструкцій та теплової оболонки будівлі, виконано обґрунтування вибору напрямку вирішення поставлених завдань дослідження.

При проектуванні теплової ізоляції зовнішніх огорожувальних конструкцій інженери та архітектори мають вирішити три основні задачі:

- 1) відповідно до специфіки умов подальшої експлуатації обрати оптимальний матеріал (матеріали) для теплової ізоляції;
- 2) виходячи із конструктивних міркувань, визначитися з принципом кріплення утеплювача та з типом фасадної системи у цілому;

3) спираючись на теплотехнічні розрахунки підібрати відповідну товщину утеплювача.

При вирішенні першої задачі враховуються: призначення будівлі (наприклад, житлова, громадська, промислова, сільсько-господарського призначення тощо); кліматологічні особливості району розміщення будівлі (середня температура в холодну пору року, вологість повітря тощо); особливості режиму провітрювання та режим експлуатації за санітарно-гігієнічними вимогами (з вологим, мокрим, сухим, нормальним режимами, або з надлишковим виділенням тепла).

При вирішенні другої задачі оцінюються конструктивні особливості несучих огороджувальних конструкцій, механічні властивості їх матеріалів та здатність до сприйняття додаткових навантажень від системи теплової ізоляції.

При вирішенні третьої задачі беруться до уваги теплотехнічні характеристики матеріалів несучих та самонесучих огороджувальних конструкцій будинку.

Наявність теплопровідних включень та зміни геометричної форми зовнішніх огороджувальних конструкцій потребують особливої уваги, оскільки ці два випадки вагомо впливають на зміну розподілу ліній току теплової енергії в товщі конструкцій.

При вирішенні сучасних інженерних задач, а також при проведенні досліджень різних речовин та матеріалів виникає потреба у встановленні фізичних закономірностей, які відображають ті чи інші процеси. Одним із найбільш ефективних способів такого дослідження є створення їх математичних моделей. Актуальним є розвиток конструктивного напрямку створення зазначених моделей, що забезпечуватиме їх спрощення та наочність зі збереженням функціональності й якісних параметрів. При цьому моделі не мають втрачати основних ознак, які відображають індивідуальну природу та характер досліджуваного процесу.

Найбільш конструктивними та наочними методами, які можуть дотримуватися усіх перерахованих вимог, є методи геометричного моделювання.

Дані методи дозволяють зберегти як метричні, так і диференціальні властивості як самого середовища, так і фізичного процесу або явища, що у ньому поширюється.

Виконано аналіз основних методів геометричного й чисельного моделювання температурних полів у вузлах огорожувальних конструкцій та теплової оболонки будівлі. Найбільш розповсюджені чисельні методи, які застосовуються при моделюванні температурних полів є 1) метод скінченних елементів; 2) метод скінченних різниць; 3) метод граничних елементів.

Виконано обґрунтування вибору напрямку досліджень та обраного інструментарію. При вирішенні більшості задач будівельної фізики, які пов'язані з дослідженням температурно-вологісного режиму приміщень або будівель в цілому, виникає необхідність у відтворенні температурних полів у елементах і вузлах зовнішніх огорожувальних конструкцій. Найчастіше проєктувальники та науковці вдаються до використання чисельного моделювання, на основі якого отримуються дані щодо значень температур у деяких точках наперед визначеної сітки. Однак, ці дані носять дискретний характер і ускладнюють точне визначення інших важливих фізичних показників, таких як тепловтрати у довільній точці поверхні огорожувальної конструкції або температура поверхні у деякій іншій точці, що не належить до сітки базових вузлів чисельної моделі. Тому, після моделювання температурного поля у визначених точках моделі вдаються до інтерполяційних алгоритмів, які дозволяють отримати проміжні дані між базовими розрахунковими вузлами. Все це призводить до використання комп'ютерних програм, які працюють на основі чисельних методів. Операційні алгоритми таких програм, як правило, є закритими і комерційними й користувачі не мають можливості перевіряти їх точність і коректність з фізично точки зору. Натомість, методи, що дозволяють на основі певних допущень відтворювати неперервні функції температурних полів майже не розвиваються, оскільки передбачають складні математичні перетворення та вимагають від інженера або науковця наявності високого рівня підготовки й кваліфікації. Очевидно, розробка відносно простих та наочних методів побудови функцій неперервних

температурних полів є актуальною та важливою з практичної точки зору проблемою.

Відтак більш доцільною для вирішення відповідної задачі є глобальна інтерполяція, в результаті якої одержується єдина функція температурного поля, найшвидші спуски і підйоми по якій можуть бути побудовані без дотримання умов заміни інтерполяційних функцій на різних ділянках вузла. Згідно якої, поверхня огорожувальної конструкції з вищою температурою (зовнішня або внутрішня), буде представляти собою умовне джерело, а з меншою – умовний стік, значення умовних щільностей виділення (пропускання) або поглинання теплової енергії (поверхнею витоку або стоку відповідно) тоді будуть визначатися з умови дотримання встановлених температур цих поверхонь.

У другому розділі «Геометричне моделювання температурних полів конструктивних вузлів огорожувальних конструкцій будівель та споруд» описано математичну модель температурного поля огорожувальних конструкцій, алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу та принципи побудови крайових та початкових умов моделювання температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій.

Розглянуті концептуальні основи раціонального проектування теплоізоляційної оболонки будівлі, на основі яких запропоновано відповідний алгоритм дій, а саме:

1. Чисельне моделювання температурного поля. На основі проведеного розрахунку мають бути зафіксовані показники температур на зовнішній та внутрішній поверхнях огорожувальної конструкції. Ще перед початком моделювання варто визначитися із оптимальним кроком решітки вузлів розрахункової моделі. Вибір кроку має обумовлюватися загальною геометричною складністю будинку та може змінюватися на окремих ділянках стін. Також, крок сітки необхідно згущувати в зонах підвищення температури зовнішньої поверхні та в зонах пониження температури внутрішніх поверхонь.

2. Розрахунок інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції та визначення опору теплопередачі цієї ділянки.

3. Розрахунок товщини теплової ізоляції для типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції. Після цього необхідно перевірити виконання усіх санітарно-гігієнічних нормативних вимог.

4. Визначення інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні інших фрагментів зовнішніх огорожувальних конструкцій із обраним кроком.

5. Визначення товщини теплової ізоляції на усіх досліджуваних ділянках (з обраним кроком) зовнішніх огорожувальних конструкцій шляхом інтерполювання на основі значень тепловтрат та товщини теплової ізоляції типової протяжної ділянки зовнішньої стіни.

Запропонований алгоритм передбачає, різні підходи до визначення теплової ізоляції, що буде змінною й пропорційною тепловтратам в кожній точці огорожувальної конструкції.

Найбільш ефективним підходом до підбору товщини утеплювача є аналіз характеру теплових ізополів у перерізах досліджуваних огорожувальних конструкцій. В результаті відтворення повної картини температурного поля стає можливою оцінка щільності ліній току теплової енергії. Це, в свою чергу, дозволяє прослідкувати усі траєкторії теплових втрат від нагрітих внутрішніх поверхонь до холодних зовнішніх граней зовнішніх стін. Такий підхід дає змогу порівняти площу внутрішніх нагрітих системою опалення та іншими джерелами теплової енергії стінових конструкцій (включаючи дотичні до зовнішніх стін внутрішні несучі стіни й перегородки) та зовнішню площу огорожень, крізь яку внутрішнє тепло покидає будівлю. Саме на основі даних розрахунків й визначаються фактори форми геометрично складних ділянок та теплопровідних включень.

В переважній більшості випадків причини надмірних тепловтрат носять змішаний характер та обумовлюються як фізичними, так і геометричними особливостями огорожувальних конструкцій.

Якщо товщина теплової ізоляції буде змінною й пропорційною тепловтратам в кожній точці огорожувальної конструкції, то можлива раціоналізація витрат теплоізоляційних матеріалів, на основі мінімізації й рівномірного перерозподілу втрати тепла між усіма фрагментами огорожувальної конструкції.

Побудова математичної моделі температурного поля огорожувальних конструкцій не можлива без існування деякої неперервної функції, що визначатиме температуру в середині конструкцій. Побудова такої функції засновано на диференційному рівнянні теплопровідності.

Шукана функція має задовольняти диференційному рівнянню в часткових похідних параболічного типу. Окрім того, функція повинна бути потенціальною, оскільки, за законом Фур'є, тепловий потік знаходиться у градієнтній залежності з температурою. Побудова неперервної функції температури заснована на принципах побудови функцій потенціалу електростатичних полів. Відповідні функції також повинні бути потенціальними й задовольняти аналогічному диференціальному рівнянню.

В рамках проведеного дослідження розроблено алгоритм побудови неперервного температурного поля.

Представлений алгоритм до побудови температурних полів у тілі конструктивних вузлів та елементів огорожувальних і внутрішніх конструкцій будівель та споруд є набагато простішим, ніж способи одержання дискретних температурних показників на основі використання чисельних методів розрахунків, які, окрім іншого, потребують застосування інтерполяційних методик. Відтак даний алгоритм дає змогу значно скоротити трудовитрати на побудову моделі й реалізації процесу розрахунку.

На основі інтерполяційної методики побудови суцільного температурного поля та підходу до визначення траєкторій найшвидшого спадання або зростання температури в тілі вузла, сформульовано принципівий алгоритм пошуку та усунення містків холоду, що складається із 7 кроків.

Подальші дослідження показали різні аспекти виконання даного алгоритму за умови оперування зміною товщин, теплопровідних властивостей та розташування матеріалів зовнішньої теплоізоляції.

У третьому розділі «Практичні аспекти моделювання температурних полів конструктивних огороджувальних конструкцій будівель» наведено практичні аспекти запровадження розроблених теоретичних підходів щодо відтворення температурних полів вузлів суцільних огороджувальних конструкцій, визначення товщини теплової ізоляції огороджувальних конструкцій на основі геометричного моделювання температурних полів у їх товщі та алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огороджувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі на основі аналізу містків холоду.

Практична реалізація здійснювалась із застосуванням програмного розрахункового комплексу Mathcad, що дозволило здійснити графічне відображення змодельованого температурного поля заданого конструктивного вузла огороджувальної конструкції.

У четвертому розділі «Програмна реалізація та впровадження результатів досліджень» описано автоматизацію алгоритмів геометричного моделювання температурних полів суцільних огороджувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу, алгоритмів геометричного моделювання траєкторій містків холоду вузлів огороджувальних конструкцій та описано впровадження результатів дисертаційного дослідження в практику проектування теплових оболонок огороджувальних конструкцій будівель.

Ключові слова: геометричне моделювання, неперервне температурне поле, інтегральні рівняння потенціалу, глобальна інтерполяція.

ABSTRACT

Yakusevych S. G. Geometric modeling of temperature fields of buildings' energy-efficient enclosing structures. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript. – Manuscript.

Dissertation for obtaining the scientific degree of the candidate of technical sciences in the specialty 05.01.01 "Applied geometry, engineering graphics". - Kyiv National University of Construction and Architecture, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2021.

The introduction substantiates the relevance of the research topic, provides data on the connection of the dissertation work with scientific topics and programs, formulated the purpose and objectives of the research, presented the object, subject and methods of research, determined the scientific novelty and practical significance of the results obtained, provides information about the personal contribution of the applicant, publications, implementation and testing of research results.

The First Chapter "Analysis of the current state of research methods of geometric and numerical modeling of physical processes in the enclosing structures of buildings" contains an overview of approaches to calculations for the installation of facade thermal insulation systems; the main types of thermal insulation of buildings are analyzed and their specificity is determined; the main approaches to determining the characteristics of cold bridges are presented; the basic mathematical models allowing to carry out calculation of a temperature mode of enclosing designs are resulted, the analysis of the basic methods of geometrical and numerical modeling of temperature fields in knots of enclosing designs and a thermal cover of the building is executed. When designing the thermal insulation of external enclosing structures, engineers and architects must solve three main tasks:

1) in accordance with the specifics of the conditions of further operation to choose the optimal material (materials) for thermal insulation;

2) based on design considerations, to determine the principle of attachment of insulation and the type of facade system as a whole;

3) based on thermal calculations to select the appropriate thickness of the insulation. When solving the first problem, the following are taken into account: the purpose of the building (for example, residential, public, industrial, agricultural, etc.); climatological features of the building location area (average temperature in the cold season, humidity, etc.); features of the ventilation mode and the mode of operation according to sanitary and hygienic requirements (with wet, wet, dry, normal modes, or with excessive heat release).

In solving the second problem, the design features of load-bearing enclosing structures, mechanical properties of their materials and the ability to absorb additional loads from the thermal insulation system are evaluated. In solving the third problem, the thermal characteristics of the materials of load-bearing and self-load-bearing enclosing structures of the house are taken into account. The presence of heat-conducting inclusions and changes in the geometric shape of external enclosing structures require special attention, as these two cases significantly affect the change in the distribution of thermal energy current lines in the thickness of structures. When solving modern engineering problems, as well as when conducting research on various substances and materials, there is a need to establish physical laws that reflect certain processes. One of the most effective ways of such research is to create their mathematical models. It is important to develop a constructive direction for the creation of these models, which will provide their simplification and clarity while maintaining functionality and quality parameters. In this case, the models should not lose the main features that reflect the individual nature and nature of the process under study. The most constructive and visual methods that can comply with all these requirements are the methods of geometric modeling. These methods allow to preserve both metric and differential properties of both the environment and the physical process or phenomenon that propagates in it.

The analysis of the main methods of geometric and numerical modeling of temperature fields in the nodes of enclosing structures and the thermal shell of the building is performed. The most common numerical methods used in modeling

temperature fields are 1) the finite element method; 2) the method of finite differences; 3) the method of boundary elements.

The substantiation of the choice of the direction of researches and the chosen toolkit is executed. In solving most problems of building physics, which are associated with the study of temperature and humidity of the premises or buildings in general, there is a need to reproduce the temperature fields in the elements and components of external enclosing structures. Most often, designers and scientists use numerical simulations, which are used to obtain data on temperature values at some points in a predetermined grid. However, these data are discrete and make it difficult to accurately determine other important physical parameters, such as heat loss at any point on the surface of the enclosure or surface temperature at some other point that does not belong to the grid of base units of the numerical model. Therefore, after modeling the temperature field at certain points, the models resort to interpolation algorithms that allow to obtain intermediate data between the basic calculation nodes. All this leads to the use of computer programs that work on the basis of numerical methods. Operational algorithms of such programs, as a rule, are closed and commercial and users do not have an opportunity to check their accuracy and correctness from the physical point of view. Instead, methods that allow the reproduction of continuous functions of temperature fields on the basis of certain assumptions are almost not developed, as they involve complex mathematical transformations and require an engineer or scientist to have a high level of training and qualification. Obviously, the development of relatively simple and clear methods for constructing the functions of continuous temperature fields is a relevant and important problem from a practical point of view.

Therefore, global interpolation is more expedient for solving the corresponding problem, as a result of which a single function of the temperature field is obtained, the fastest descents and ascents on which can be constructed without observing the conditions of interpolation functions replacement in different parts of the node. According to which, the surface of the enclosing structure with a higher temperature (external or internal) will be a conditional source, and with a smaller - conditional runoff, the values of the conditional densities of release (transmission) or absorption of

thermal energy (leakage or runoff surface, respectively) will then be determined conditions of observance of the established temperatures of these surfaces.

The Second Chapter "Geometric modeling of temperature fields of structural units of enclosing structures of buildings and structures" describes the mathematical model of the temperature field of enclosing structures, the algorithm for constructing a continuous temperature field of continuous enclosing structures based on integrated equations of potential and the principles of field. The conceptual bases of rational design of a heat-insulating cover of the building on the basis of which the corresponding algorithm of actions is offered are considered, namely:

1. Numerical simulation of the temperature field. Based on the calculation, the temperature indicators on the outer and inner surfaces of the enclosing structure must be recorded. Even before the start of modeling, it is necessary to determine the optimal step of the lattice of the nodes of the calculation model. The choice of step should be determined by the overall geometric complexity of the house and may vary on individual sections of the walls. Also, the step of the grid must be condensed in areas of increasing the temperature of the outer surface and in areas of lowering the temperature of the inner surfaces.

2. Calculation of the intensity and amount of heat loss on the surface of a typical long section of the enclosing structure and determination of the heat transfer resistance of this section.

3. Calculation of the thermal insulation thickness for a typical extended section of the enclosing structure. After that it is necessary to check compliance with all sanitary and hygienic regulatory requirements.

4. Determination of the intensity and amount of heat loss on the surface of other fragments of external enclosing structures with the selected step.

5. Determination of the thickness of thermal insulation in all investigated areas (with the selected step) of external enclosing structures by interpolation based on the values of heat loss and the thickness of thermal insulation of a typical long section of the outer wall.

The proposed algorithm provides different approaches to determining the thermal insulation, which will be variable and proportional to heat loss at each point of the enclosing structure. The most effective approach to the selection of the thickness of the insulation is the analysis of the nature of thermal isopoles in the sections of the studied enclosing structures. As a result of reproducing the complete picture of the temperature field, it becomes possible to estimate the density of thermal energy current lines. This, in turn, allows you to trace all the trajectories of heat loss from the heated inner surfaces to the cold outer faces of the outer walls. This approach makes it possible to compare the area of internal wall structures heated by the heating system and other sources of heat (including internal load-bearing walls and partitions tangential to external walls) and the external area of fences through which internal heat leaves the building. It is on the basis of these calculations that the shape factors of geometrically complex sections and heat-conducting inclusions are determined. In the vast majority of cases, the causes of excessive heat loss are mixed and due to both physical and geometric features of the enclosing structures.

If the thickness of thermal insulation is variable and proportional to heat loss at each point of the enclosing structure, it is possible to rationalize the cost of insulating materials, based on minimization and uniform redistribution of heat loss between all fragments of the enclosing structure. Construction of a mathematical model of the temperature field of enclosing structures is not possible without the existence of some continuous function that will determine the temperature in the middle of the structures. The construction of such a function is based on the differential equation of thermal conductivity. The desired function must satisfy the differential equation in partial derivatives of parabolic type. In addition, the function must be potential because, according to Fourier's law, the heat flux is gradient to temperature. The construction of a continuous temperature function is based on the principles of construction of electrostatic field potential functions. The corresponding functions must also be potential and satisfy a similar differential equation.

As part of the study, an algorithm for constructing a continuous temperature field was developed. The presented algorithm for constructing temperature fields in the body

of structural units and elements of enclosing and internal structures of buildings and structures is much simpler than the methods of obtaining discrete temperature indicators based on the use of numerical calculation methods, which, among other things, require interpolation techniques. Therefore, this algorithm allows to significantly reduce labor costs for model construction and implementation of the calculation process. Based on the interpolation method of constructing a continuous temperature field and the approach to determining the trajectories of the fastest decrease or increase in temperature in the body of the node, a basic algorithm for finding and removing cold bridges, consisting of 7 steps.

Subsequent studies have shown various aspects of the implementation of this algorithm under the condition of operating by changing the thickness, thermal conductivity and location of external insulation materials.

The Third Chapter "Practical aspects of modeling the temperature fields of structural enclosing structures of buildings" presents practical aspects of implementing the developed theoretical approaches to reproducing the temperature fields of continuous enclosing structures, determining the thickness of thermal insulation of enclosing structures based on geometric modeling of thermal fields. enclosing structures in the design of the thermal shell of the building based on the analysis of cold bridges. The practical implementation was carried out with the use of software calculation complex Mathcad, which allowed to graphically display the simulated temperature field of a given structural unit of the enclosing structure.

The Fourth Chapter "Software implementation and implementation of research results" describes automation of algorithms for geometric modeling of temperature fields of continuous enclosing structures based on Integral potential equations, algorithms for geometric modeling of trajectories of cold bridges of enclosing structures and describes the implementation of the results of dissertation research in the practice of designing thermal shells of enclosing structures of buildings.

Key words: geometric modeling, continuous temperature field, integral equations of potential, global interpolation.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА
ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНО В
РОБОТАХ

Публікації у періодичних наукових виданнях інших держав:

1. Leshchenko V., Yakusevich S., Yakusevich A., Skochko V. Comparative analysis of numerical modeling methods of temperature fields related to the problems of energy efficient structures designing. // Scientific letter of Academes Society of Michail Baludyansky. 2020. Volume 8. N1a. P. 144–152

Автору належить проведення аналізу методів чисельного моделювання з точки зору моделювання температурних полів.

Публікації у фахових виданнях:

2. Якусевич С. Г., Плоский В. О. Деякі аспекти ефективного влаштування теплоізоляційної оболонки будинку – Енергоефективність в будівництві та архітектурі, Вип. 9, 2017, – С.259 - 266

Автору належить проведення системного аналізу основних чинників, що впливають на вибір матеріалу утеплювача, місця його влаштування та його товщину. Запропонований алгоритм визначення змінної товщини теплоізоляційного шару.

3. Якусевич С.Г., Плоский В.О. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 94, – С. 88-94.

Автору запропонував використання підходу, аналогічного до того, що застосовується при моделюванні ізоліній та ізоповерхонь потенціалу електростатичних полів задля моделювання температурних полів на основі побудови потенціальних функцій температури від умовних джерел та стоків теплової енергії.

4. Якусевич С.Г. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 95, – С. 206.

Автору належить наведення принципів усунення містків холоду в товщі зовнішніх огорожувальних конструкцій, запропоновано алгоритм поетапної побудови температурних полів у досліджуваних вузлах, пошуку траєкторій найшвидших тепловтрат та визначення опорів теплопередачі уздовж відповідних траєкторій з метою порівняння значення цих опорів із нормативними показниками.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Якусевич С.Г. Деякі аспекти визначення теплового потоку на зовнішніх поверхнях вузлів огорожувальних конструкцій будинка – Тези конференції «Build-Master-Class 2017» – С.??-??

6. Yakusevych S., Ploskyi V. Principles of efficient using of thermal insulation for building – Тези конференції «Енергоінтеграція-2017» – С. _- _.

7. Якусевич С., Плоский В., Кулінко Є., Посікера А. Моделювання температурних полів на основі інтегральних рівнянь потенціалу – Тези конференції «Build-Master-Class 2020» – С.82-83.

Доповідь на конференції без тез:

1. Якусевич С. Практичні аспекти побудови температурних полів теплової оболонки енергоефективного будинку. - «Енергоінтеграція-2017»

ЗМІСТ

Вступ.....	20
Розділ 1. Аналіз сучасного стану досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів в огорожувальних конструкціях будівель.....	26
1.1. Основні положення розрахунку та влаштування систем фасадного утеплення, як теплової оболонки будівлі	26
1.1.1. Методологія проектування систем утеплення будівель	27
1.1.2.Визначення характеристик містків холоду	32
1.1.3. Основи розрахунку температурного режиму огорожувальних конструкцій та вплив геометричних і фізичних факторів	34
1.1.4. Концептуальні основи раціонального проектування теплоізоляційної оболонки будівлі	37
1.2. Загальні положення основних методів геометричного й чисельного моделювання температурних полів у вузлах огорожувальних конструкцій та теплової оболонки будівлі.....	40
1.2.1. Основні принципи застосування методу скінченних різниць при відтворенні температурних та вологісних полів у огорожувальних конструкціях будівель.....	45
1.2.2. Застосування дискретних методів прикладної геометрії при моделюванні температурних та вологісних полів у огорожувальних конструкціях будівель.....	47
1.2.3. Геометрична модель електростатичного поля напруженості та його фізичного впливу на суцільне вологе капілярнопористе тіло	48
1.2.4. Геометрична модель температурного поля та його фізичного впливу на вологе капілярнопористе середовище.....	57

1.2.5. Геометрична модель поля вологості та його впливу у капілярнопористому тілі.....	67
1.3. Обґрунтування вибору напрямку досліджень та обраного інструментарію	73
1.4. Висновки до Розділу 1	81
Розділ 2. Геометричне моделювання температурних полів конструктивних вузлів огорожувальних конструкцій будівель та споруд	83
2.1. Математична модель температурного поля огорожувальних конструкцій	83
2.1.1. Умови існування неперервної функції температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій	85
2.1.2. Основи системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій.....	86
2.2. Алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу	88
2.3. Висновки до Розділу 2	91
Розділ 3. Практичні аспекти моделювання температурних полів конструктивних огорожувальних конструкцій будівель.....	92
3.1. Відтворення температурних полів вузлів суцільних огорожувальних конструкцій	94
3.2. Визначення товщини утеплення огорожувальних конструкцій на основі геометричного моделювання температурних полів у їх товщі	100
3.3. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі на основі аналізу містків холоду.....	102
3.4. Висновки до Розділу 3	107
Розділ 4. Програмна реалізація та впровадження результатів досліджень	109

4.1. Автоматизація алгоритмів геометричного моделювання температурних полів суцільних огороджувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу	109
4.2. Алгоритм оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огороджувальних конструкцій.....	111
4.3. Алгоритм моделювання напружено-деформованого стану огороджувальних конструкцій.....	112
4.4. Алгоритм оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огороджувальних конструкцій.....	113
4.5. Висновки до Розділу 4	118
Загальні висновки.....	120
Список використаних джерел	122
Додатки.....	139
Додаток А. Акти впровадження	140
Додаток Б. Список публікацій здобувача	143

Вступ

Актуальність теми дослідження

На сьогоднішній день, враховуючи економічну й політичну ситуації в країні, питання вітчизняного енергоресурсозбереження виходять на перший план. Особливої уваги потребують питання енергозбереження в будівництві і архітектурі, причому не лише в області нового будівництва, але й області термомодернізації вже існуючого будинкового фонду, оскільки відсоток новобудов дуже малий у порівнянні зі старою забудовою.

В процесі проектування та реконструкції сучасних енергоефективних будівель, що відповідають передовим європейським та міжнародним стандартам, багато уваги приділяється вирішенню задач забезпечення надійності роботи теплової оболонки цих будівель, а також усуненню наявних при стандартних архітектурно-конструктивних рішеннях містків холоду. Як правило, для того, щоб ефективно вирішувати ці дві задачі, необхідно вдаватися до чисельного моделювання температурних полів у кожному нетиповому вузлі огорожувальних конструкцій досліджуваної будівлі. При цьому виникає дві проблеми:

1) моделювання температурних полів у товщі конструкцій, що мають складну геометричну форму і в більшості випадків є неоднорідними, представляє собою нетривіальну задачу, розв'язок якої вимагає від інженера-проектувальника високого освітнього рівня кваліфікації та трудомістких розрахунків;

2) результат моделювання температурного поля потребує подальшого аналізу і розв'язання наступної задачі щодо підбору заходів, яких вимагає досліджуваний конструктивний вузол для поліпшення його теплоізоляційних властивостей.

Відтак, означена вище проблема на практиці вирішується за допомогою типових методик підбору товщини теплоізоляційного шару. Тобто, за умови невиконання вимоги будівельних норм щодо відповідності приведенного опору теплопередачі конструктивного вузла нормативному значенню, виконується збільшення товщини зовнішнього шару утеплювача по всьому периметру теплової оболонки. Враховуючи загальну площу огорожувальних конструкцій,

яка включає такі вузли, це призводить до нерівномірних тепловтрат крізь теплову оболонку будівлі та перевитратам ізоляційних матеріалів, і як наслідок зменшення економічної доцільності таких рішень.

Для вирішення означеної проблеми фахівці та науковці найчастіше вдаються до використання чисельного моделювання, на основі якого отримуються дані щодо значень температур у деяких точках наперед визначеної сітки. Однак, ці дані носять дискретний характер і ускладнюють точне визначення інших важливих фізичних показників, таких як тепловтрати у довільній точці поверхні огорожувальної конструкції або температура поверхні у деякій іншій точці, що не належить до сітки базових вузлів чисельної моделі. Тому, після моделювання температурного поля у визначених точках моделі вдаються до інтерполяційних алгоритмів, які дозволяють отримати проміжні дані між базовими розрахунковими вузлами. Все це призводить до використання комп'ютерних програм, які працюють на основі чисельних методів. Операційні алгоритми таких програм, як правило, є закритими і комерційними й користувачі не мають можливості перевіряти їх точність і коректність з фізичної точки зору. Натомість, методи, що дозволяють на основі певних допущень відтворювати неперервні функції температурних полів майже не розвиваються, оскільки передбачають складні математичні перетворення та вимагають від інженера або науковця наявності високого рівня підготовки й кваліфікації. Очевидно, розробка відносно простих та наочних методів побудови функцій неперервних температурних полів є актуальною та важливою з практичної точки зору проблемою.

Отже, вкрай гострим і актуальним є питання розробки більш зручних і дієвих методик оптимізації конструктивних рішень огорожувальних конструкцій будівель на основі моделювання температурних полів та аналізу характеру розподілу їх ізотерм.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертацію виконано у Київському національному університеті будівництва і архітектури згідно з тематикою науково-дослідної роботи кафедри

архітектурних конструкцій за напрямом: «Розробка геометричних моделей складних об'єктів і процесів».

Мета і задачі дослідження. *Мета* дисертаційної роботи полягає у розробці геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель та вдосконаленні процесу проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій загалом.

Для реалізації зазначеної мети, необхідно виконати такі *завдання*:

1. Проаналізувати сучасний стан досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів, що протікають в експлуатованих огорожувальних конструкціях будівель;

2. Дослідити основні аспекти системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій з позицій геометричного моделювання;

3. Розробити алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

4. Дослідити практичні аспекти геометричного моделювання температурних полів огорожувальних конструкцій будівель та їх проектування;

5. Провести моделювання температурних полів для найбільш характерних вузлів огорожувальних конструкцій та аналіз характеру розподілу їх ізотерм;

6. Виконати програмну реалізацію алгоритму побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

7. Виконати впровадження результатів дисертаційного дослідження в практику проектування теплових оболонки огорожувальних конструкцій будівель.

Об'єктом дослідження є вдосконалення процесу проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель.

Предметом дослідження - геометрично інтерпретаційний спосіб побудови температурних полів експлуатованих огорожувальних конструкцій будівель.

Методи досліджень. У ході роботи використано методи геометричного моделювання, методи будівельної фізики, чисельні методи, методи інтегрально-аналітичного моделювання, методи багатofакторної оптимізації, системний аналіз, методи прийняття рішень.

Наукову базу здійснених досліджень становлять подані у списку літературних джерел праці вітчизняних та закордонних учених з обчислювальної геометрії, теорії кривих і поверхонь, апроксимації та інтерполяції, множин і графів, математичного моделювання об'єктів і процесів, баз даних, алгоритмів, програмування, оптимізації, архітектурно-будівельного проектування, комп'ютерної графіки. Відповідні посилання є в тексті дисертації.

Наукова новизна роботи полягає у розробці геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу, зокрема:

вперше:

– запропоновано використання геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

– розроблено алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

удосконалено:

– підхід до відтворення температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

– методологію визначення раціональних теплофізичних параметрів огорожувальних конструкцій на основі змодельованих температурних полів;

отримало подальший розвиток:

– теорія архітектурно-будівельного проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій за допомогою використання інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу.

Практичне значення результатів дисертаційного дослідження. полягає у тому, що: застосування запропонованих геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу дає змогу досягти зменшення трудомісткості розрахунків та більшої їх наочності, що призведе до скорочення часу та підвищення якості розробки проектних рішень, дозволить зменшити обсяг вартісного теплоізоляційного матеріалу та відповідно вартості будівельних робіт, підвищити теплоізоляційні властивості огорожувальних конструкцій будівель. Створені алгоритми та рекомендації щодо практичного використання розробленого підходу геометричного моделювання можуть бути використані як інструмент оптимізації конструктивних параметрів енергоефективних огорожувальних конструкцій будь-якої конфігурації. Запропоновані алгоритми є адаптованими до реалізації у програмному комплексі.

Результати досліджень впроваджено в ТОВ «ГРАДОБУД-К» при розробці проектів реконструкції теплових оболонки житлових будівель (Акт від 17.08.2020 р. № 21/20); на кафедрі архітектурних конструкцій КНУБА при викладанні спецкурсу «Енергоефективність будівель» (Акт від 04.08.2020 р. № 013-61); у БНЕС-Центрі КНУБА при формуванні спецкурсу підготовки енергоаудиторів (Акт від 06.09.2020 р. № 416-61).

Особистий внесок здобувача. Наукові результати, які викладені в дисертаційній роботі, отримані автором особисто на основі проведених теоретичних і експериментальних досліджень. Автором виконано аналіз сучасного стану досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів, що протікають в експлуатованих огорожувальних конструкціях будівель; досліджено основні аспекти системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій з позицій геометричного моделювання; розроблено алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу; досліджено практичні аспекти геометричного моделювання температурних полів огорожувальних конструкцій будівель; виконано

моделювання температурних полів для найбільш характерних вузлів огорожувальних конструкцій; проаналізовано характер розподілу ізотерм побудованих моделей; виконано програмну реалізацію алгоритму побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу; виконано впровадження результатів дисертаційного дослідження на практиці.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень та окремі розділи дисертації доповідались на науково-практичних конференціях Київського національного університету будівництва і архітектури (м. Київ, 2018 – 2020 рр.), на Міжнародних науково-практичних конференціях молодих вчених "Build-Master-Class" (м. Київ, 2018 – 2019 рр.); на XXI міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2019 р.); на VIII та IX міжнародних науково-практичних конференціях «Інтегровані енергоефективні технології в архітектурі та будівництві: «Енергоінтеграція» (м. Київ, 2018 – 2019 рр.).

Публікації. Основні положення дисертації викладені та опубліковані у 7 друкованих наукових працях, в т.ч. у фахових виданнях 3 та 1 у міжнародному виданні.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних літературних джерел зі 146 найменувань і додатків. Робота викладена на 201 сторінці, містить 21 рисунок, 5 таблиць.

Розділ 1. Аналіз сучасного стану досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів в огорожувальних конструкціях будівель

1.1. Основні положення розрахунку та влаштування систем фасадного утеплення, як теплової оболонки будівлі

На сьогоднішній день, враховуючи економічну й політичну ситуації в країні, питання вітчизняного енергоресурсозбереження виходять на перший план.

Якщо зосередитися на загальному обсязі вироблення теплової енергії у різних секторах України, то виявиться, що за останні роки з 270 млн. МВт·год близько 182 млн. МВт·год припадає на котельні централізованих систем тепlopостачання, а це понад 67%! Цікаво, що з решти виробленого тепла лише 20% відходить на потреби промисловості.

Ще одним вагомим фактом є те, що згідно оновленої «Енергетичної стратегії України до 2030 р.» планується збільшення вироблення теплоти в котельних: до 2030 року з 270 до 426 млн. МВт·год, причому для найбільшого сектору – будівництва та житлово-комунального господарства – споживання зросте з 181 млн. МВт·год до 187 млн. МВт·год, а це лише на 3.3%.

Все це свідчить про те, що загальне зростання споживання енергетичних ресурсів має частково стабілізуватися та врівноважуватися в основному за рахунок економії у секторі будівництва та житлово-комунального господарства.

Саме тому особливої уваги потребують питання енергозбереження в будівництві і архітектурі, причому не лише в області нового будівництва, але й області теромодернізації вже існуючого будинкового фонду, оскільки відсоток новобудов дуже малий у порівнянні зі старою забудовою.

Розглядаючи загальний енергетичний баланс переважної більшості

будівель (як сучасних, так і збудованих за радянських часів), легко помітити, що близько 80% теплової енергії втрачається через огорожувальні конструкції (стіни, покрівля, вікна, двері тощо). Решта 20% – переважно втрати через вентиляційні системи та за рахунок інфільтраційних процесів загалом.

Очевидно, що при такому розподілі тепловтрат, основним інструментом для їх перешкодження або усунення є заходи з підвищення ефективності роботи теплоізоляційної оболонки огорожувальних конструкцій будівель та споруд. Саме тому на теперішній момент активно розробляються та вже діють спеціальні загальнодержавні та місцеві програми з підтримки механізмів покращення енергетичних показників будівель, особливо в розділах утеплення стінових конструкцій, конструкцій покриття та заміни вікон.

На фоні вище зазначеного, стає очевидним: не менш важливою технічною задачею є раціональне застосування матеріалів для утеплення, що може дати відчутний економічний ефект.

1.1.1. Методологія проектування систем утеплення будівель

При проектуванні утеплення зовнішніх огорожувальних конструкцій інженери та архітектори мають вирішити три основні задачі:

1) відповідно до специфіки умов подальшої експлуатації обрати оптимальний матеріал (матеріали) для утеплення;

2) виходячи із конструктивних міркувань, визначитися з принципом кріплення утеплювача та з типом фасадної системи у цілому;

3) спираючись на теплотехнічні розрахунки підібрати відповідну товщину утеплювача.

При вирішенні першої задачі враховуються:

– призначення будівлі (житлова, громадська промислова, сільсько-господарського призначення тощо);

- кліматологічні особливості району розміщення будинку (середня температура в холодну пору року, вологість повітря, агресивність середовища, наприклад, кислотність та ін.);
- особливості режиму провітрювання та режим експлуатації за санітарно-гігієнічними вимогами (з вологим, мокрим, сухим, нормальним режимами, або з надлишковим виділенням тепла).

При вирішенні другої задачі оцінюються конструктивні особливості несучих огорожувальних конструкцій, механічні властивості їх матеріалів та здатність до сприйняття додаткових навантажень від системи утеплення.

При вирішенні третьої задачі беруться до уваги теплотехнічні характеристики матеріалів несучих та самонесучих огорожувальних конструкцій будинку. Головним призначенням утеплення є перешкоджання надмірним тепловтратам через товщу відповідних огорожувальних конструкцій. Основною характеристикою, що відображає здатність матеріалу пропускати теплову енергію, є опір теплопередачі, і чим цей опір вищий, тим менше тепла пропускає стіна виконана з досліджуваного матеріалу. Згідно з ДБН В.2.6-31-2006 [1], якщо непрозора огорожувальна конструкція термічно однорідна, то аналізується її загальний опір теплопередачі R_{Σ} , який розраховується за формулою:

$$R_{\Sigma} = R_3 + \sum_{i=1}^n R_i + R_B = \frac{1}{\alpha_3} + \sum_{j=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_{iP}} + \frac{1}{\alpha_B}, \quad (1.1)$$

де:

R_B та R_3 – опори теплопередачі (або термічні опори) внутрішньої та зовнішньої поверхні огорожувальної конструкції, $\text{m}^2 \cdot \text{K} / \text{Вт}$;

α_B та α_3 – коефіцієнти тепловіддачі цих поверхонь, $\text{Вт} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$;

δ_i та λ_{iP} – це товщина та теплопровідність матеріалу i -го шару конструкції в розрахункових умовах експлуатації, що вимірюються в м та $\text{Вт} / (\text{m} \cdot \text{K})$ відповідно;

n – кількість шарів конструкції.

Якщо ж огороджувальна конструкція термічно неоднорідна і включає різні за теплопровідністю матеріали, то аналізується її приведений опір теплопередачі, який розраховується за формулою:

$$R_{\Sigma np} = R_3 + \sum_{j=1}^n \frac{R_{ie} \cdot F_i}{F_{\Sigma}} + R_B. \quad (1.2)$$

де:

F_i – площа i -ї термічно однорідної зони, m^2 ;

F_{Σ} – площа огороджувальної конструкції, m^2 ;

R_{ie} – термічний опір i -ї однорідної зони, що визначається експериментально або на підставі моделювання двовимірного або тривимірного температурного поля, $m^2 \cdot K/Вт$, й розраховується за формулою:

$$R_{ie} = \frac{\bar{\tau}_{iB} - \bar{\tau}_{i3}}{q_i}, \quad (1.3)$$

де:

$\bar{\tau}_{iB}$ та $\bar{\tau}_{i3}$ – середні температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь i -ї термічно однорідної зони, $^{\circ}C$;

q_i – щільність теплового потоку через термічно однорідну зону, $Вт/m^2$.

Відповідно до діючої нормативної документації (ДБН В.2.6-31-2016 «Теплова ізоляція будівель» [2]) для зовнішніх огороджувальних конструкцій має виконуватися обов'язкова вимога:

$$R_{\Sigma np} \geq R_{q \min}, \quad (1.4)$$

де:

$R_{q \min}$ – мінімально допустиме значення опору теплопередачі непрозорій огороджувальної конструкції, $m^2 \cdot K/Вт$.

Для підбору $R_{q \min}$ огорожувальних конструкцій промислових будівель додатково розраховують величину теплової інерції D :

$$D = \sum_{i=1}^n R_i \cdot s_{iP}, \quad (1.5)$$

де:

s_{iP} – коефіцієнт теплосасвоєння матеріалу i -го шару конструкції в розрахункових умовах експлуатації, Вт/(м²·К).

Визначившись із оптимальним матеріалом системи утеплення (знаючи його теплотехнічні характеристики, у тому числі й коефіцієнт теплопровідності – λ_{nP}), проектувальники користуються вкрай простим принципом: підставляють до рівності (1.4) праву частину виразу (1.1) та виражають з одержаної тотожності товщину утеплювача δ_n :

$$\delta_n \geq \lambda_{nP} \cdot \left(R_{q \min} - R_3 + \sum_{i=1}^{n-1} R_i + R_B \right). \quad (1.6)$$

Визначивши мінімальну товщину необхідного утеплення, проектувальники уточнюють її фактичним значенням, що відповідає товщині матеріалу того чи іншого виробника. При цьому остаточна товщина має бути не меншою за розрахункову.

Окрім того, ще однією вагомою вимогою [2], виконання якої слід обов'язково перевіряти після підбору утеплення, є неперевищення максимально допустимої різниці ΔT_{\max} між температурою внутрішнього повітря у приміщенні t_B й приведеною температурою внутрішньої поверхні огорожувальної конструкції $\tau_{B \text{ np}}$:

$$\Delta T_{\text{np}} = t_B - \tau_{B \text{ np}} < \Delta T_{\max}, \quad (1.7)$$

Наприклад, для зовнішніх стін житлових будинків $\Delta T_{\max} = 4$ °С, а для покриттів та перекриттів горищ $\Delta T_{\max} = 3$ °С. Приведена температура $\tau_{B \text{ np}}$ становить:

$$\tau_{Bnp} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{\tau}_{Bi} \cdot F_i}{F_{\Sigma}}. \quad (1.8)$$

Середні температури $\bar{\tau}_{iB}$ розраховуються з наступних міркувань [3]. Кількість тепла Q , яке проходить за час $\xi = 1$ год. крізь площу термічно однорідного огороження $F = 1 \text{ м}^2$, складає:

$$Q = F \cdot \xi \cdot \frac{t_B - t_3}{R_{\Sigma}} = \frac{t_B - t_3}{R_{\Sigma}}. \quad (1.9)$$

де:

t_B та t_3 – це відповідно температури повітря в приміщенні та ззовні (на вулиці).

При цьому кількість тепла Q_B , що сприймається тою самою площею поверхні від внутрішнього повітря складає:

$$Q_B = F \cdot \xi \cdot \frac{t_B - \tau_B}{R_B} = \frac{t_B - \tau_B}{R_B}. \quad (1.10)$$

В умовах стаціонарного теплового потоку величина Q має бути рівною величині Q_B :

$$Q = Q_B \text{ або } \frac{t_B - t_3}{R_{\Sigma}} = \frac{t_B - \tau_B}{R_B}, \quad (1.11)$$

звідки отримаємо температуру поверхні τ_B :

$$\tau_B = t_B - \frac{R_B}{R_{\Sigma}} \cdot (t_B - t_3). \quad (1.12)$$

За аналогічним принципом можна визначити температуру в будь-якому m -му перерізі користуючись наступною формулою:

$$\tau_B = t_B - \frac{R_B + \sum_{i=1}^m R_i}{R_{\Sigma}} \cdot (t_B - t_3). \quad (1.13)$$

Таку процедуру підбору товщини утеплювача і його перевірку необхідно повторювати для кожної ділянки зовнішніх огорожувальних конструкцій з відмінними стіновими матеріалами, товщиною, геометричними конфігураціями або теплопровідними включеннями.

1.1.2. Визначення характеристик містків холоду

Наявність теплопровідних включень та зміни геометричної форми зовнішніх огорожувальних конструкцій потребують особливої уваги, оскільки ці два випадки вагомо впливають на зміну розподілу ліній току теплової енергії в товщі конструкцій (рис. 1.1).

Теплопровідні включення значною мірою знижують опір теплопередачі огорожувальних конструкцій. Якщо включення займає велику ділянку стінової конструкції, то процес теплопередачі відбувається за одновимірною схемою – прямолінійно [4]. Однак на межі між теплопровідним та основним матеріалом стіни виникає двовимірне (або навіть тривимірне) температурне поле. При цьому температура на внутрішній поверхні межі змінюється від τ_B на поверхні основного матеріалу стінової конструкції до температури τ_T віддалено від межі на поверхні теплопровідного матеріалу. При великій ширині включення температура τ_X в його середній частині близька до τ_T . При менших розмірах включення температура τ_X відрізнятиметься і від τ_T , і від τ_B . Для окремих випадків геометричної конфігурації включення температура τ_X в його середині не є найнижчою. Більш низькою може виявитися температура на поверхні біля межі. Хоча різниця між цими температурами незначна. Для аналізу впливу включення на теплотехнічні властивості огорожувальної конструкції зручно користуватися показником відносної надлишкової температури η :

$$\eta = \frac{\tau_B - \tau_X}{\tau_B - \tau_T}, \quad (1.14)$$

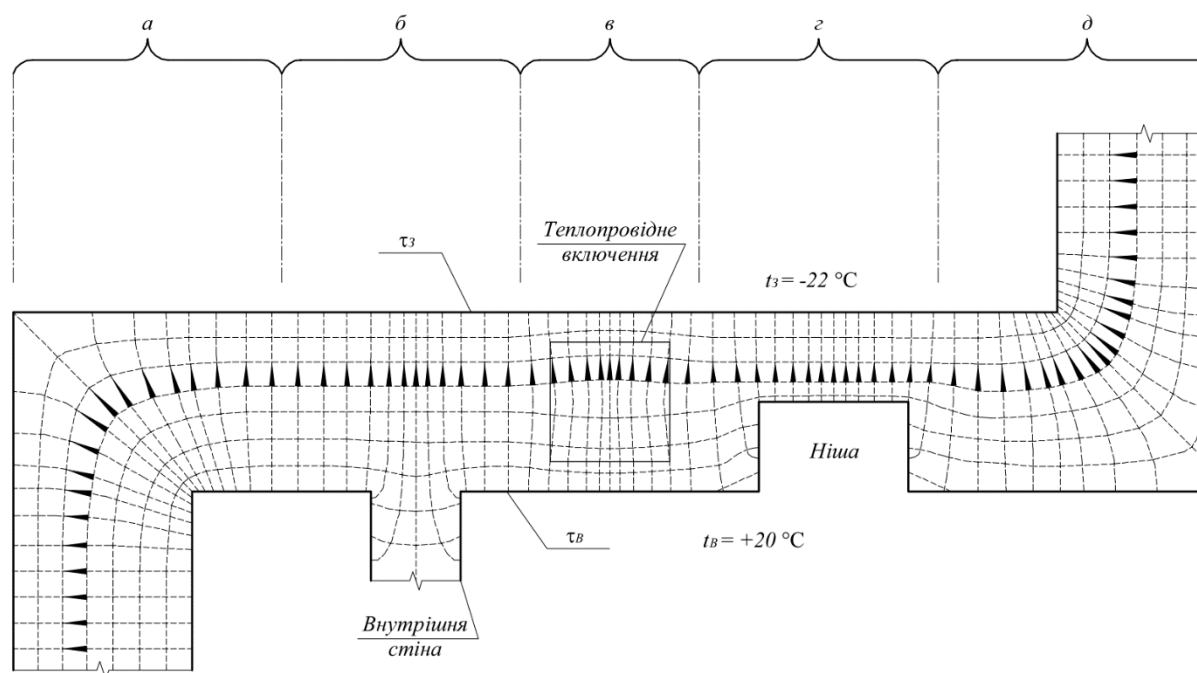


Рис. 1.1. Розподіл ізотерм та ліній току теплового потоку в зовнішній огорожувальній конструкції

де a – зовнішній кут будівлі;

$б$ – фрагмент приєднання внутрішньої стіни до зовнішньої огорожувальної конструкції;

$в$ – фрагмент із теплопровідним включенням

$г$ – фрагмент із внутрішнім заглибленням (нішою) в товщі зовнішньої стіни;

$д$ – внутрішній кут будівлі

що показує, на яку частку від перепаду температур $\tau_B - \tau_T$ знизилася температура τ_X в середині включення відносно τ_B . Зі зростанням відношення ширини включення до товщини стіни від 0 до 2 величина η змінюється від 0 до 1 . Відтак, якщо відоме значення η для даного включення (як містка холоду), то, знаючи типові величини τ_B та τ_T , можна визначити й τ_X .

Такий же принцип може застосовуватися й для характеризування будь-яких інших містків холоду довільної природи (включаючи ті, що спричинені геометрією конструкцій). Якщо в якості η прийняти відношення різниці

мінімальної температури поверхні й температури зовнішнього повітря ($\tau_{\min} - t_B$) до різниці температур зовні й в середині ($t_3 - t_B$):

$$\eta = \frac{\tau_{\min} - t_B}{t_3 - t_B}, \quad (1.15)$$

то, знаючи величину η (розуміючи природу містка холоду) та температури t_3 і t_B , можна визначити найнижчу температуру внутрішньої поверхні.

Пошук містків холоду та їх усунення чи передбачення на етапі проектування теплоізоляційної оболонки є дуже важливою задачею, пов'язаною з санітарно-гігієнічними міркуваннями. Річ у тім, що часто у місцях виникнення містків холоду через постійні переохолодження й утворення конденсату утворюється цвіль, яка негативно впливає на здоров'я людини та спричиняє руйнівну дію на матеріали огорожувальних конструкцій.

Нажаль, через усереднені підходи у визначенні теплотехнічних показників конструктивних вузлів огорожувальних конструкцій ((1.2) та (1.8)), деякі з містків холоду та надмірні тепловтрати просто не вдається ідентифікувати. І, як результат, запроектована товщина теплоізоляційного шару є рівномірною на більшій частині поверхні, не враховуючи змінний характер розподілу тепловтрат.

1.1.3. Основи розрахунку температурного режиму огорожувальних конструкцій та вплив геометричних і фізичних факторів

Найбільш ефективним підходом до підбору товщини утеплювача є аналіз характеру теплових ізополів у перерізах досліджуваних огорожувальних конструкцій. Для побудови температурного поля можна застосовувати один із методів чисельного моделювання [5, 6, 7, 8, 9], що базуються на переході від диференціальної форми запису рівнянь теплопровідності до дискретної, шляхом складання системи лінійних рівнянь для множини визначених упорядкованих точок (вузлів) досліджуваної ділянки конструкції з подальшим розв'язанням одержаної системи відносно невідомих вузлових температур. Ця задача досить трудомістка, тому

інженери намагаються використовувати спрощені моделі та методи. Так для відносно протяжних однорідних плоских ділянок стін користуються одновимірними моделями та вдаються до простих аналітичних розрахунків на основі формул типу (1.12) і (1.13). Якщо стінова конструкція має складну форму і побудови двовимірного поля не уникнути, то часто застосовують графічний метод побудови ізополів. Цей метод оснований на побудові ортогональної сітки криволінійних квадратів, утвореній лініями току тепла й ізолініями. В межах кожного квадрату намагаються середню відстань між сусідніми ізотермами зробити рівною відстані між сусідніми лініями току [4]. Підраховуючи число трубок (утворених сусідніми лініями току), та їх довжини визначають величини теплових втрат, приведені опори теплопередачі та інше. На рис.1.1 продемонстровано фрагмент стінової конструкції з ізотермами й лініями току, побудованими графічним методом. Існують й більш складні напіваналітичні методи розрахунків, такі як метод суперпозицій та метод електротеплової аналогії. Звичайно, застосування всіх цих методів вимагає значного досвіду розрахунків й інженерної практики.

В результаті відтворення повної картини температурного поля стає можливою оцінка щільності ліній току теплової енергії. Це, в свою чергу, дозволяє прослідкувати усі траєкторії теплових втрат від нагрітих внутрішніх поверхонь до холодних зовнішніх граней зовнішніх стін. Такий підхід дає змогу порівняти площу внутрішніх нагрітих системою опалення та іншими джерелами теплової енергії стінових конструкцій (включаючи примикаючі до зовнішніх стін внутрішні несучі стіни й перегородки) та зовнішню площу огорожень, крізь яку внутрішнє тепло покидає будівлю. Саме на основі даних розрахунків й визначаються фактори форми геометрично складних ділянок та теплопровідних включень [4]. Для прикладу розглянемо фрагмент зовнішньої стіни з двома кутами (зовнішнім та внутрішнім), примиканням

внутрішньої міжкімнатної стіни, зміною товщини та теплопровідним включенням (рис. 1.1).

Розподіл ліній току на зовнішньому куті стіни (рис. 1.1.а). демонструє причину того, чому в середині приміщення температура цієї зони завжди нижча за температуру на протяжних гладких ділянках. Очевидно, що в результаті сходження в кутовому з'єднанні двох плоских ділянок стіни, кожна з яких в однаковій мірі втрачає теплову енергію, на лінії перетину внутрішніх площин виникає концентрація ліній витоку теплової енергії (які перпендикулярні ізотермам). З фізичної точки зору площа зовнішньої кутової поверхні, яка за рахунок трансмісійного переносу віддає тепло назовні значно більша, ніж площа внутрішньої поверхні стіни, з якої ця енергія надходить у глиб матеріалу огороження. Це спричиняє пониження температури внутрішньої поверхні зовнішнього кута. При цьому температурне поле в цьому місці має двовимірний характер і через суміжні ділянки (калібри – ділянки відповідні товщині стіни) кутовий фрагмент частково компенсує розподіл власних втрат тепла. Саме тому в межах відстані, рівної двом калібрам від зовнішнього кута по зовнішній поверхні, кількість тепла, яке втрачається, на 32% менше ніж втрачається через таку ж площу на стіновій гладі. Через внутрішню поверхню зовнішнього кута втрачається на 18% більше, ніж на внутрішній гладі на відстані 2-х калібрів від кута. Очевидно, що першопричина тепловтрат в цьому випадку носить суто геометричний характер.

На внутрішньому куті будинку (рис. 1.1.д) виникає зворотна проблема. Через аналогічний характер розподілу ізотерм при зворотному напрямку поширення ліній току на зовнішній поверхні внутрішнього кута тепловтрати на 32% вищі, а на внутрішній – на 18% нижчі.

В місцях, де з внутрішньою поверхнею огорожувальної конструкції з'єднуються внутрішні міжкімнатні стіни або перегородки (рис. 1.1.б) виникає підвищення інтенсивності теплового потоку, який надходить

безпосередньо від добре прогрітої з двох сторін внутрішньої стіни. Цей потік за умови трансмісії тепла спричиняє підвищені втрати енергії на зовнішній поверхні огорожувальної конструкції.

Проблема, яка виникає при тепловтратах у місцях зменшення товщини стіни (рис. 1.1.г) також частково носить геометричний характер, оскільки бічні поверхні заглиблень (ніш) збільшують загальну внутрішню площу поверхні огороження, яка поглинає більшу кількість тепла й передає відповідно на меншу площу зовнішніх стін. В результаті, на зовнішній поверхні стін в місцях та біля ніш тепловтрати зростають. Окрім того, ця проблема носить й фізичний характер, оскільки зменшення товщини стіни призводить до зниження опору її теплопередачі.

У випадках наявності теплопровідних включень (рис. 1.1.в), проблематика надмірних тепловтрат носить суто фізичний характер через зниження загального показника опору теплопередачі в місцях включень.

В переважній більшості випадків причини надмірних тепловтрат носять змішаний характер та обумовлюються як фізичними, так і геометричними особливостями огорожувальних конструкцій, що легко побачити на прикладі перехідних зон на рис.1.1.

1.1.4. Концептуальні основи раціонального проектування теплоізоляційної оболонки будівлі

Як зазначалося раніше, проектування теплоізоляційної оболонки будинку доцільно розпочинати з відтворення температурних полів різних фрагментів огорожувальних конструкцій для чіткого розуміння характеру тепловтрат на різних ділянках. Підбір товщини утеплювача за формулою (1.6) може здійснюватися лише на значних за протяжністю прямолінійних ділянках без примикання внутрішніх перегородок, ніш, теплових включень та за відсутності інших складних конструктивних вузлів з додатковим геометричним ускладненням. Те ж стосується і формули (1.9) для визначення

величини тепловтрат через товщу огороження. При цьому аналіз тепловтрат є найбільш об'єктивним інструментом при підборі товщини обраного типу утеплювача, оскільки, якщо спиратися на величини опорів теплопередачі конструкцій за приведеними показниками температур та площ поглинаючих й віддаючих тепло поверхонь, то існує висока ймовірність не врахувати значну площу поверхонь, переохолоджених за рахунок наявності містків холоду.

Відтак, пропонується наступний алгоритм дій.

1. Чисельне моделювання температурного поля. На основі проведеного розрахунку мають бути зафіксовані показники температур на зовнішній та внутрішній поверхнях огорожувальної конструкції. Ще перед початком моделювання варто визначитися із оптимальним кроком решітки вузлів розрахункової моделі. Вибір кроку має обумовлюватися загальною геометричною складністю будинку та може змінюватися на окремих ділянках стін. Також, крок сітки необхідно згущувати в зонах підвищення температури зовнішньої поверхні та в зонах пониження температури внутрішніх поверхонь.

2. Розрахунок інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції та визначення опору теплопередачі цієї ділянки.

3. Розрахунок товщини утеплення для типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції. Після цього необхідно перевірити виконання усіх санітарно-гігієнічних нормативних вимог в тому числі умови (7).

4. Визначення інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні інших фрагментів зовнішніх огорожувальних конструкцій із обраним кроком.

5. Визначення товщини утеплення на усіх досліджуваних ділянках (з обраним кроком) зовнішніх огорожувальних конструкцій шляхом інтерполювання на основі значень тепловтрат та товщини утеплення типової протяжної ділянки зовнішньої стіни.

Запропонований алгоритм передбачає, що товщина утеплення буде змінною й пропорційною тепловтратам в кожній точці огорожувальної конструкції. На відміну від класичного способу підбору й влаштування теплоізоляційних матеріалів, даний підхід передбачає раціоналізацію витрат теплоізоляційних матеріалів, на основі мінімізації й рівномірного перерозподілу втрати тепла між усіма фрагментами огорожувальної конструкції.

Для практичного втілення запропонованого підходу утеплення найбільш доцільно звернутися до сучасних технологій влаштування теплоізоляції із напилувального пінополіуретану. В такому випадку нанесення утеплювача можна буде здійснювати з точністю до одного сантиметра, без різких перепадів й чіткого розмежування шарів наплення (рис. 2). Зважаючи на високу ціну такого типу утеплення, оптимізація його витрат є особливо актуальною.

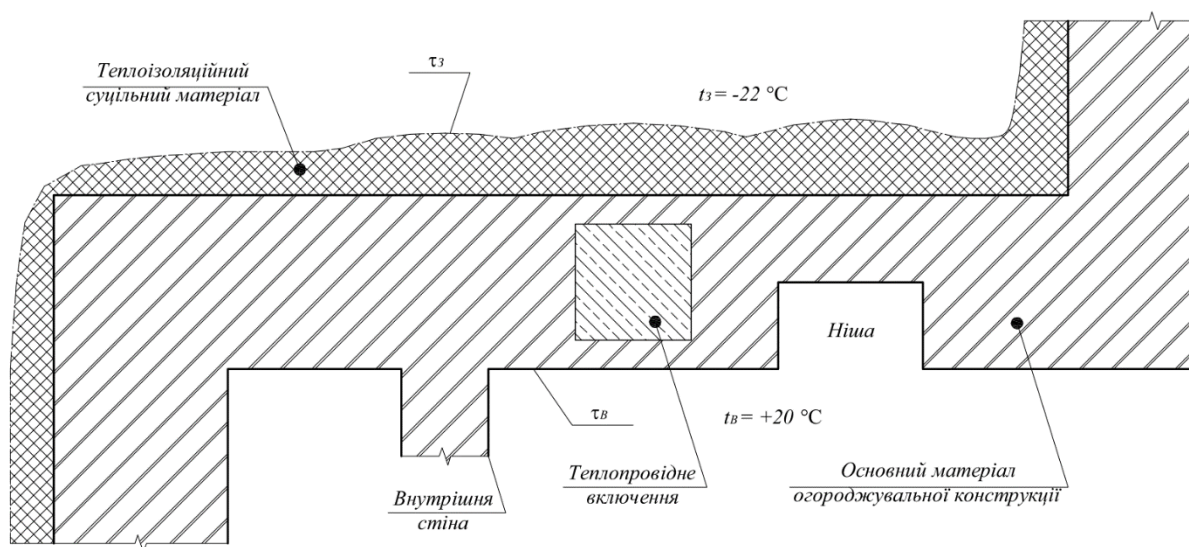


Рис. 1.2. Улаштування суцільного шару утеплювача (з напилувального пінополіуретану, наприклад)

Цілком допустимим є й влаштування пошарової теплової ізоляції з використанням полістирольних плит, наприклад (рис. 1.3). В такому випадку теплоізоляція носитиме більш дискретний характер та не дозволить досягти економії матеріалу в повному обсязі у зв'язку з тим, що полістирольні плити випускаються лише у певних типорозмірах та з певною товщиною листа. Натомість, даний підхід не вимагає високої кваліфікації виконавців.

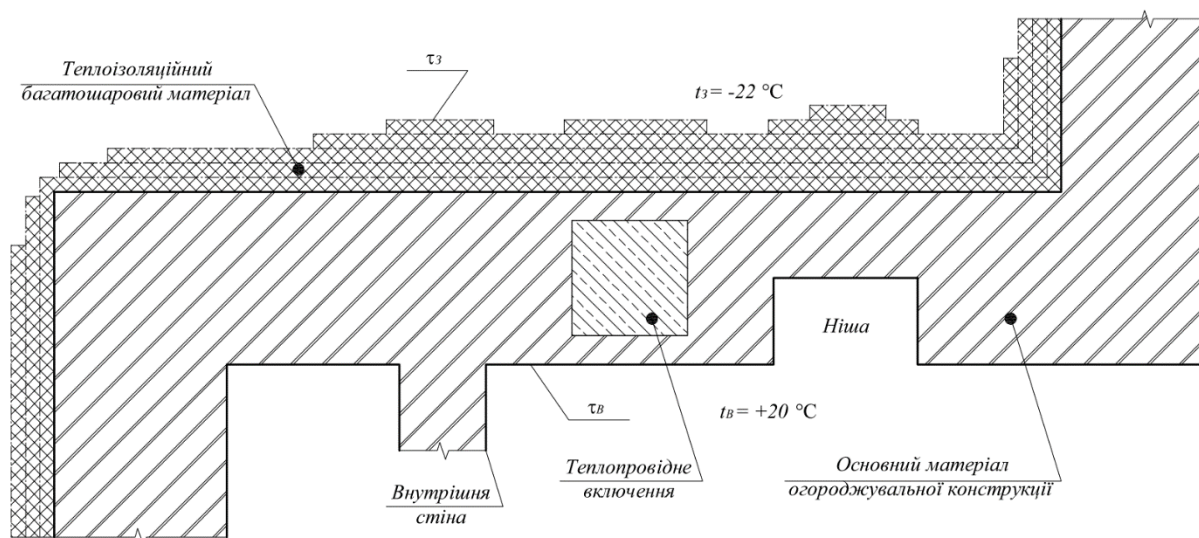


Рис. 1.3. Улаштування багатшарового утеплювача (з полістиролу, наприклад)

1.2. Загальні положення основних методів геометричного й чисельного моделювання температурних полів у вузлах огорожувальних конструкцій та теплової оболонки будівлі

При вирішенні сучасних інженерних задач, а також при проведенні досліджень різних речовин та матеріалів виникає потреба у встановленні фізичних закономірностей, які відображають ті чи інші процеси. Одним із найбільш ефективних способів такого дослідження є створення їх математичних моделей. Актуальним є розвиток конструктивного напрямку створення зазначених моделей, що забезпечуватиме їх спрощення та наочність зі збереженням функціональності й якісних параметрів. При цьому моделі не мають втрачати основних ознак, які відображають індивідуальну природу та характер

досліджуваного процесу.

Найбільш конструктивними та наочними методами, які можуть дотримуватися усіх перерахованих вимог, є методи геометричного моделювання. Дані методи дозволяють зберегти як метричні, так і диференціальні властивості як самого середовища, так і фізичного процесу або явища, що у ньому поширюється.

Одним із найбільш розвинених та перспективних напрямків прикладної геометрії є дискретне моделювання. Методи дискретної геометрії тісно пов'язані із іншими напрямками геометричного моделювання, що дає можливість успішно відтворювати й вивчати фізичні закономірності та моделювати об'єкти і процеси, дослідження яких потребує створення багатопараметричних дискретних моделей у просторах довільної розмірності.

Розглядаючи вітчизняні та закордонні досягнення геометрів в області конструювання плоских і просторових кривих ліній та поверхонь, особливу увагу слід приділити працям наступних науковців: Ю. І. Бадаєва [4], І. Г. Балюби [12], В. В. Ваніна [23], В. М. Верещаги [24-26], Г. Г. Власюк [28], В. Я. Волкова [29], С. М. Грибова [39], М. С. Гумена [41], Ю. О. Дорошенка [47], Г. С. Іванова [49-51], В. Н. Кислоого [58-60], С. М. Ковальова [61-66, 68-71], Ю. М. Ковальова [67], В. М. Корчинського [76], Л. М. Куценка [78], В. Г. Лі [83-85], Є. В. Мартина [91], В. О. Надолинного [101], А. В. Найдиша [104, 115], В. М. Найдиша [105-112, 116-127], В. С. Обухової [127], А. В. Павлова [132, 133], О. Л. Підгорного [144], А. М. Підкоритова [147], С. Ф. Пилипаки [135, 136], В. О. Плоского [5, 6, 141-143], Є. В. Пугачова [150], С. І. Пустюльги [151-173], Дж. Адамса та Д. Роджерса [272], О. В. Сергейчука [195, 196], І. А. Скидана [198], Г. Я. Тулученко [222-224], А. Фокса і М. Прата [263], А. Фореста [265], Дж. Френсіса [266], А. Н. Хомченка [231-240], О. В. Шоман [248-250], Б. Шутца [273], В. І. Якуніна [256] та їх послідовників.

Загалом задачі, що вирішуються існуючими методами дискретної геометрії можна умовно розділити на два напрямки:

- дослідження геометричних властивостей існуючих дискретних образів і точкових множин, їх обробка та уточнення;

- формоутворення дискретних моделей геометричних образів за наперед заданими початковими та крайовими умовами.

До першого напрямку доцільно віднести методи дискретного геометричного моделювання (ДГМ), що були запропоновані проф. В. М. Найдишом [121] (Мелітопольська школа прикладної геометрії [106, 111, 117, 122]). Цього ж напрямку торкаються праці з дискретної інтерполяції та апроксимації точкових множин й їх аналізу проф. Є. В. Пугачова [150]; дослідження проф. С. М. Грибова та Г. Г. Власюк, що висвітлюють базові положення теорії інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь на основі застосування кривих скінченних сум. Також до першого напрямку слід відносити методи раціонального розбиття дискретно представлених об'єктів, такі як триангуляційні методики [3, 58, 197], та деякі методи обробки та упорядкування дискретних даних, описані закордонними вченими, наприклад, Ф. Препаратою і М. Шеймосом [270].

Другий із зазначених напрямків моделювання цілком представлений наступними методами: статико-геометричним підходом до формування зрівноважених дискретних образів, запропонованим проф. С. М. Ковальовим [65] та розвиненим його учнями [1, 86, 87, 218, 241 та ін.]; методом формування зрівноважених геометричних образів на основі математичного апарату числових послідовностей, започаткованим проф. С. І. Пустюльгою [157].

Окрім методів, віднесених до вище названих напрямків, слід окремо звернути увагу на метод скінченних різниць (МСР) [36, 176, 181], що в загальному випадку дозволяє вивчати функціональні залежності будь-яких фізичних процесів, при умові дискретного характеру зміни їх параметрів. Методика побудови скінченно-різницевого (СР) співвідношень торкається теорій наближеного обчислення функцій, дискретної інтерполяції й екстраполяції, наближеного диференціювання й інтегрування, а також теорії розв'язання систем диференціальних рівнянь математичної фізики, шляхом їх заміни на алгебраїчні рівняння [177, 179]. Область застосування даного методу дозволяє віднести його до обох зазначених напрямків геометричного моделювання. Це зумовило активне використання СР

аналогів часткових похідних в області чисельного моделювання. МСР знаходиться на межі між методами дискретної геометрії та методами чисельного моделювання (МЧМ), так як поєднує їхні найбільш характерні риси, а саме: наочність перших та адаптованість для операцій матричної алгебри других.

До найбільш розповсюджених МЧМ, окрім МСР, прийнято відносити: метод скінчених елементів (МСЕ) [11, 37, 129, 194, 264, 267, 268, 275], метод інтегральних рівнянь [100, 138, 139], метод граничних елементів [225, 259], метод прямих [217, 245-247], метод матеріальної точки [230], варіаційні методи [262], чисельні методи Монте-Карло [215], тощо. Всі вони різняться операційними та функціональними можливостями, способами урахування початкових і граничних умов та специфікою переходу від систем диференціальних до алгебраїчних рівнянь.

Самі ж МЧМ набули широкого застосування у зв'язку із їх універсальністю не тільки відносно геометричних параметрів, а й стосовно фізичних особливостей об'єктів і явищ, що моделюються. Практика успішного використання МЧМ поширюється на задачі теорій поля, пружності та пластичності, гідро- й аеродинаміки та інші сучасні інженерні задачі. Серйозним інструментальним здобутком МЧМ став розвинений апарат локальної і глобальної інтерполяції та екстраполяції, що дозволяє відтворити повний спектр параметрів досліджуваного явища як локально – у межах окремо взятої чарунки чи елемента, так і глобально – по усій області, без необхідності проведення додаткових операцій згущення вузлів дискретної сітки. Суттєвим недоліком цих методів є те, що інформація про геометричну форму ділянки середовища, у якій розвивається досліджуваний фізичний процес залишається незмінною впродовж усього розрахунку, представляючи собою початкові та крайові умови задачі. Цей принцип зберігається й при моделюванні процесів тепломасопереносу та процесів деформування середовища, хоча зміна геометричної форми в цих випадках має відображати реальний характер перерозподілу сил взаємодії між окремими фрагментами середовища. Задачі, що вимагають подолання даної проблеми прийнято відносити до фізично, геометрично або конструктивно нелінійних задач.

Результатами досліджень у цьому напрямку зазвичай стають практичні рекомендації для ведення поетапних розрахунків із обов'язковим контролем похибок, характеру збіжності процесу числення, відповідності числових результатів натурним експериментам або спеціальні методики внесення послідовних коректив розрахункової моделі з метою її наближення до дійсного характеру перебігу досліджуваного фізичного процесу.

Більшості з цих недоліків можна уникнути, застосовуючи адаптовані методи ДГМ, що дозволяють звести процеси розрахунку фізичних явищ до ітераційного числення із прогнозованим характером збіжності, роблячи наочним формоутворення досліджуваного інтерпретаційного об'єкта впродовж усього числення.

Методи чисельного моделювання торкаються, в основному, питань побудови, застосування та теоретичного обґрунтування алгоритмів наближеного розв'язання різноманітних класів математичних задач [177, 182]. Більшість цих розрахункових алгоритмів орієнтовані на використання сучасного комп'ютерного обладнання, що пов'язано з великим об'ємом оброблюваної інформації. Головною метою чисельного моделювання є уможливлення проведення, так би мовити, заочного експерименту при аналізі важко прогнозованих явищ та процесів з метою уникнення фактичних затрат на проведення натурних досліджень, випробувань та трудомістких робіт, які часто потребують залучення не лише людської праці, а й довготривалої експлуатації різноманітних машин та обладнання. В той же час існують задачі, для яких проведення фактичного експерименту взагалі неможливе, так як затрати на проведення останнього відповідають затратам на практичну реалізацію бажаного результату. До таких задач відносяться інженерні розрахунки сучасних будівель та споруд, машин і механізмів, деякі технологічні процеси промислового виробництва, тощо. Сюди ж можна віднести процеси сушіння та прогріву пористих матеріалів різноманітної геометричної форми, а також визначення напружено-деформованого стану суцільних конструкцій.

Значна кількість задач фізики й техніки (в тому числі й досліджувані в даній роботі) спирається на розв'язання лінійних та нелінійних диференційних рівнянь в часткових похідних [126, 138, 139, 183, 214] (рівняння математичної фізики). Та найбільш універсальними і ефективними на сьогоднішній день інструментами рішення задач математичної фізики є МСР [36, 176, 179], чи метод сіток, та МСЕ [129, 194, 221, 264, 267]. Обидва дозволяють звести наближене розв'язання рівнянь в часткових похідних до розв'язання систем алгебраїчних рівнянь. Докладніше розглянемо саме ці методи.

1.2.1. Основні принципи застосування методу скінченних різниць при відтворенні температурних та вологісних полів у огорожувальних конструкціях будівель

Загалом, МСР відноситься до теорії різницевої схеми, в якій діє припущення, що розв'язок вихідної задачі для диференційного рівняння існує і має необхідне число похідних, що забезпечує максимальний порядок апроксимації [181]. Для того, щоб записати різницеву схему, наближено описуючу дане диференційне рівняння, необхідно спочатку замінити область Ξ неперервної зміни функції $u(x, y, z)$ (що описує досліджуване просторове явище чи процес) на область його дискретної зміни \mathfrak{R} , яка представляє собою деяку сітку із рівномірним чи довільним кроком її вузлів у m напрямках. Після цього треба замінити диференційний оператор D , присутній в рівнянні, на деякий різницевий оператор \mathfrak{D} , а також сформулювати різницеві аналоги для крайових та початкових умов. Таким чином відбувається процедура переходу до алгебраїчної системи рівнянь.

Якщо деякий диференційний оператор D , що діє на функцію $u = \zeta(x, y, z)$, замінити на новий різницевий оператор \mathfrak{D} , в якому часткові похідні будуть інтерпретовані різницевими співвідношеннями, то замість виразу Du одержимо його дискретний аналог $\mathfrak{D}u$. Останній являтиметься лінійною комбінацією дискретних значень функції G з деякої множини вузлів сітки $\Phi(s_{i,j,k,\dots,m})$, що в геометричному сенсі представлятиме собою обчислювальний шаблон:

$$\mathfrak{D}u_{i,j,k,\dots,m} = \sum_{s_h \in \Phi(s_{i,j,k,\dots,m})} A(s_{i,j,k,\dots,m}, s_h) \cdot u_h, \quad (h = \overline{1, N}). \quad (1.16)$$

Де

$A(s_{i,j,k,\dots,m}, s_h)$ – коефіцієнт, відповідний h -му вузлу шаблону із координатами $s_{i,j,k,\dots,m}$;

N – кількість вузлів даного обчислювального шаблону.

Саме така наближена заміна Du на $\mathfrak{D}u$ й називається апроксимацією диференційного оператора різницеvim оператором або різницевою апроксимацією. Основні положення різницевої апроксимації МСР, в тому числі й адаптовані до нерівномірного кроку апроксимаційної сітки різницеві оператори, наведені у додатку А.

МСР – один з найпотужніших і при цьому найпростіших методів розв’язання рівнянь математичної фізики. Він відрізняється легкістю розрахункових алгоритмів, послідовність та склад яких відповідають загальноприйнятим операціям матричної алгебри та гарантують сталий характер збіжності при застосуванні ітераційних методик розв’язання поставлених задач.

Єдиним відносним недоліком цієї методики є потреба у розбитті досліджуваної області Ξ на суто ортогональні сітки та ґратки, напрямки ланок яких приймаються паралельними координатним осям. Це деякою мірою обмежує область застосування МСР з точки зору геометричних параметрів об’єктів чи тіл, у межах яких відтворюється дане явище чи процес. Відтак, певний інтерес представляє адаптація скінченно-різницевих співвідношень до можливості довільної дискретизації інтерпретаційної геометричної моделі, яка базуватиметься на фізичних особливостях досліджуваного процесу. Прикладом успішної спроби такої адаптації може слугувати метод електротеплової аналогії або метод теплових сіток [16] у процесі відтворення температурних полів у суцільному середовищі, що розглядається у 3-му розділі.

В цьому відношенні найбільш гнучкою відносно форми та розмірів геометричної моделі методикою являється МСЕ, про який і піде мова далі.

1.2.2. Застосування дискретних методів прикладної геометрії при моделюванні температурних та вологісних полів у огорожувальних конструкціях будівель

Переважаюча кількість задач теплофізики та будівельної фізики розв'язуються математичними методами термодинаміки оборотних та необоротних процесів, єдиної теорії переносу енергії, кількості руху та маси, зокрема теорії тепломасообміну [89]. Остання набула значного розвитку через велику кількість прикладних питань, вирішення яких вона торкається. Одним із таких питань є дослідження процесів сушіння та прогріву будівельних матеріалів та виробів.

Більшість будівельних матеріалів (бетон, кераміка, природні пористі матеріали, тощо), що у зв'язку із технологічними особливостями виготовлення і застосування потребують сушіння або прогріву, представляють собою капілярнопористі колоїдні тіла, а тому добре утримують вологу. Сушіння капілярнопористих матеріалів використовують з метою зменшення часу виготовлення будівельних виробів та прискорення власне будівельного виробництва. До прогріву матеріалів вдаються у тих випадках, коли необхідно штучно підтримувати їх температуру впродовж повного проміжку часу, з метою надання цим матеріалам певних фізичних властивостей або для запобігання їх надмірному переохолодженню чи навіть замерзанню у зимовий період.

Зазначені процеси супроводжуються втратою внутрішньої порової вологи. Це явище зумовлюється польовими структурами, що виникають у тілі оброблюваного матеріалу під дією зовнішніх чинників, природа яких залежить від способу сушіння або прогріву. Деякі аспекти теорії тепломасообміну в контексті задач сушіння вологих капілярнопористих тіл, а також складнощі, що унеможливають коректне моделювання вище згаданих фізичних полів описані у додатку Д.

Надалі обмежимося розглядом процесів сушіння та прогріву за допомогою сталого струму, оскільки дані процеси є найскладнішими і найменш дослідженими.

Загалом при електропрогіві рух порової вологи, хімічно не зв'язаної з матеріалом, спричиняється механічним впливом наступних фізичних полів:

- 1) векторним полем електричної напруженості \vec{E} ;
- 2) температурним полем θ , що зумовлюється такими чинниками:
 - виділенням певної кількості тепла q_V за рахунок перетворення енергії електричного струму в теплову;
 - теплотою, спричиненою нагріванням метала електродів (катодів та анодів) при замиканні електричного ланцюга;
 - виділенням теплоти екзотермічних реакцій q_{Eks} , що виникають в процесі твердіння деяких в'язучих речовин у складі матеріалів при їх виготовленні;
- 3) полем власне вологомісткості W пористого матеріалу.

При інтенсивному сушінні чи прогріві, теплове поле екзотермічних реакцій майже не впливає на загальний розподіл температури у тілі досліджуваного виробу, бо кількість виділеного в результаті цих реакцій тепла незрівнянно менша за кількість тепла, що виділяється через електроенергію. Відтак, надалі ми не враховуватимемо цю складову температурного поля вологого тіла.

Вище зазначені фізичні поля породжують інші векторні поля, які проявляються в формі відповідних механічних об'ємних сил, що мають назву:

- 1) електродифузійна пондеромоторна сила \vec{f}_E ;
- 2) термодифузійна сила \vec{f}_θ ;
- 3) власне дифузійна сила \vec{f}_u .

Детальніше розглянемо шляхи відтворення усіх перерахованих полів та спричинених ними механічних внутрішніх сил.

1.2.3. Геометрична модель електростатичного поля напруженості та його фізичного впливу на суцільне вологе капілярнопористе тіло

Як уже зазначалося, в результаті проходження електричного струму крізь вологе тіло, в останньому виникає електромагнітне поле. Усі електричні та магнітні явища в загальному випадку описуються системою класичних рівнянь

Максвелла у часткових похідних [93, 255]:

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \partial \bar{D} / \partial \tau, \quad (1.17) \quad \nabla \times \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial \tau, \quad (1.18)$$

$$\nabla \bar{D} = \zeta, \quad (1.19) \quad \nabla \bar{B} = 0, \quad (1.20)$$

де

\bar{E} , \bar{H} , \bar{D} і \bar{B} – це відповідно напруженості електричного й магнітного полів, а також електрична та магнітна індукції;

\bar{J} – вектор щільності електричного струму;

ζ – об'ємна щільність вільних електричних зарядів.

Рівняння (1.17) – (1.20), зазвичай, доповнюють матеріальними рівностями, які зв'язують векторні величини \bar{E} , \bar{H} , \bar{D} і \bar{B} із характеристиками електричних та магнітних властивостей даного середовища:

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \bar{E}, \quad (1.21) \quad \bar{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \bar{H} + \bar{B}_0, \quad (1.22)$$

де

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ К}^2 / (\text{В} \cdot \text{М}^2)$ та $\mu_0 = 12.57 \cdot 10^{-7} (\text{В} \cdot \text{с}) / (\text{а} \cdot \text{м})$ – електрична та магнітна сталі,

ε та μ – відносні діелектрична та магнітна проникності даного середовища,

B_0 – вектор індукції залишкової намагніченості; а також законом Ома для щільності струму \bar{J} та рівнянням зв'язку між електростатичним потенціалом ϕ і напруженістю електричного поля \bar{E} :

$$\bar{J} = \sigma \cdot \bar{E}, \quad (1.23) \quad \bar{E} = -\nabla \phi, \quad (1.24)$$

де σ – питома електрична провідність середовища.

На границі Ω розділу двох середовищ мають виконуватися граничні умови:

$$E_{\bar{\eta}1} - E_{\bar{\eta}2} = 0, \quad (1.25) \quad H_{\bar{\eta}1} - H_{\bar{\eta}2} = J_{\Omega}, \quad (1.26)$$

$$H_{\bar{\upsilon}1} - H_{\bar{\upsilon}2} = \sigma, \quad (1.27) \quad D_{\bar{\upsilon}1} - D_{\bar{\upsilon}2} = 0, \quad (1.28)$$

де

$\bar{\eta}$ і $\bar{\upsilon}$ – відповідно вектори дотичної та нормалі до поверхні розділу

середовищ, проведені з 2-го до 1-го середовища;

J_{Ω} – проекція вектора щільності поверхових струмів провідності на напрямок $\bar{i} = \bar{\eta} \times \bar{v}$.

Для електростатичного поля, що встановлюється у середовищі при проходженні крізь нього сталого електричного струму, система рівнянь Максвела спрощується наступним чином [80, 157]:

$$\nabla \times \bar{E} = 0, \quad (\partial \bar{B} / \partial \tau = 0), \quad (1.29) \quad \nabla \bar{D} = \zeta. \quad (1.30)$$

З рівностей (1.21) та (1.30), з урахуванням виразу (1.24), одержимо зв'язок між електростатичним потенціалом φ та щільністю вільних зарядів ζ , що представляє собою основне рівняння електростатики:

$$\varepsilon_0 \cdot \nabla(\varepsilon \cdot \nabla \varphi) + \zeta = 0. \quad (1.31)$$

Якщо вважати, що діелектрик, який заповнює досліджувану область і представляє дане середовище, є ізотропним і однорідним, то залежність (1.31) прийме наступну форму:

$$\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \nabla^2 \varphi + \zeta = 0. \quad (1.32)$$

Рівняння (1.31) і (1.32), в більшості випадків, успішно розв'язуються чисельними методами та дозволяють відтворити поле скалярного потенціалу в дискретній множині точок досліджуваної області. Зазвичай, при цьому вважають, що потенціал на границях відомий (умова Дирихле) або екіпотенціальні лінії нормальні по відношенню до цих границь.

Можливий також підбір такої функції потенціалу, яка б задовольняла умовам (1.31) чи (1.32) у суцільній області, положення меж якої не суттєво впливає на характер поширення самого поля. Такий підхід передбачає, що форма та положення усіх заряджених об'єктів у даній області функціонально задані, та дозволяє визначити потенціал у довільній точці електростатичного поля як суму поверхневих і об'ємних інтегралів. Потенціали, створені зарядженою поверхнею та об'ємним зарядом, відповідно становитимуть:

$$\varphi = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \int_{\Omega} \frac{\zeta d\Omega}{r}, \quad (1.33) \quad \varphi = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \int_V \frac{\vartheta dV}{r}. \quad (1.34)$$

У формулах (1.33) та (1.34):

ζ та ϑ – це поверхнева та об'ємна щільності вільних зарядів;

r – це відстань від елементарного поверхневого заряду $\zeta d\Omega$ або об'ємного заряду ϑdV до точки поля, що розглядається.

В обох формулах має виконуватися вимога: $\varphi(\infty) = 0$. Зазначимо, що якщо поверхня електрода задана у дискретній формі, то потенціал, створюваний цим електродом, може бути визначений як сума інтегралів по поверхні його трикутних елементів.

У даній роботі ми користуватимемось припущенням, що електроди (анооди і катооди), які забезпечують передачу струму у вологе капілярнопористе тіло, представляють собою металеві пластини і достатньо щільно прилягають до поверхні тіла, щоб спричинене ними електричне поле можна було вважати неперервно поширюваним у суцільному тілі. Вологе тіло – це діелектрик чи провідник 2-го роду [148, 174, 242]. Воно не є феромагнітним і не являється сегнетоелектриком.

Припустимо, що процес сушіння здійснюється лише парою електродів – анодом (A^+) і катодом (K^-). Перш за все, необхідно визначити величини щільності поверхневих електричних зарядів ζ_A та ζ_K , що проходять через анод і катод за одиницю часу. Товщини електродів вважатимемо несуттєвими у порівнянні із їх габаритами, а тому обидва електроди можна геометрично інтерпретувати відсіками деяких поверхонь Ω_A та Ω_K . Тоді потенціал у будь-якій точці S досліджуваного середовища (вологого тіла) визначатиметься виразом:

$$\varphi_S = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_S} \left(\int_{\Omega_A} \frac{\zeta_A d\Omega_A}{r_{AS}} + \int_{\Omega_K} \frac{\zeta_K d\Omega_K}{r_{KS}} \right). \quad (1.35)$$

де r_{AS} та r_{KS} – абсолютні величини радіус-векторів, проведених від довільних точок анода і катода відповідно до точки S .

Розглянемо значення потенціалів у заданих точках (А та К) анода і катода при умові, що щільності розподілу поверхневих зарядів на їх поверхнях є сталі величини, а обрані точки лежать у місцях контакту електродів із вологим тілом:

$$\varphi_A = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_A} \left(\zeta_A \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AA}} + \zeta_K \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KA}} \right), \quad (1.36)$$

$$\varphi_K = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_K} \left(\zeta_A \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AK}} + \zeta_K \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KK}} \right), \quad (1.37)$$

де ε_A та ε_K – величини відносної діелектричної проникності матеріалу в місцях контакту з анодом і катодом відповідно.

Із рівностей (1.36) та (1.37) видно, що за значеннями потенціалів у будь-яких двох контактних точках електродів можна легко визначити шукані величини поверхневих щільностей зарядів ζ_A та ζ_K . У матричній формі система (1.36) – (1.37) матиме вигляд:

$$\begin{bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_K \end{bmatrix} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_A^{-1} & 0 \\ 0 & \varepsilon_K^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AA}} & \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KA}} \\ \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AK}} & \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KK}} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_A \\ \zeta_K \end{bmatrix},$$

або скорочено:

$$\boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{-1} \cdot \mathfrak{Z} \cdot \boldsymbol{\zeta}, \quad (1.38)$$

де $\boldsymbol{\varphi}$ – вектор-стовпець потенціалів на електродах:

$$\boldsymbol{\varphi}^T = [\varphi_A \quad \varphi_K]; \quad (1.39)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ – матриця діелектричних проникностей середовища на поверхні електродів:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_A & 0 \\ 0 & \varepsilon_K \end{pmatrix}; \quad (1.40)$$

\mathfrak{Z} – матриця поверхневих інтегралів по поверхнях електродів:

$$\mathfrak{I} = \begin{pmatrix} \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AA}} & \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KA}} \\ \int_{\Omega_A} \frac{d\Omega_A}{r_{AK}} & \int_{\Omega_K} \frac{d\Omega_K}{r_{KK}} \end{pmatrix}, \quad (1.41)$$

елементи якої визначають вплив заряду кожного з електродів на потенціал у досліджуваних точках A і K (цей вплив може бути проілюстровано елементарним графом із двома вершинами 3-го ступеню зв'язності кожна, див. рис. 3.1.1.а.);

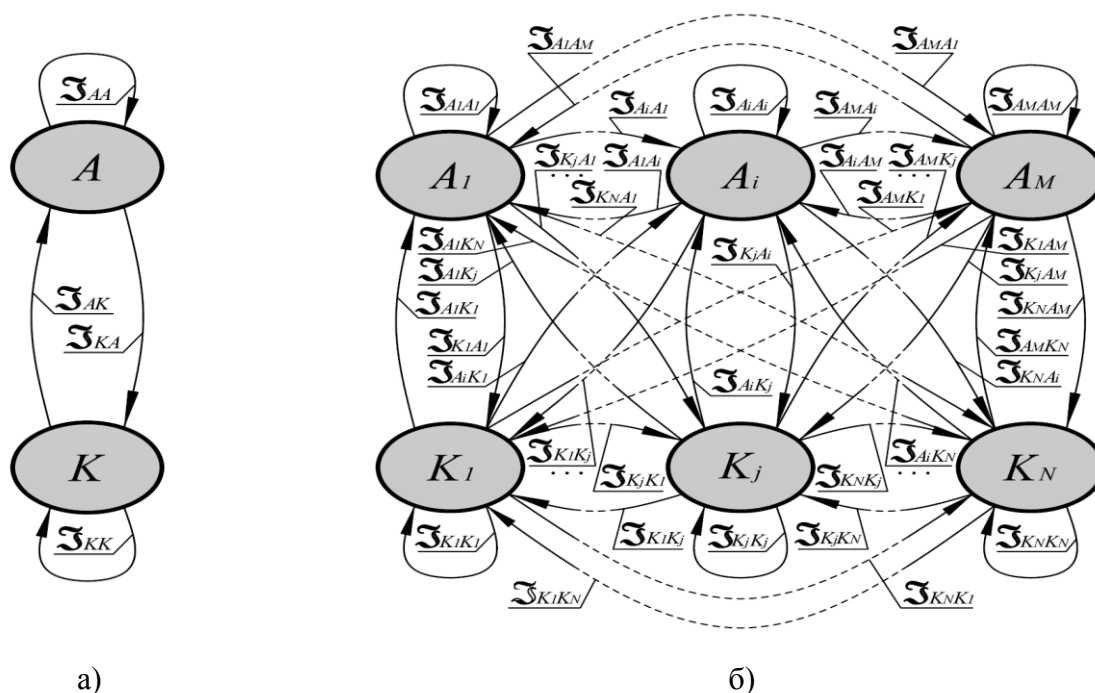


Рис. 1.4. Графічна інтерпретація фізичного змісту матриць поверхневих інтегралів \mathfrak{I} .

Рис.1.4а - при сушінні вологого тіла парою електродів – анодом і катодом;

Рис. 1.4б - при сушінні вологого тіла системою з M анодів та N катодів.

На рис. 1.4. вершини наведених графів відповідають значенням потенціалу у відповідних точках електродів. Дуги графів інтерпретують міру впливу одного електрода, в напрямку від якого направлена дуга, на потенціал у відповідній точці другого електрода, до якого прямує дана дуга.

ζ – вектор-стовпець щільності електричних зарядів на електродах:

$$\zeta^T = [\zeta_A \quad \zeta_K]. \quad (1.42)$$

Із рівності (1.38) одержимо вираз для визначення щільностей поверхневих зарядів електродів ζ_A та ζ_K :

$$\zeta = 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathfrak{T}^{-1} \cdot \varepsilon \cdot \varphi. \quad (1.43)$$

Розглянемо тепер випадок, коли система підключених до вологого тіла електродів налічує M анодів та N катодів. В такому випадку потенціал у деякій точці S досліджуваного тіла визначатиметься виразом:

$$\varphi_S = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_S} \left(\sum_{i=1}^M \int_{\Omega_{A_i}} \frac{\zeta_{A_i} d\Omega_{A_i}}{r_{A_i S}} + \sum_{j=1}^N \int_{\Omega_{K_j}} \frac{\zeta_{K_j} d\Omega_{K_j}}{r_{K_j S}} \right). \quad (1.44)$$

Якщо значення потенціалу в конкретних точках анодів (A_1, A_2, \dots, A_M) та катодів (K_1, K_2, \dots, K_N) є відомими, то система рівнянь, з якої можуть бути визначені величини щільності електричних зарядів при умові їх сталості на поверхнях усіх електродів, матиме наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{A_1} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{A_1}} \left(\zeta_{A_1} \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{A_1 A_1}} + \dots + \zeta_{A_M} \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{A_1 A_M}} + \zeta_{K_1} \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{A_1 K_1}} + \dots + \zeta_{K_N} \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{A_1 K_N}} \right), \\ \vdots \\ \varphi_{A_M} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{A_M}} \left(\zeta_{A_1} \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{A_M A_1}} + \dots + \zeta_{A_M} \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{A_M A_M}} + \zeta_{K_1} \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{A_M K_1}} + \dots + \zeta_{K_N} \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{A_M K_N}} \right), \\ \varphi_{K_1} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{K_1}} \left(\zeta_{A_1} \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{K_1 A_1}} + \dots + \zeta_{A_M} \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{K_1 A_M}} + \zeta_{K_1} \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{K_1 K_1}} + \dots + \zeta_{K_N} \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{K_1 K_N}} \right), \\ \vdots \\ \varphi_{K_N} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{K_N}} \left(\zeta_{A_1} \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{K_N A_1}} + \dots + \zeta_{A_M} \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{K_N A_M}} + \zeta_{K_1} \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{K_N K_1}} + \dots + \zeta_{K_N} \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{K_N K_N}} \right). \end{array} \right. \quad (1.45)$$

Як і у випадку із двома електродами, система (1.46) у матричній формі

матиме вигляд, ідентичний до (1.38), однак, її компоненти зміняться таким чином:

- вектор-стовпець потенціалів на електродах φ :

$$\varphi^T = [\varphi_{A_1} \quad \dots \quad \varphi_{A_M} \quad \varphi_{K_1} \quad \dots \quad \varphi_{K_N}]; \quad (1.46)$$

- матриця діелектричних проникностей матеріалу на поверхнях електродів ε :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{A_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & 0 \\ & & \varepsilon_{A_M} & 0 & \vdots \\ \vdots & & 0 & \varepsilon_{K_1} & \\ 0 & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \varepsilon_{K_N} \end{pmatrix}; \quad (1.47)$$

- матриця поверхневих інтегралів електродів \mathfrak{Z} :

$$\mathfrak{Z} = \begin{pmatrix} \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{A_1 A_1}} & \dots & \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{A_1 A_M}} & \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{A_1 K_1}} & \dots & \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{A_1 K_N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{A_M A_1}} & \dots & \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{A_M A_M}} & \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{A_M K_1}} & \dots & \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{A_M K_N}} \\ \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{K_1 A_1}} & \dots & \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{K_1 A_M}} & \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{K_1 K_1}} & \dots & \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{K_1 K_N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{\Omega_{A_1}} \frac{d\Omega_{A_1}}{r_{K_N A_1}} & \dots & \int_{\Omega_{A_M}} \frac{d\Omega_{A_M}}{r_{K_N A_M}} & \int_{\Omega_{K_1}} \frac{d\Omega_{K_1}}{r_{K_N K_1}} & \dots & \int_{\Omega_{K_N}} \frac{d\Omega_{K_N}}{r_{K_N K_N}} \end{pmatrix}; \quad (1.48)$$

- вектор-стовпець щільності зарядів на поверхнях електродів ξ :

$$\xi^T = [\xi_{A_1} \quad \dots \quad \xi_{A_M} \quad \xi_{K_1} \quad \dots \quad \xi_{K_N}]. \quad (1.49)$$

Слід зазначити, що з фізичної точки зору деякий елемент \mathfrak{Z}_{ij} матриці (1.48) є мірою впливу j -го електрода на потенціал у відповідній (заданій) точці i -го електрода. Дану фізичну інтерпретацію проілюстровано рис. 1.4б.

Додамо, що використовуючи закони Ома і Кірхгофа [255], можна без ускладнень визначити величини потенціалу на електродах у місцях їх з'єднання із

провідниками. Саме тому значення потенціалу у цих точках визначити простіше, ніж у інших місцях розрахункової моделі. Знаючи величини поверхневих щільностей зарядів на електродах, можна з легкістю визначити значення потенціалу, а, значить, і напруженості електричного поля в будь-якій точці вологого тіла (за формулою (1.44)) з точністю, достатньою для досліджуваних в даній роботі задач.

Щільність електродифузійної сили \bar{f}_E безпосередньо залежить від величини напруженості електростатичного поля \bar{E} постійного струму у досліджуваній області середовища. В загальному випадку цей вектор залежить від багатьох параметрів фізичного стану даного середовища і напрямлений в сторону зростання абсолютної величини вектору \bar{E} , незалежно від напрямку останнього. Причина цього явища в тому, що при зміні напрямку вектору \bar{E} змінюється також і напрямок поляризації \bar{P} [27, 219, 274]. Таким чином, в електричному полі діелектрик притягується в область найбільшої напруженості поля. Вектор електродифузійної сили \bar{f}_E , що діє в даній області, визначається наступним виразом [219]:

$$\bar{f}_E = \varepsilon_0 \cdot \left(4 \cdot \pi \cdot \zeta \cdot \bar{E} - \frac{1}{2} \cdot E^2 \cdot \nabla \varepsilon + \frac{1}{2} \cdot \nabla \left(E^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \cdot \rho \right) \right). \quad (1.50)$$

Компоненти даного вектора можна записати у такій розгорнутій формі:

$$f_{E_x} = \varepsilon_0 \cdot \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \cdot D_x - \frac{\varepsilon}{2} \cdot E^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} (E_x \cdot D_y) + \frac{\partial}{\partial x} (E_x \cdot D_z) \right\rangle + \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(E^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \cdot \rho \right) \quad (1.51)$$

$$f_{E_y} = \varepsilon_0 \cdot \left\langle \frac{\partial}{\partial y} (E_y \cdot D_x) + \frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \cdot D_y - \frac{\varepsilon}{2} \cdot E^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} (E_y \cdot D_z) \right\rangle + \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(E^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \cdot \rho \right) \quad (1.52)$$

$$f_{E_z} = \varepsilon_0 \cdot \left\langle \frac{\partial}{\partial z} (E_z \cdot D_x) + \frac{\partial}{\partial z} (E_z \cdot D_y) + \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \cdot D_z - \frac{\varepsilon}{2} \cdot E^2 \right) \right\rangle + \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(E^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \cdot \rho \right) \quad (1.53)$$

де E_x , E_y і E_z та D_x , D_y і D_z – це проекції векторів напруженості \vec{E} та електричної індукції \vec{D} поля.

Якщо діелектрична проникність ε та густина ρ діелектрика (в нашому випадку – вологого тіла) пов'язані лінійною залежністю, справедливим є спрощений вираз для визначення механічних сил, що діють на цей діелектрик з боку поля \vec{E} :

$$\vec{f}_E = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon - 1) \cdot \nabla E^2 / 2. \quad (1.54)$$

Надалі ми користуватимемось саме цією формулою, так як гіпотеза прямої пропорційності між діелектричною проникністю та густиною діелектрика цілком припустима для вологих капілярнопористих тіл.

Слід також зазначити, що діелектрична проникність ε середовища є функцією від його температури θ та вологості u :

$$\varepsilon = \zeta(\theta, u). \quad (1.55)$$

Характер такої залежності для окремого прикладу вологого легкого бетону, що розглядатиметься у поточному розділі, встановлено у додатку Ж і відображається формулою (Ж.28).

1.2.4. Геометрична модель температурного поля та його фізичного впливу на вологе капілярнопористе середовище

На відміну від поля електростатичної напруженості, задача відтворення температурного поля вологого середовища стикається з рядом ускладнень, пов'язаних із неможливістю опису розподілу тепла у тілі суцільною функціональною залежністю. У зв'язку із цим, а також потребою у досить точному обчисленні параметрів поля температури, скористаймося дискретним підходом до моделювання останнього.

Рівняння теплопередачі вологого капілярнопористого тіла може бути записане, як рівняння теплопровідності для деякої області Ξ , що містить дві речовини різної природи, кожна з яких перебуває в різних фазах: сам пористий

матеріал у твердій фазі, а вода – у рідкій фазі [178]. Якщо тверду частку загального об'єму обох речовин виразити через деяку функцію \mathfrak{R} температури θ :

$$\mathfrak{R} = \zeta(\theta), \quad (1.56)$$

то рівняння теплопровідності для усієї області Ξ , із урахуванням динаміки розвитку температурного поля, можна записати у такій формі:

$$\nabla(\lambda \cdot \nabla\theta) + q_v = (c \cdot \rho - \chi \cdot \partial\mathfrak{R}/\partial\theta) \cdot (\partial\theta/\partial\tau + \bar{w} \cdot \nabla\theta), \quad (1.57)$$

де:

λ , c та ρ – коефіцієнт теплопровідності, питома теплоємність та густина вологого тіла відповідно;

q_v – кількість теплоти, виділеної внутрішніми джерелами в одиниці об'єму середовища за проміжок часу $\Delta\tau$;

χ – ентальпія фазового переходу; \bar{w} – вектор швидкості руху рідкої фази (води).

Оскільки в даній роботі ми не розглядатимемо випадки, коли речовина, що перебуває у твердій фазі (капілярнопористе тіло), переходить у рідку фазу, тобто розплавляється, то доцільно вважати, що тверда частка речовин у області Ξ , залишається сталою незалежно від температури ($\mathfrak{R} = \text{const}$). В такому випадку рівність (1.56) набуває форми, яка повністю відповідає диференціальному рівнянню енергії Фур'є-Кірхгофа:

$$\nabla(\lambda \cdot \nabla\theta) + q_v = c \cdot \rho \cdot (\partial\theta/\partial\tau + \bar{w} \cdot \nabla\theta). \quad (\partial\mathfrak{R}/\partial\theta = 0) \quad (1.58)$$

Вважаючи теплопровідні властивості матеріалу незалежними від координат досліджуваної точки області, а також вводячи коефіцієнт температуропровідності a :

$$a = \lambda / (c \cdot \rho), \quad (1.59)$$

запишемо рівняння (1.58) у розгорнутій формі:

$$a \cdot \nabla^2\theta + q_v / (c \cdot \rho) = (\partial\theta/\partial\tau + w_x \cdot \partial\theta/\partial x + w_y \cdot \partial\theta/\partial y + w_z \cdot \partial\theta/\partial z), \quad (1.60)$$

де проекції вектора швидкості становлять:

$$w_x = \partial x / \partial \tau, \quad (1.61) \quad w_y = \partial y / \partial \tau. \quad (1.62)$$

$$w_z = \partial z / \partial \tau. \quad (1.63)$$

Якщо рух рідини у порах матеріалу відсутній, то рівняння Фур'є-Кірхгофа набуває такого вигляду:

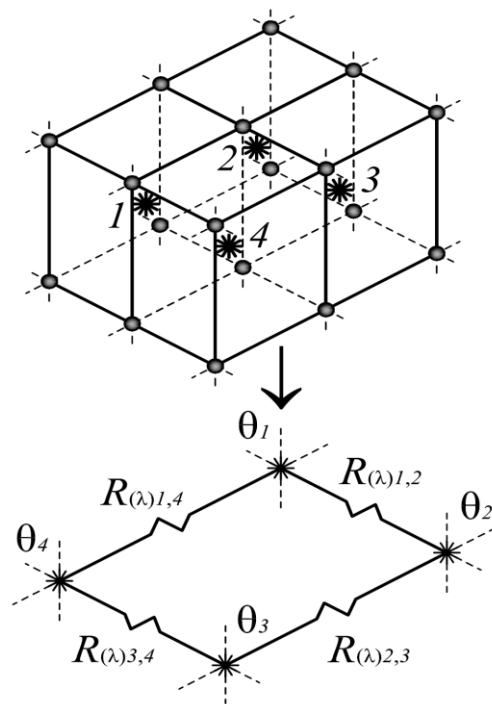
$$a \cdot \nabla^2 \theta + q_v / (c \cdot \rho) = \partial \theta / \partial \tau. \quad (1.64)$$

В стаціонарних температурних умовах, остання рівність спрощується так:

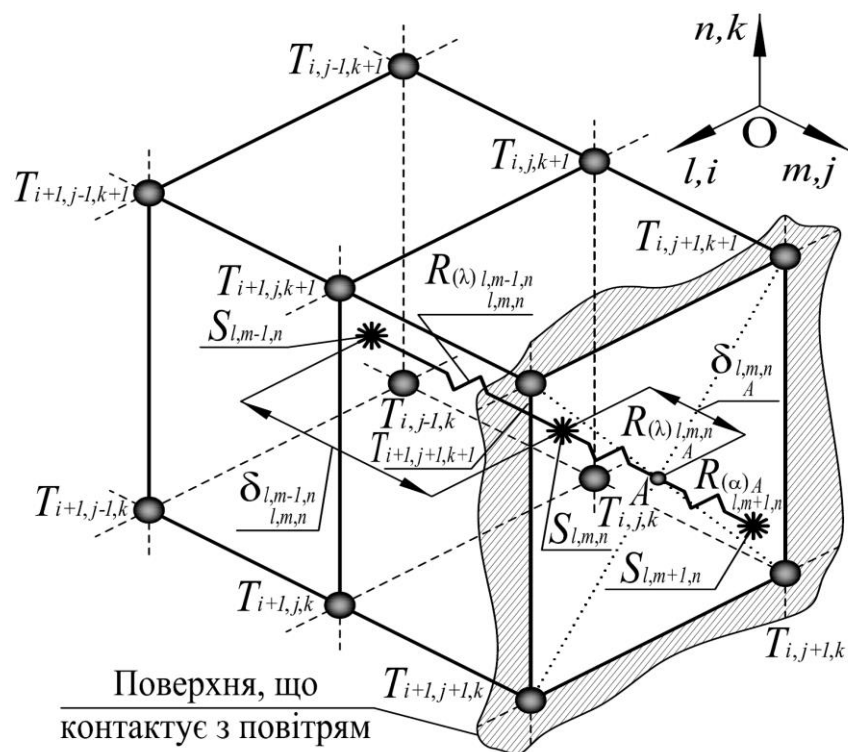
$$a \cdot \nabla^2 \theta + q_v / (c \cdot \rho) = 0. \quad (1.65)$$

Надалі розглядатимемо процес поширення тепла у просторових вологих тілах.

Для відтворення температурних полів, параметри яких задовольнятимуть рівнянню (1.64), скористаємося методом теплових сіток (чи методом електричної аналогії) [16, 52], що базується на МСР, однак, дає можливість врахувати фізичні особливості процесу поширення тепла у суцільному середовищі і геометричні особливості досліджуваного тіла чи області. Внутрішню тривимірну область тіла розділимо на елементарні кубічні чи шестигранні ділянки, центри яких умовно з'єднаємо концентрованими термічними опорами (рис. 1.5а.). Таким чином перейдемо від суцільного поля до теплової сітки з концентрованими показниками.



а) перехід від тривимірного суцільного поля до сітки із концентрованими параметрами



б) до визначення термічного опору всередині та на поверхні досліджуваного тіла

Рис. 1.5. До розрахунку температурного поля методом електричної аналогії

Вважатимемо, що елементарні ділянки, на які умовно розділене дане тіло, одержані на основі запропонованого у попередньому розділі способу дискретизації суцільного середовища. Відтак, вершини цих ділянок відповідатимуть вершинам додаткової сітки, а центри – вершинам центральної сітки. Якщо всі ділянки мають однакову кубічну форму із довжиною ребра рівною h , то, при виконанні різницевої апроксимації на основі класичного МСР, оператор Лапласа та похідну за часом від температури θ у рівнянні (1.64) можна замінити дискретними операторами за формулами (А.9) і (А.3) (див. додаток А). В результаті, для деякого довільного вузла $S_{l,m,n}$ центральної сітки дане рівняння набуває такого вигляду:

$$a_{l,m,n}^p \cdot (\Delta_x^2 u_{l,m,n} + \Delta_y^2 u_{l,m,n} + \Delta_z^2 u_{l,m,n}) / h^2 + q_V / (c_{l,m,n}^p \cdot \rho_{l,m,n}^p) = \Delta_\tau \theta_{l,m,n}^p / \Delta \tau_p, \text{ або} \\ a \cdot (\theta_{l-1,m,n}^p + \theta_{l+1,m,n}^p + \theta_{l,m-1,n}^p + \theta_{l,m+1,n}^p + \theta_{l,m,n-1}^p + \theta_{l,m,n+1}^p - 6 \cdot \theta_{l,m,n}^p) / h^2 + \\ + q_V / (c_{l,m,n}^p \cdot \rho_{l,m,n}^p) = (\theta_{l,m,n}^p - \theta_{l,m,n}^{p-1}) / (\tau_p - \tau_{p-1}), \quad (1.66)$$

де верхній індекс p вказує порядковий номер розрахунку усього поля між певними інтервалами часу $\Delta \tau_p$. Дане різницеве рівняння є дуже зручним для комп'ютерної реалізації, однак, сильно обмежене геометрією тіла і необхідністю умови його ізотропності.

Однак, якщо температурна (центральна) сітка матиме довільний крок та форму у зв'язку із неоднорідністю і геометрією тіла, а кожен із його фрагментів матиме форму довільного шестигранника, то і об'єми та площі граней цих фрагментів матимуть відмінні значення. Тоді необхідно ввести дві додаткові фізичні характеристики елементів інтерпретаційної температурної сітки:

1) зосереджену теплоємність фрагменту $C_{l,m,n}^p$ (з центральним вузлом $S_{l,m,n}$):

$$C_{l,m,n}^p = c_{l,m,n}^p \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot V_{l,m,n}^p, \quad (1.67)$$

де $V_{l,m,n}^p$ – об'єм даного фрагмента, що може бути визначений за формулами (2.4.15) або (2.4.17), наприклад;

2) опір теплопередачі $R_{i,j}$ від i -ї до j -ї точок даного тіла, що визначається так:

- при передачі тепла від i -го до j -го центрів суміжних фрагментів (між центральними вузлами $S_{l,m-1,n}$ та $S_{l,m,n}$, наприклад, див. рис. 1.5б.):

$$R_{(\lambda)i,j}^p = \delta_{i,j}^p / (\lambda_{i,j}^p \cdot \Theta_{i,j}^p), \quad (1.68)$$

де

$\delta_{i,j}^p$ – відстань між центрами i -го та j -го елементарних фрагментів;

$\Theta_{i,j}^p$ – площа грані, що перетинає відрізок $S_i S_j$ і може бути визначена за формулами (2.4.13) або (2.4.18);

коефіцієнт теплопровідності $\lambda_{i,j}^p$ має відображати усереднені показники матеріалу обох суміжних елементів;

- при теплообміні між поверхнею i -го елементарного фрагмента, що безпосередньо контактує з повітрям, та деякою умовною зовнішньою j -ю точкою поза межами тіла (наприклад, між точкою A на поверхні тіла і умовним центральним вузлом $S_{l,m+1,n}$, див. рис. 1.5б.):

$$R_{(\alpha)i,j}^p = 1 / (\alpha_{i,j}^p \cdot \Theta_{i,j}^p), \quad (1.69)$$

де $\alpha_{i,j}$ – коефіцієнт конвекційного теплообміну на даній поверхні, що визначається таким чином [43, 228, 276]:

$$\begin{cases} \alpha_{i,j}^p = 3 + \kappa_1 \cdot (\theta_{i,j}^{p-1} - \theta_{Air}^p), & \text{при: } (\theta_{i,j}^{p-1} - \theta_{Air}^p) < 5^\circ \text{C}, \\ \alpha_{i,j}^p = \kappa_2 \cdot (\theta_{i,j}^{p-1} - \theta_{Air}^p)^{1/3}, & \text{при: } (\theta_{i,j}^{p-1} - \theta_{Air}^p) > 5^\circ \text{C}. \end{cases} \quad (1.70)$$

де:

$\theta_{i,j}$ та θ_{Air} – показники температури поверхні тіла та повітря відповідно;

$\kappa_1 = 0.08$ та $\kappa_2 = 1.66$ – емпіричні коефіцієнти.

Із урахуванням величин зосереджених теплоємностей та опорів теплопередачі фрагментів, рівняння (1.66) набуває такої різницевої форми:

$$\begin{aligned}
& \frac{\theta_{l+1,m,n}^p - \theta_{l,m,n}^p}{R_{(l+1,m,n)}^p (C_{l+1,m,n}^p + C_{l,m,n}^p)} - \frac{\theta_{l,m,n}^p - \theta_{l-1,m,n}^p}{R_{(l-1,m,n)}^p (C_{l,m,n}^p + C_{l-1,m,n}^p)} + \frac{\theta_{l,m+1,n}^p - \theta_{l,m,n}^p}{R_{(l,m+1,n)}^p (C_{l,m+1,n}^p + C_{l,m,n}^p)} - \\
& - \frac{\theta_{l,m,n}^p - \theta_{l,m-1,n}^p}{R_{(l,m-1,n)}^p (C_{l,m,n}^p + C_{l,m-1,n}^p)} + \frac{\theta_{l,m,n+1}^p - \theta_{l,m,n}^p}{R_{(l,m,n+1)}^p (C_{l,m,n+1}^p + C_{l,m,n}^p)} - \frac{\theta_{l,m,n}^p - \theta_{l,m,n-1}^p}{R_{(l,m,n-1)}^p (C_{l,m,n}^p + C_{l,m,n-1}^p)} + \\
& + q_V / C_{l,m,n}^p = (\theta_{l,m,n}^p - \theta_{l,m,n}^{p-1}) / (\tau_p - \tau_{p-1}).
\end{aligned} \tag{1.71}$$

Вводячи показник теплопровідності $K_{l,m,n}^p$:

$$K_{l,m,n}^p = 1 / R_{l,m,n}^p, \tag{1.72}$$

та спрощуючи рівність (1.71) відносно значень температури у вузлах, одержимо:

$$\begin{aligned}
& - \left(\left(\begin{aligned} & K_{l+1,m,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l+1,m,n}^p) + K_{l-1,m,n}^p / (C_{l-1,m,n}^p + C_{l,m,n}^p) + \\ & + K_{l,m+1,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m+1,n}^p) + K_{l,m-1,n}^p / (C_{l,m-1,n}^p + C_{l,m,n}^p) + \\ & + K_{l,m,n+1}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m,n+1}^p) + K_{l,m,n-1}^p / (C_{l,m,n-1}^p + C_{l,m,n}^p) \end{aligned} \right) - \frac{1}{\tau_p - \tau_{p-1}} \right) \cdot \theta_{l,m,n}^p + \\
& + \frac{K_{l+1,m,n}^p}{C_{l,m,n}^p + C_{l+1,m,n}^p} \cdot \theta_{l+1,m,n}^p + \frac{K_{l-1,m,n}^p}{C_{l-1,m,n}^p + C_{l,m,n}^p} \cdot \theta_{l-1,m,n}^p + \frac{K_{l,m+1,n}^p}{C_{l,m,n}^p + C_{l,m+1,n}^p} \cdot \theta_{l,m+1,n}^p + \\
& + \frac{K_{l,m-1,n}^p}{C_{l,m-1,n}^p + C_{l,m,n}^p} \cdot \theta_{l,m-1,n}^p + \frac{K_{l,m,n+1}^p}{C_{l,m,n}^p + C_{l,m,n+1}^p} \cdot \theta_{l,m,n+1}^p + \frac{K_{l,m,n-1}^p}{C_{l,m,n-1}^p + C_{l,m,n}^p} \cdot \theta_{l,m,n-1}^p = \\
& = -(\theta_{l,m,n}^{p-1} / (\tau_p - \tau_{p-1}) + q_{V(l,m,n)} / C_{l,m,n}^p).
\end{aligned} \tag{1.73}$$

Розв'язанням системи рівнянь типу (1.73) можна відтворити температурне поле неоднорідного тіла, проте без урахування швидкості руху вологи у його порах. Однак, цей вплив може відіграти вагому роль у перерозподілі тепла, а, значить, і рідини, при прогнозуванні характеру протікання процесів сушіння або прогрівання.

Вважатимемо, що центральні вузли відповідають положенням центрів ваги вологи у елементарних фрагментах даного тіла, які виділяє додаткова сітка. Так як процес руху рідини динамічний, а сама рідина завжди прагне вийти за межі тіла, то очевидно, що в деякий момент часу волога у крайових фрагментах повністю випарується, а це призведе до виродження останніх і осциляцій дискретного образу. Тому на кожному проміжку часу $\Delta\tau_p$ зміщення центрів ваги усіх фрагментів здійснюватимемо відносно одного й того самого початкового їх положення ($s^{p-1}_{l,m,n} = s^0_{l,m,n}$), а не відносно фактичного – попереднього.

При цьому проекції вектора швидкості \bar{w} , апроксимуватимуться лівими скінченно-різницевиими співвідношеннями наступним чином:

$$w_x \approx \Delta_\tau x_{l,m,n}^p / \Delta\tau_p = (x_{l,m,n}^p - x_{l,m,n}^{p-1}) / (\tau_p - \tau_{p-1}), \quad (1.74)$$

$$w_y \approx \Delta_\tau y_{l,m,n}^p / \Delta\tau_p = (y_{l,m,n}^p - y_{l,m,n}^{p-1}) / (\tau_p - \tau_{p-1}), \quad (1.75)$$

$$w_z \approx \Delta_\tau z_{l,m,n}^p / \Delta\tau_p = (z_{l,m,n}^p - z_{l,m,n}^{p-1}) / (\tau_p - \tau_{p-1}). \quad (1.76)$$

Дискретна апроксимація перших похідних від температури по координатах ускладнюється нерівномірністю кроку центральної сітки, та її неортогональністю. Скористаємось законом Фур'є, у відповідності до якого тепловий потік у довільній точці тіла становить:

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \nabla\theta. \quad (1.77)$$

За допомогою центральної скінченої різниці (А.4) абсолютну величину вектору теплового потоку для l -го (в одному напрямку) вузла можна записати наступним чином:

$$q_l \approx \lambda_{l-1,l+1} \cdot |\theta_{l-1} - \theta_{l+1}| / \delta_{l-1,l+1}. \quad (1.78)$$

де $\delta_{l-1,l+1}$ – відстань між попереднім та наступним центрами ваги фрагментів середовища по напрямку l .

Похідні від температури по координатах співпадатимуть за напрямком із

проекціями вектора теплового потоку. Із урахуванням напрямку зміни теплового поля (модуль тут вже відсутній) ці похідні в різницевій формі становитимуть:

$$\partial\theta_l/\partial x \approx (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot \cos \beta / \delta_{l-1,l+1} = (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot (x_{l+1} - x_{l-1}) / \delta_{l-1,l+1}^2, \quad (1.79)$$

$$\partial\theta_l/\partial y \approx (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot \cos \gamma / \delta_{l-1,l+1} = (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot (y_{l+1} - y_{l-1}) / \delta_{l-1,l+1}^2 \quad (1.80)$$

$$\partial\theta_l/\partial z \approx (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot \cos \omega / \delta_{l-1,l+1} = (\theta_{l+1} - \theta_{l-1}) \cdot (z_{l+1} - z_{l-1}) / \delta_{l-1,l+1}^2 \quad (1.81)$$

де $\cos \beta$, $\cos \gamma$ та $\cos \omega$ – це напрямні косинуси відрізка $\delta_{l-1,l+1}$.

Якщо розглядається градієнт температури для центру ваги $S_{l,m,n}$ довільної шестигранної ділянки, суміжної із шістьма фрагментами різної температури та форми, слід враховувати компоненти похідної від інших двох напрямків (m та n) температурної сітки. Отже, одержимо такі формули для першої похідної:

$$\partial\theta_{l,m,n}/\partial x \approx (\theta_{l+1,m,n} - \theta_{l-1,m,n}) \cdot (x_{l+1,m,n} - x_{l-1,m,n}) / \delta_{l+1,m,n}^2 + \quad (1.82)$$

$$+ (\theta_{l,m+1,n} - \theta_{l,m-1,n}) \cdot (x_{l,m+1,n} - x_{l,m-1,n}) / \delta_{l,m+1,n}^2 + (\theta_{l,m,n+1} - \theta_{l,m,n-1}) \cdot (x_{l,m,n+1} - x_{l,m,n-1}) / \delta_{l,m,n+1}^2,$$

$$\partial\theta_{l,m,n}/\partial y \approx (\theta_{l+1,m,n} - \theta_{l-1,m,n}) \cdot (y_{l+1,m,n} - y_{l-1,m,n}) / \delta_{l+1,m,n}^2 +$$

$$+ (\theta_{l,m+1,n} - \theta_{l,m-1,n}) \cdot (y_{l,m+1,n} - y_{l,m-1,n}) / \delta_{l,m+1,n}^2 + (\theta_{l,m,n+1} - \theta_{l,m,n-1}) \cdot (y_{l,m,n+1} - y_{l,m,n-1}) / \delta_{l,m,n+1}^2 \quad (1.83)$$

$$\partial\theta_{l,m,n}/\partial z \approx (\theta_{l+1,m,n} - \theta_{l-1,m,n}) \cdot (z_{l+1,m,n} - z_{l-1,m,n}) / \delta_{l+1,m,n}^2 +$$

$$+ (\theta_{l,m+1,n} - \theta_{l,m-1,n}) \cdot (z_{l,m+1,n} - z_{l,m-1,n}) / \delta_{l,m+1,n}^2 + (\theta_{l,m,n+1} - \theta_{l,m,n-1}) \cdot (z_{l,m,n+1} - z_{l,m,n-1}) / \delta_{l,m,n+1}^2. \quad (1.84)$$

Замінивши проекції вектору \vec{w} та часткові похідні у рівнянні (1.60) виразами (1.74) – (1.76) і (1.82) – (1.84), та виконавши апроксимацію інших його компонентів, аналогічно до рівності (1.73), одержимо:

$$\begin{aligned}
& - \left(\left(\begin{aligned} & K_{l+1,m,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l+1,m,n}^p) + K_{l-1,m,n}^p / (C_{l-1,m,n}^p + C_{l,m,n}^p) + \\ & + K_{l,m+1,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m+1,n}^p) + K_{l,m-1,n}^p / (C_{l,m-1,n}^p + C_{l,m,n}^p) + \\ & + K_{l,m,n+1}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m,n+1}^p) + K_{l,m,n-1}^p / (C_{l,m,n-1}^p + C_{l,m,n}^p) \end{aligned} \right) - \frac{I}{\tau_p - \tau_{p-1}} \right) \cdot \theta_{l,m,n}^p + \\
& + \left(K_{l+1,m,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l+1,m,n}^p) - L \right) \cdot \theta_{l+1,m,n}^p + \left(K_{l-1,m,n}^p / (C_{l-1,m,n}^p + C_{l,m,n}^p) + L \right) \cdot \theta_{l-1,m,n}^p + \\
& + \left(K_{l,m+1,n}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m+1,n}^p) - M \right) \cdot \theta_{l,m+1,n}^p + \left(K_{l,m-1,n}^p / (C_{l,m-1,n}^p + C_{l,m,n}^p) + M \right) \cdot \theta_{l,m-1,n}^p + \\
& + \left(K_{l,m,n+1}^p / (C_{l,m,n}^p + C_{l,m,n+1}^p) - N \right) \cdot \theta_{l,m,n+1}^p + \left(K_{l,m,n-1}^p / (C_{l,m,n-1}^p + C_{l,m,n}^p) + N \right) \cdot \theta_{l,m,n-1}^p - \\
& = - \left(\theta_{l,m,n}^{p-1} / (\tau_p - \tau_{p-1}) + q_{V(l,m,n)} / C_{l,m,n}^p \right).
\end{aligned} \tag{1.85}$$

Тут компоненти L , M , та N визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
L = & \left((x_{l+1,m,n}^p - x_{l-1,m,n}^p) \cdot (x_{l,m,n}^p - x_{l,m,n}^{p-1}) + (y_{l+1,m,n}^p - y_{l-1,m,n}^p) \cdot (y_{l,m,n}^p - y_{l,m,n}^{p-1}) + \right. \\
& \left. + (z_{l+1,m,n}^p - z_{l-1,m,n}^p) \cdot (z_{l,m,n}^p - z_{l,m,n}^{p-1}) \right) / \left(\delta_{l+1,m,n}^{p2} \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \right),
\end{aligned} \tag{1.86}$$

$$\begin{aligned}
M = & \left((x_{l,m+1,n}^p - x_{l,m-1,n}^p) \cdot (x_{l,m,n}^p - x_{l,m,n}^{p-1}) + (y_{l,m+1,n}^p - y_{l,m-1,n}^p) \cdot (y_{l,m,n}^p - y_{l,m,n}^{p-1}) + \right. \\
& \left. + (z_{l,m+1,n}^p - z_{l,m-1,n}^p) \cdot (z_{l,m,n}^p - z_{l,m,n}^{p-1}) \right) / \left(\delta_{l,m+1,n}^{p2} \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \right),
\end{aligned} \tag{1.87}$$

$$\begin{aligned}
N = & \left((x_{l,m,n+1}^p - x_{l,m,n-1}^p) \cdot (x_{l,m,n}^p - x_{l,m,n}^{p-1}) + (y_{l,m,n+1}^p - y_{l,m,n-1}^p) \cdot (y_{l,m,n}^p - y_{l,m,n}^{p-1}) + \right. \\
& \left. + (z_{l,m,n+1}^p - z_{l,m,n-1}^p) \cdot (z_{l,m,n}^p - z_{l,m,n}^{p-1}) \right) / \left(\delta_{l,m,n+1}^{p2} \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \right).
\end{aligned} \tag{1.88}$$

Розв'язання системи рівнянь (1.85) дозволяє відтворити температурне поле вологого капілярнопористого тіла з урахуванням швидкості руху рідини у ньому. Слід звернути увагу, що за відсутності руху вологи у порах, рівність (1.85) спрощується до рівняння (1.73). Окрім того, якщо рух рідини локальний, можливе

сумісне розв'язання системи рівнянь (1.73) і (1.46), складених для вузлів теплової сітки, у яких рух рідини відсутній, та вузлів, у яких цей рух має місце.

Фізичні параметри λ , c і ρ для кожного елементарного фрагмента мають визначатися із урахуванням вмісту води у них, та їх температури на попередніх етапах розрахунку. Способи визначення цих величин наведено у додатку Ж.

Якщо температурне поле неперервне і визначене у кожній точці тіла, то величина щільності механічних термодифузійних сил \bar{f}_θ , які діють на це тіло і на вологу в ньому, визначається за формулою [88, 89]:

$$\bar{f}_\theta = -(\nabla\theta)/(\theta + 273^\circ \text{C}). \quad (1.89)$$

Однак, якщо поле температури представлено дискретною множиною параметрів, доцільно замінити часткові похідні їх апроксимаційними співвідношеннями (1.82) – (1.84).

1.2.5. Геометрична модель поля вологості та його впливу у капілярнопористому тілі

Показник відносної вологості капілярнопористого тіла u (%) пов'язаний із його вологістю W залежністю:

$$u = (W/(W + 1)) \cdot 100\% . \quad (1.90)$$

Вологість деякого фрагмента тіла представляє собою відношення маси води у ньому m_w до усієї маси вологого матеріалу в межах даного фрагмента ($m_M + m_w$):

$$u = (m_w / (m_M + m_w)) \cdot 100\% , \quad (1.91)$$

де m_M – маса матеріалу у абсолютно сухому стані.

В практичних задачах показники вологістю W та відсоткового вмісту води u однаково характеризують міру насиченості даного тіла рідиною. Однак, процес визначення відносної вологості викликає значно менше ускладнень з математичної точки зору, оскільки його зв'язок із температурою і внутрішньо-

поровим тиском можна встановити значно простіше, ніж зв'язок зазначених фізичних величин із вологістю (див. систему (Д.1) – (Д.3), додаток Д).

У нестационарних умовах зміна вологості капілярнопористого тіла (за аналогією з теплопровідністю для неоднорідного тривимірного зразку матеріалу) описуватиметься наступним диференціальним рівнянням [228]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{I}{10} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta_x}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\beta_y}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta_z}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right), \quad (1.92)$$

де

β_x , β_y та β_z – коефіцієнти пропорційності, що характеризують матеріал по відношенню до переміщення у ньому води у напрямках Ox , Oy , та Oz відповідно (коефіцієнти вологопровідності, $г/м \cdot год\%$);

I – кількість води в $г$, що необхідна для підвищення вологості I кг матеріалу на 1% .

На величину β впливають: структура матеріалу, характер зв'язку води з матеріалом, їх температура, а також вологість матеріалу. Перераховані фактори (за виключенням температури) враховуються при дослідному визначенні коефіцієнта вологопровідності. Вплив же температури може бути врахований теоретично. Відтак, в подальших розрахунках вплив температури θ враховуватимемо за наступною емпіричною формулою:

$$\beta_{\theta} = \beta_{15} \cdot (1 + 0.04 \cdot \theta) \cdot 1.6^{-\theta}, \quad (1.93)$$

де β_{15} – коефіцієнт вологопровідності того ж матеріалу при температурі $15^{\circ}C$. Загалом, коефіцієнт вологопровідності (для будь-якої температури) є також функцією від вологості

$$\beta_{\theta} = \zeta(\theta, u), \quad (1.94)$$

а характер цієї функції найлегше встановити експериментальним шляхом. Приклад пошуку залежності β від u при $\theta = 15^{\circ}C$ продемонстровано у додатку Ж.

Якщо досліджуваний матеріал виявляє ізотропні властивості стосовно здатності вологопровідності по усьому об'єму, то рівняння (3.3.3) спрощується наступним чином:

$$\partial u / \partial \tau = \beta_0 \cdot \nabla^2 u / (10 \cdot \rho), \quad (1.95)$$

Для переходу від суцільного поля вологості до дискретного скористаємось розбиттям досліджуваного тіла на ті ж елементарні фрагменти, що й при дискретній апроксимації температурного поля.

Замінімо похідну за часом на ліві скінченно-різницеve співвідношення (А.3), а другі похідні по координатах на центральні різницеve співвідношення типу (А.11) для можливості нерівномірного розбиття досліджуваної області. Після ряду перетворень одержимо неявну розрахункову схему:

$$\begin{aligned} & \left(A + B + C - 10 \cdot \rho_{l,m,n}^p / (\beta_{l,m,n}^p \cdot (\tau_p - \tau_{p-1})) \right) \cdot u_{l,m,n}^p + D \cdot u_{l-1,m,n}^p + \\ & + E \cdot u_{l+1,m,n}^p + F \cdot u_{l,m-1,n}^p + G \cdot u_{l,m+1,n}^p + H \cdot u_{l,m,n-1}^p + I \cdot u_{l,m,n+1}^p = \\ & = -10 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot u_{l,m,n}^{p-1} / (\beta_{l,m,n}^p \cdot (\tau_p - \tau_{p-1})), \end{aligned} \quad (1.96)$$

де коефіцієнти при вузлових показниках відносної вологості становлять:

$$A = I_x^{\bullet\bullet} = -2 / \left(\Delta x_{l,m,n} \cdot \Delta x_{l,m,n} \right), \quad (1.97)$$

$$B = I_y^{\bullet\bullet} = -2 / \left(\Delta y_{l,m,n} \cdot \Delta y_{l,m,n} \right), \quad (1.98)$$

$$C = I_z^{\bullet\bullet} = -2 / \left(\Delta z_{l,m,n} \cdot \Delta z_{l,m,n} \right), \quad (1.99)$$

$$D = L_x^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta x_{l,m,n} \cdot \left(\Delta x_{l,m,n} + \Delta x_{l,m,n} \right) \right), \quad (1.100)$$

$$E = M_x^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta x_{l,m,n} \cdot \left(\Delta x_{l,m,n} + \Delta x_{l,m,n} \right) \right), \quad (1.101)$$

$$F = L_y^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta y_{l,m,n} \cdot \left(\Delta y_{l,m,n} + \Delta y_{l,m,n} \right) \right), \quad (1.102)$$

$$G = M_y^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta y_{l,m,n} \cdot \left(\Delta y_{l,m,n} + \Delta y_{l,m,n} \right) \right), \quad (1.103)$$

$$H = L_z^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta z_{l,m,n} \cdot \left(\Delta z_{l,m,n} + \Delta z_{l,m,n} \right) \right), \quad (1.104)$$

$$I = M_z^{\bullet\bullet} = 2 / \left(\Delta z_{l,m,n} \cdot \left(\Delta z_{l,m,n} + \Delta z_{l,m,n} \right) \right). \quad (1.105)$$

Рівність (1.96) виконується у всіх внутрішніх точках вологого тіла. Однак, для визначення вологості у точках, що межують із повітрям, необхідно скористатися явною розрахунковою схемою, використавши праві скінченні різниці для апроксимації першої похідної за часом.

Кількість вологи, що приходить за час $\Delta\tau_p$ з середини пористого тіла до поверхні граней, нормальних до одного з напрямків індексації центральної сітки (l , m чи n), визначається за наступними формулами:

$$U_{I(l)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot \Delta\tau_p \cdot \left(\partial u / \partial l \right) \Big|_{l \pm 1, m, n}, \quad (1.106)$$

$$U_{I(m)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot \Delta\tau_p \cdot \left(\partial u / \partial m \right) \Big|_{l, m \pm 1, n}, \quad (1.107)$$

$$U_{I(n)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot \Delta\tau_p \cdot \left(\partial u / \partial n \right) \Big|_{l, m, n \pm 1}. \quad (1.108)$$

Тут показано саме похідні по напрямку, оскільки в загальному випадку грані досліджуваної конструкції можуть бути розташовані довільно відносно напрямків нумерації центральної сітки. Однак, якщо ці напрямки співпадають із напрямками координатних осей і перпендикулярні до граней, то у різницевій формі рівності (1.106) – (1.108) записуються так:

$$U_{I(l)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \cdot \left(u_{l \pm 1, m, n}^{p-1} - u_{l, m, n}^{p-1} \right) / \left| x_{l \pm 1, m, n} - x_{l, m, n} \right|, \quad (1.109)$$

$$U_{I(m)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \cdot \left(u_{l, m \pm 1, n}^{p-1} - u_{l, m, n}^{p-1} \right) / \left| y_{l, m \pm 1, n} - y_{l, m, n} \right|, \quad (1.110)$$

$$U_{I(n)l,m,n}^p = \beta_{l,m,n}^p \cdot (\tau_p - \tau_{p-1}) \cdot \left(u_{l, m, n \pm 1}^{p-1} - u_{l, m, n}^{p-1} \right) / \left| z_{l, m, n \pm 1} - z_{l, m, n} \right|. \quad (1.111)$$

Кількість вологи, що випаровується з поверхонь тіла, перпендикулярних напрямкам l , m та n та осям x , y та z , однаково становить:

$$U_{2l,m,n}^p = (\tau_p - \tau_{p-1}) \cdot (E_{\theta l,m,n}^{p-1} - e_{\Pi}) / R_{\Pi}^p. \quad (1.112)$$

Тут $E_{\theta l,m,n}^{p-1}$ – максимальна пружність водяної пари (в *мм рт. ст.*), що відповідає температурі θ^{p-1} поверхні на попередньому етапі ітераційного числення, і залежить від температури даної поверхні:

$$E_{\theta} = \zeta(\theta); \quad (1.113)$$

приклад останньої залежності наведено у додатку Ж; e_{Π} – пружність водяної пари в повітрі (в *мм рт. ст.*); R_{Π}^p – опір вологообміну (в *мм·год·м²/г*) на поверхні матеріалу, що визначається за формулою:

$$R_{\Pi}^p = 1 - \gamma^p / 100\%, \quad (1.114)$$

де γ^p – відносна вологість повітря, що становить:

$$\gamma^p = (e_{\Pi} / E_{\theta l,m,n}^{p-1}) \cdot 100\%, \quad (1.115)$$

звідки:

$$e_{\Pi} = \gamma^p \cdot E_{\theta l,m,n}^{p-1} / 100\%. \quad (1.116)$$

Величина γ може бути визначена із безпосередньої експериментальної залежності від вологості u (на поверхні чи в середині капілярнопористого тіла):

$$\gamma = \zeta(u). \quad (1.117)$$

Приклад даної залежності приведено в додатку Ж.

Кількість вологи, необхідна для зміни вологості фрагментів товщею $\Delta x/2$, $\Delta y/2$ або $\Delta z/2$, які безпосередньо контактують із повітрям, на величину Δu становить:

$$U_{3(l)l,m,n}^p = (\Delta x/2) \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot 10 \cdot \Delta u_{l,m,n}^p = 5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |x_{l\pm 1,m,n} - x_{l,m,n}| \cdot (u_{l,m,n}^p - u_{l,m,n}^{p-1}) \quad (1.118)$$

$$U_{3(m)l,m,n}^p = (\Delta y/2) \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot 10 \cdot \Delta u_{l,m,n}^p = 5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |y_{l,m\pm 1,n} - y_{l,m,n}| \cdot (u_{l,m,n}^p - u_{l,m,n}^{p-1}), \quad (1.119)$$

$$U_{3(n)l,m,n}^p = (\Delta z/2) \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot 10 \cdot \Delta u_{l,m,n}^p = 5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |z_{l,m,n\pm 1} - z_{l,m,n}| \cdot (u_{l,m,n}^p - u_{l,m,n}^{p-1}). \quad (1.120)$$

Запишемо умову балансу вологи у граничних фрагментах

$$U_{1l,m,n}^p - U_{2l,m,n}^p = U_{3l,m,n}^p \quad (1.121)$$

для кожного напрямку центральної сітки із урахуванням виразів (1.109) – (1.111), (1.112) і (1.118) – (1.120), та виділимо з них поточні показники вологості:

$$u_{(l)l,m,n}^p = u_{l,m,n}^{p-1} + \frac{(\tau_p - \tau_{p-1})}{5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |x_{l\pm 1,m,n} - x_{l,m,n}|} \cdot \left(\frac{\beta_{l,m,n}^p \cdot (u_{l\pm 1,m,n}^{p-1} - u_{l,m,n}^{p-1})}{|x_{l\pm 1,m,n} - x_{l,m,n}|} - \frac{(E_{\theta l,m,n}^{p-1} - e_{\Pi})}{R_{\Pi}^p} \right), \quad (1.122)$$

$$u_{(m)l,m,n}^p = u_{l,m,n}^{p-1} + \frac{(\tau_p - \tau_{p-1})}{5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |y_{l,m\pm 1,n} - y_{l,m,n}|} \cdot \left(\frac{\beta_{l,m,n}^p \cdot (u_{l,m\pm 1,n}^{p-1} - u_{l,m,n}^{p-1})}{|y_{l,m\pm 1,n} - y_{l,m,n}|} - \frac{(E_{\theta l,m,n}^{p-1} - e_{\Pi})}{R_{\Pi}^p} \right), \quad (1.123)$$

$$u_{(n)l,m,n}^p = u_{l,m,n}^{p-1} + \frac{(\tau_p - \tau_{p-1})}{5 \cdot \rho_{l,m,n}^p \cdot |x_{l\pm 1,m,n} - x_{l,m,n}|} \cdot \left(\frac{\beta_{l,m,n}^p \cdot (u_{l\pm 1,m,n}^{p-1} - u_{l,m,n}^{p-1})}{|x_{l\pm 1,m,n} - x_{l,m,n}|} - \frac{(E_{\theta l,m,n}^{p-1} - e_{\Pi})}{R_{\Pi}^p} \right). \quad (1.124)$$

За формулами (1.122) – (1.124) можна встановити показники вологості матеріалу на поверхні тіла, що піддається сушінню чи прогріву. Одержані за явною розрахунковою схемою, ці показники фактично являтимуться крайовими умовами для відтворення температурно-вологісного режиму всередині даного тіла.

Вектор щільності дифузійних сил, зумовлених полем вологомисткості W , є функцією хімічного потенціалу ϖ і температури або температури і відносної вологості повітря у порах:

$$\bar{f}_u = -(\theta + 273^\circ \text{C}) \cdot \nabla \left(\frac{\varpi}{(\theta + 273^\circ \text{C})} \right) = -R_g \cdot (\theta + 273^\circ \text{C}) \cdot \nabla \lg \gamma, \quad (1.125)$$

так як величину хімічного потенціалу в гігроскопічній області можна виразити через температуру й відносну вологість [88]:

$$\varpi = R_g \cdot (\theta + 273^\circ \text{C}) \cdot \lg \gamma. \quad (1.126)$$

Тут і надалі: R_g – універсальна газова стала.

Апроксимуючи вираз (1.125) різницевиими співвідношеннями типу (A.10) або (1.82) – (1.84), одержимо компоненти шуканого вектору на основі дискретних показників поля вологості.

1.3. Обґрунтування вибору напрямку досліджень та обраного інструментарію

Найбільш уживаними чисельними методами, які застосовуються при моделюванні температурних полів є метод скінченних елементів [1, 2, 3], метод граничних елементів [4] та метод скінченних різниць [5, 6, 7].

Перший з методів є найбільш універсальним, оскільки допускає майже будь-яку варіацію геометричних параметрів ділянки або області, у якій досліджується процес розповсюдження температурного поля, а також велику кількість можливих підходів до дискретизації цієї ділянки. Цей метод являється особливо ефективним у випадку, коли досліджувані конструкції мають складну геометрію з різкими зменшенням або збільшенням товщин матеріалів, оскільки на таких ділянках часто виникають високі концентрації ізоляцій температурного поля, що в свою чергу призводить до необхідності деталізації розрахункової моделі та ущільнення дискретизації. При цьому, окремі елементи моделі (обмежені розрахунковими вузлами) можуть значною мірою відрізнятися за розмірами, формою та топологічними ознаками. Висока адаптивність методу скінченних елементів є наслідком застосування великого розмаїття функцій форм самих скінчених елементів, що представляють собою локальні інтерполяційні поліноми і дозволяють віднаходити усереднені показники шуканих параметрів за їх

вузловими значеннями (але в межах одного елемента). Для кожного вузла моделі складається рівняння, що описує взаємовплив суміжних елементів та вузлів. Розв'язання одержаної системи дає можливість визначити температуру в кожному вузлі.

Метод граничних елементів передбачає схожий підхід до відтворення температурного поля, однак, в більшості випадку, є більш складним, оскільки вимагає від дослідника чи інженера побудову комплексних функціонально заданих граничних умов моделювання. Такі граничні умови часто передбачають виконання ряду інтегральних перетворень та інших математичних дій, застосування елементів теорії параметризації та переважно є прерогативою спеціалістів високого рівня підготовки.

Метод скінченних різниць також потребує побудову дискретної моделі досліджуваної ділянки або об'єкта, однак в більшості інтерпретацій передбачає певні обмежені, пов'язані з використанням рівномірного кроку розбиття моделі, а також ортогональної сітки або з чарунками однаковими за топологічними ознаками. Найбільш поширеними й простими для реалізації розрахунків є трикутні, чотирикутні та шестикутні чарунки з прямолінійними ребрами. Можливість використання обчислювальних шаблонів, що застосовуються для кожного вузла моделі при побудові рівнянь взаємозв'язку між показниками температур суміжних вузлів, робить метод скінченних різниць найбільш наочним та простим для системного розрахунку. При цьому дослідник має можливість досягти практично будь-якої точності розрахунку за рахунок зменшення кроку вузлів та збільшення кількості чарунок відповідно.

Спільною рисою усіх цих методів є системний підхід до розв'язання та в більшості випадків необхідність у реалізації ітераційного числення, збіжність якого не завжди можлива, особливо, якщо рівняння мають нелінійний характер, а досліджувана область піддається складним функціональним тепловим навантаженням внутрішніх і зовнішніх джерел енергії.

Постановка проблеми. В процесі проектування сучасних енергоефективних будівель, що відповідають передовим європейським та міжнародним стандартам,

багато уваги приділяється вирішенню задач забезпечення надійності роботи теплової оболонки цих будівель, а також усуненню наявних при стандартних архітектурно-конструктивних рішеннях містків холоду. Як правило, для того, щоб ефективно вирішувати ці дві задачі, необхідно вдаватися до чисельного моделювання температурних полів у кожному нетривіальному вузлі огорожувальних конструкцій досліджуваної будівлі. При цьому виникає дві проблеми:

1) моделювання температурних полів у товщі конструкцій, що мають складну геометричну форму, або є неоднорідними, представляє собою достатньо складну задачу, що може вимагати значно вищого рівня кваліфікації інженера-проектувальника, ніж той, що він отримує в рамках класичної освітньої програми;

2) навіть за наявності побудованого температурного поля не завжди очевидно, яких саме заходів вимагає досліджуваний конструктивний вузол для поліпшення його теплоізоляційних властивостей.

Відтак, більшість проектувальників, за умови невідповідності приведенного опору теплопередачі вузла нормативному значенню, вдаються до примітивного заходу по збільшенню товщини зовнішнього шару утеплювача по всьому периметру теплової оболонки, враховуючи загальну площу огорожувальних конструкцій, яка включає такі вузли. Загалом, це призводить до нерівномірних тепловтрат крізь теплову оболонку будівлі та перевитратам ізоляційних матеріалів.

Отже, вкрай гострим і актуальним стає питання щодо спрощення розрахункових методик для відтворення температурних полів у архітектурно-конструктивних вузлах, а також питання розробки дієвих алгоритмів по оптимізації конструктивних рішень даних вузлів після аналізу попередньо одержаного характеру розподілу їх температурних ізоліній.

Формулювання цілей та завдання. Беручи до уваги все вище зазначене, побудуємо алгоритм корегування вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі з урахуванням зміни характеру тепловтрат при внесенні відповідних коректив.

Огляд основних досліджень. У джерелах [1-7] детально розглянуто найбільш розповсюджені чисельні методи, які застосовуються при моделюванні температурних полів, а саме:

- 1) метод скінченних елементів;
- 3) метод скінченних різниць;
- 2) метод граничних елементів.

Метод скінченних елементів є найбільш уживаним, оскільки допускає майже будь-яку варіацію геометричних параметрів ділянки або області моделювання, у якій досліджується процес розповсюдження температурного поля. Даний метод стає особливо ефективним у випадку, коли досліджувані архітектурно-конструктивні вузли мають складну геометрію. Метод скінченних елементів має високу адаптивність, оскільки передбачає застосування великого розмаїття функцій форм окремих скінчених елементів, що представляють собою локальні інтерполяційні поліноми і дозволяють віднаходити усереднені показники шуканих параметрів за їх вузловими значеннями. Для кожного вузла моделі складається рівняння, що описує взаємовплив суміжних елементів та вузлів один на одного. Розв'язання одержаної системи дозволяє визначити температуру в кожному вузлі й у подальшому віднаходити проміжні значення температурних показників із використанням як локальної, так і глобальної інтерполяції й екстраполяції.

Метод скінченних різниць також потребує побудови дискретної моделі досліджуваної ділянки або об'єкта, однак в більшості інтерпретацій передбачає певні обмеження, пов'язані з використанням рівномірного кроку розбиття моделі, а також ортогональної сітки або з чарунками однаковими за топологічними ознаками. На відміну від методу скінченних елементів, метод скінченних різниць є більш наочним та простим для системного розрахунку та комп'ютерної реалізації. При цьому метод скінченних різниць дає можливість досягти практично будь-якої точності розрахунку за рахунок зменшення кроку дискретизації та збільшення кількості чарунок відповідно, щоправда, даний метод є досить обмеженим у своїх

можливостям, коли мова йде про необхідність локального згущення сітки при аналізі ділянок концентрації ізоліній температурних полів.

Метод граничних елементів передбачає подібний підхід до побудови температурного поля, однак, в більшості випадку, є більш складним, оскільки вимагає від дослідника чи інженера побудову комплексних функціонально заданих граничних умов моделювання. А це в свою чергу потребує глибокого розуміння процесів тепломасообміну, які відбуваються у тілі конструкції, що призводить до ускладнень при формуванні як граничних, так і початкових умов моделювання. Відтак даний метод є найменш уживаним.

Якщо температурне поле відтворене у дискретній формі й представлене точковим каркасом досліджуваного архітектурно-конструктивного вузла, то пошук ймовірних містків холоду можна звести до визначення найкоротших траєкторій проходження теплового потоку від тих точок на ділянках внутрішньої та зовнішньої поверхонь цього вузла, які викликають сумніви через значне падіння чи підняття температури відповідно.

При плоскій – двовимірній – постановці задачі визначення траєкторій найшвидших тепловтрат (містків холоду) може бути зведене до застосування алгоритмів найшвидшого підйому або спуску (залежно від того, із зовнішньої чи з внутрішньої поверхні конструктивного вузла розпочинається моделювання містка холоду) з використанням одновимірного пошуку [8]. Плоска постановка задачі є найбільш поширеною та являється достатньо інформативною для детального аналізу ефективності прийнятих конструктивних рішень та при необхідності пошуку шляхів їх корегування. В той же час, для застосування алгоритмів найшвидшого підйому або спуску необхідно шляхом локальної або глобальної інтерполяції одержати суцільну картину температурного поля між вузлами досліджуваної дискретної моделі вузла.

В роботах [9] та [10] було продемонстровано застосування інтерполяції гіперболічними параболоїдами при регулярній або ортогональній у плані сітці II-го типу (із прямокутними чарунками). В той же час, така інтерполяція є локальною й вимагає написання додаткових алгоритмів, що забезпечують зміну

інтерполяційної функції при переході із однієї чарунки до іншої. А це не дуже зручно у випадку роботи з дискретним каркасом із високою щільністю вузлів.

Відтак більш доцільною для вирішення відповідної задачі є глобальна інтерполяція, в результаті якої одержується єдина функція температурного поля, найшвидші спуски і підйоми по якій можуть бути побудовані без дотримання умов заміни інтерполяційних функцій на різних ділянках вузла. Одним із найбільш вдалих підходів до побудови такої глобальної інтерполяційної функції було продемонстровано в роботі [8].

В роботі [11] було запропоновано виконувати глобальну інтерполяцію температурного поля, при якій та поверхня (зовнішня або внутрішня), температура якої вища, буде представляти собою умовне джерело, а інша – умовний сток, значення умовних щільностей ξ_j виділення (пропускання) або поглинання теплової енергії (поверхнею Ω_j витоку або стоку відповідно) яких визначатимуться з умови дотримання встановлених температур цих поверхонь.

При вирішенні ряду задач будівельної фізики та теплотехніки перед інженерами та науковцями часто постає потреба у визначенні величини теплового потоку у різних точках огорожувальних конструкцій. Зокрема, це потрібно при визначенні необхідного опору теплопередачі та товщини теплової оболонки будівлі в різних її місцях. В більшості випадків товщини теплової ізоляції задають однаковими для вертикальних, горизонтальних та похилих огорожувальних конструкцій. При цьому такі товщини приймаються за максимальними значеннями, які відповідають характерним вузлам із найбільшими тепловтратами, що містять містки холоду, в результаті чого можуть виникати значні перевитрати теплоізоляційних матеріалів. Однак, на практиці таких вузлів набагато менше ніж однорідних плоских ділянок зі сталим опором теплопередачі, а значить теплоізоляційний прошарок має сенс влаштовувати із різною товщиною на різних фрагментах огорожувальних конструкцій.

Для визначення товщин утеплювача при застосуванні теплоізоляційної оболонки змінної товщини доцільно користуватися даними щодо теплового

потоків крізь товщу конструкцій. Можливі два підходи, що можуть дозволити визначити величини теплового потоку:

1) на основі чисельного дискретного моделювання температурного поля з подальшим пошуком ліній току теплової енергії, аналізом довжини цих ліній та різниці температури на початку та на кінці траєкторій;

2) на основі інтегрально-аналітичного моделювання неперервного температурного поля з подальшим розрахунком величин теплового потоку, як абсолютних величин градієнтів одержаного поля.

Перший підхід передбачає чималі трудовитрати й використання таких чисельних методів, як метод скінченних елементів або метод скінченних різниць при визначенні вузлових значень температурних полів. Окрім того, при такому підході необхідно виконувати подальше багаторазове локальне інтерполювання для пошуку траєкторій витоку тепла із використанням методів градієнтного спуску, наприклад.

Другий підхід є менш трудомістким і може бути реалізований на основі припущення, що внутрішні поверхні огорожувальних конструкцій представляють собою джерела теплової енергії, а зовнішні поверхні – являються споживачами цієї енергії. Лінії току теплової енергії такого поля повинні співпадати з фактичними лініями току температурного поля (в тому числі одержаного на основі чисельного моделювання). Даний підхід представляє значний інтерес з точки зору подальших досліджень.

Мета і завдання дослідження. *Мета* дисертаційної роботи полягає у розробці геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель та вдосконаленні процесу проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій загалом.

Для реалізації зазначеної мети, необхідно виконати такі *завдання*:

1. Проаналізувати сучасний стан досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів, що протікають в експлуатованих огорожувальних конструкціях будівель;

2. Дослідити основні аспекти системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій з позицій геометричного моделювання;

3. Розробити алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

4. Дослідити практичні аспекти геометричного моделювання температурних полів огорожувальних конструкцій будівель та їх проектування;

5. Провести моделювання температурних полів для найбільш характерних вузлів огорожувальних конструкцій та аналіз характеру розподілу їх ізотерм;

6. Виконати програмну реалізацію алгоритму побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

7. Виконати впровадження результатів дисертаційного дослідження в практику проектування теплових оболонок огорожувальних конструкцій будівель.

Об'єктом дослідження є вдосконалення процесу проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель.

Предмет дослідження – геометрично інтерпретаційний спосіб побудови температурних полів експлуатованих огорожувальних конструкцій будівель.

Методи дослідження. У ході роботи використано методи геометричного моделювання, методи будівельної фізики, чисельні методи, методи інтегрально-аналітичного моделювання, методи багатофакторної оптимізації, системний аналіз, методи прийняття рішень.

Наукову базу здійснених досліджень становлять подані у списку літературних джерел праці вітчизняних та закордонних учених з обчислювальної геометрії, теорії кривих і поверхонь, апроксимації та інтерполяції, множин і графів, математичного моделювання об'єктів і процесів, баз даних, алгоритмів, програмування, оптимізації, архітектурно-будівельного проектування, комп'ютерної графіки. Відповідні посилання є в тексті дисертації.

Наукова новизна роботи полягає у розробці геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу, зокрема:

вперше:

– запропоновано використання геометрично інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

– розроблено алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

удосконалено:

– підхід до відтворення температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

– методологію визначення раціональних теплофізичних параметрів огорожувальних конструкцій на основі змодельованих температурних полів;

отримало подальший розвиток:

– теорія архітектурно-будівельного проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій за допомогою використання інтерпретаційного способу побудови температурних полів огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу.

1.4. Висновки до Розділу 1

Запропонований алгоритм визначення змінної товщини теплоізоляційного шару представляє інтерес не лише для громадських будинків, але й для будівель та споруд промислового або сільськогосподарського призначення. Особливий інтерес представляє його застосування з використанням технології наплення пінополіуретану. Доцільно застосовувати такий тип утеплення при проектуванні й улаштуванні систем вентилязованого фасаду.

Слід додати, що представлений алгоритм потребує подальшого розвитку й удосконалення, оскільки вимагає визначення величин тепловтрат на різних ділянках фасаду, що є досить складною і трудомісткою задачею.

Перспективним напрямком досліджень являється також розробка математичного апарату моделювання теплових полів без застосування громіздких чисельних методів розрахунків. Наприклад, застосування інтерполяційних формул для відтворення температурних полів в досліджуваній зоні могло б значно скоротити витрати часу при побудові ліній току, розрахунку тепловтрат, а також при пошуку містків холоду в зовнішніх огорожувальних конструкціях.

Основні теоретичні положення розділу розкриті в таких публікаціях автора:

1. Якусевич С. Г., Плоский В. О. Деякі аспекти ефективного влаштування теплоізоляційної оболонки будинку – Енергоефективність в будівництві та архітектурі, Вип. 9, 2017, – С.259 - 266

2. Якусевич С.Г., Плоский В.О. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 94, – С. 88-94.

3. Якусевич С.Г. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 95, – С. 206.

4. Якусевич С.Г. Деякі аспекти визначення теплового потоку на зовнішніх поверхнях вузлів огорожувальних конструкцій будинка – Тези конференції «Build-Master-Class 2017» – С.??-??

Розділ 2. Геометричне моделювання температурних полів конструктивних вузлів огорожувальних конструкцій будівель та споруд

При вирішенні більшості задач будівельної фізики, які пов'язані з дослідженням температурно-вологісного режиму приміщень або будівель в цілому, виникає необхідність у відтворенні температурних полів у елементах і вузлах зовнішніх огорожувальних конструкцій. Найчастіше проектувальники та науковці вдаються до використання чисельного моделювання, на основі якого отримуються дані щодо значень температур у деяких точках наперед визначеної сітки. Однак, ці дані носять дискретний характер і ускладнюють точне визначення інших важливих фізичних показників, таких як тепловтрати у довільній точці поверхні огорожувальної конструкції або температура поверхні у деякій іншій точці, що не належить до сітки базових вузлів чисельної моделі. Тому, після моделювання температурного поля у визначених точках моделі вдаються до інтерполяційних алгоритмів, які дозволяють отримати проміжні дані між базовими розрахунковими вузлами. Все це призводить до використання комп'ютерних програм, які працюють на основі чисельних методів. Операційні алгоритми таких програм, як правило, є закритими і комерційними й користувачі не мають можливості перевіряти їх точність і коректність з фізично точки зору. Натомість, методи, що дозволяють на основі певних допущень відтворювати неперервні функції температурних полів майже не розвиваються, оскільки передбачають складні математичні перетворення та вимагають від інженера або науковця наявності високого рівня підготовки й кваліфікації. Очевидно, розробка відносно простих та наочних методів побудови функцій неперервних температурних полів є актуальною та важливою з практичної точки зору проблемою.

2.1. Математична модель температурного поля огорожувальних конструкцій

Перш за все, необхідно з'ясувати умови існування деякої неперервної функції

$$T = f(x, y), \quad (2.1)$$

що визначатиме температуру T в середині конструкцій.

Для цього розглянемо диференційне рівняння теплопровідності:

$$a \cdot \Delta T + \frac{\gamma}{c \cdot \rho} = \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (2.2)$$

де a – коефіцієнт температуропровідності, що визначається за формулою:

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}; \quad (2.3)$$

де

λ , c та ρ – коефіцієнт теплопровідності, питома теплоємність та густина матеріалу конструкції відповідно;

γ – джерело теплоти (просторова щільність джерел теплової енергії), виділеної в одиниці об'єму середовища за одиницю часу τ ;

Δ – оператор Лапласа, що для m -вимірному простору визначається за формулою:

$$\Delta = \nabla^2 = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}, \quad m = 1, 2, 3; \quad (2.4)$$

∇ – оператор Гамільтона, що для m -вимірному простору має таку форму:

$$\nabla = \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x_i} \cdot \bar{e}_i, \quad m = 1, 2, 3. \quad (2.5)$$

Для випадку стаціонарної теплопередачі, що найчастіше розглядається у задачах будівельної фізики:

$$\lambda \cdot \Delta T + \gamma = 0, \quad (2.6)$$

Очевидно, що шукана функція (1.1) має задовільняти диференційному рівнянню в часткових похідних параболічного типу (2.6). Окрім того, функція (2.1) повинна бути потенціальною, оскільки, за законом Фур'є, тепловий потік \bar{q} знаходиться у градієнтній залежності з температурою T :

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \nabla T. \quad (2.7)$$

Щоб побудувати неперервну функцію температури, звернемося до принципів побудови функцій потенціалу електростатичних полів [8, 9]. Відповідні функції також повинні бути потенціальними й задовільняти аналогічному до (2.6) диференціальному рівнянню.

2.1.1. Умови існування неперервної функції температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій

Розглянемо довільну суцільну огорожувальну конструкцію. Якщо розглядати її внутрішню поверхню, то по відношенню до матеріалу самої конструкції ця поверхня представлятиме собою передатчик тепла від внутрішніх приміщень або джерело тепла. З іншого боку, зовнішня поверхня конструкції по відношенню до її внутрішнього матеріалу представлятиме собою поглинач теплової енергії й передатчик цієї енергії у зовнішнє середовище. Іншими словами, якщо не розглядати зовнішнє та внутрішнє середовище, то внутрішню поверхню огорожувальної конструкції можна вважати умовним поверхневим джерелом витоку енергії, а зовнішню поверхню – умовним поверхневим стоком енергії. Фактично та поверхня, температура якої вища, буде представляти собою умовне джерело, а інша – умовний сток. Тому в теплу пору року, коли приміщення штучно охолоджуватимуться, ситуація змінюватиметься на протилежну і внутрішня поверхня перетворюватиметься на сток, а зовнішня – на виток.

Для того, щоб записати функцію температури в i -й точці, що розповсюджуватиметься від j -го витоку або стоку енергії, необхідно ввести додаткову величину ξ_j , яка представлятиме собою умовну щільність виділення (пропускання) або поглинання теплової енергії поверхнею Ω_j витоку або стоку відповідно. При цьому, функція прийме наступний вигляд:

$$T_{i,j} = \int_{\Omega_j} \frac{\xi_j d\Omega_j}{r_{i,j}}, \quad (2.8)$$

де $r_{i,j}$ – це відстань від елементарного умовного обсягу поверхневої теплової

енергії $\xi_j d\Omega_j$ до i -ї досліджуваної точки поля в межах матеріалу конструкції, що розглядається.

Функція (2.8) є потенціальною та задовольняє рівнянню (2.6).

Відповідно, якщо необхідно побудувати температурне поле, створене системою з n умовних джерел та стоків, представлених внутрішніми та зовнішніми поверхнями огорожувальної конструкції, то, відповідно до принципу суперпозиції, функція температури матиме наступну форму:

$$T_i = \sum_{j=1}^n \int_{\Omega_j} \frac{\xi_j d\Omega_j}{r_{i,j}}. \quad (2.9)$$

Якщо прийняти умову, що поверхні однорідні та не мають відмінностей з точки зору здатності поглинання та виділення теплової енергії в межах однієї ділянки (обмеженої умовними межами розбиття), то умовну щільність виділення або поглинання теплової енергії ξ_j можна вважати сталою величиною на кожній поверхні (ділянці). Це припущення є цілком допустимим, оскільки в більшості випадків в межах окремих плоских ділянок не застосовуються різні опоряджувальні матеріали. Якщо все ж таки використані різні матеріали з різними величинами ξ_j , то доцільніше здійснити додаткове розбиття даної поверхні на окремі фрагменти. Відтак, застосовуючи зазначена припущення, можна переписати вираз (2.9) наступним чином, виносячи значення умовних щільностей ξ_j з під інтегральних виразів:

$$T_i = \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot \int_{\Omega_j} \frac{d\Omega_j}{r_{i,j}}. \quad (2.10)$$

2.1.2. Основи системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій

Спираючись на функцію (2.10), сформулюємо алгоритм побудови неперервного температурного поля.

1. Перш за все, необхідно визначитися зі способом розбиття досліджуваного вузла конструкції на окремі поверхні або їх елементи, які в подальшому представлятимуть собою умовні джерела або стоки теплової енергії.

2. Побудувати функції форм кожної з ділянок умовного розбиття. У найпростішому й найбільш практичному випадку функції форм цих ділянок будуть представлені функціями поверхонь (для тривимірного простору) або прямих (для двовимірного випадку) загального положення.

3. Обрати найбільш характерні точки S_i на одержаних окремих i -х поверхнях (або точки, що лежать у максимально малому околі точок цих поверхонь) та задати або шляхом вирішення одновимірної задачі теплопровідності віднайти значення температур T_i в обраних точках. В роботі [10] було продемонстровано принцип розрахунку температур на поверхнях огорожувальної конструкції на основі значень її опору теплопередачі та прийнятих величин температур зовні та у приміщеннях. Точки варто підбирати таким чином, щоб їх температури можна було б розрахувати без застосування чисельних методів або складних аналітичних обчислень, оскільки в такому випадку застосування даного алгоритму втрачатиме доцільність.

4. Для кожної з n обраних точок на n поверхнях відповідних ділянок складаємо рівняння типу (2.10), в результаті чого отримуємо систему рівнянь у наступній формі:

$$\begin{cases} T_1 = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{1,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{1,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{1,n}}, \\ T_2 = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{2,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{2,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{2,n}}, \\ \dots \\ T_n = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{n,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{n,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{n,n}}. \end{cases} \quad (2.11)$$

Розв'язуємо систему (2.11) відносно невідомих показників умовної щільності виділення або поглинання теплової енергії ξ_j .

5. Одержані щільності ξ_j підставляємо функції (2.10), в результаті чого отримуємо можливість визначити температурні показники в усіх внутрішніх точках досліджуваного вузла конструкції, але в лише у області, обмеженій ділянками, одержаними при у умовному розбитті (дискретизації).

Представлений алгоритм до побудови температурних полів у тілі конструктивних вузлів та елементів огорожувальних і внутрішніх конструкцій будівель та споруд є набагато простішим, ніж способи одержання дискретних температурних показників на основі використання чисельних методів розрахунків, які, окрім іншого, потребують застосування інтерполяційних методик. Відтак даний алгоритм дає змогу значно скоротити трудовитрати на побудову моделі й реалізації процесу розрахунку.

Слід також додати, що даний алгоритм представляє значний інтерес для подальших досліджень, оскільки може бути використаний при вирішенні не лише задачі пошуку температурних полів, а й у інших прикладних дослідженнях, зокрема при пошуку траєкторій витоку теплової енергії через містки холоду, визначені величини теплового потоку у будь-яких точках моделі, а також при підборі товщин утеплювача на різних ділянках поверхні огорожувальної конструкції шляхом аналізу інтенсивності тепловтрат та щільності силових ліній температурного поля. Вирішення перерахованих задач на основі даного алгоритму значно спрощується у зв'язку з неперервністю функції температурного поля, що одержується при підборі показників умовної щільності виділення або поглинання теплової енергії.

2.2. Алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу

Беручи за основу інтерполяційну методика побудови суцільного температурного поля, продемонстровану в [11], та підхід до визначення траєкторій найшвидшого спадання або зростання температури в тілі вузла, запропонований у [8], сформулюємо принциповий алгоритм пошуку та усунення містків холоду:

1. Виконуємо моделювання суцільного температурного поля вузла огорожувальної конструкції у її початковому (неоптимізованому) стані. При цьому застосовуємо один із вище розглянутих методів чисельного моделювання з подальшою локальною або глобальною інтерполяцією, або використовуючи інтегральну формулу формулу для побудови температурного поля (згідно з [11]):

$$T_i = \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot \int_{\Omega_j} \frac{d\Omega_j}{r_{i,j}}. \quad (2.12)$$

де $r_{i,j}$ – це відстань від елементарного умовного обсягу поверхневої теплової енергії $\xi_j d\Omega_j$ до i -ї досліджуваної точки поля в межах матеріалу конструкції, що розглядається.

2. Обираємо множину з m регулярних або специфічних точок на внутрішній та зовнішній поверхнях досліджуваного архітектурно-конструктивного вузла, температура яких вища або нижча за температури інших точок відповідних поверхонь.

3. Здійснюємо моделювання найшвидшого підйому чи спуску з використанням одновимірного пошуку, починаючи у обраних на попередньому етапі алгоритму точках внутрішніх або зовнішніх поверхонь. При цьому застосовуємо наступні формули для визначення координат точок дискретної траєкторії спусків та/або підйомів:

$$x_i^{(k)} = x_i^{(k-1)} + \mu \cdot v_{x_i}^{(k-1)}, \quad (i = \overline{1, m}; k = \overline{1, r}), \quad (2.13)$$

$$y_i^{(k)} = y_i^{(k-1)} + \mu \cdot v_{y_i}^{(k-1)}, \quad (i = \overline{1, m}; k = \overline{1, r}), \quad (2.14)$$

де складові одиничного вектора градієнта \overline{v} визначаються за формулами:

$$v_{x_i} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_i}}{\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y_i}\right)^2}}, \quad (2.15)$$

$$v_{yi} = \frac{\frac{\partial T}{\partial y_i}}{\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y_i}\right)^2}}. \quad (2.16)$$

В формулах (2.13) та (2.14):

k – це номер поточного кроку переміщення уздовж траєкторії досліджуваного містка холоду,

r – кількість кроків переміщення,

μ – параметр, абсолютні значення якого відраховуються в напрямку вектору градієнта $\bar{\mathbf{v}}$:

$$\bar{\mathbf{v}} = v_x \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + v_y \cdot \bar{\mathbf{e}}_y \quad (2.17)$$

на кожному кроці спуску (чи підйому).

4. Розраховуємо опори теплопередачі матеріалів досліджуваного вузла огорожувальних конструкцій, що потрапляють у визначені траєкторії містків холоду. Відповідні опори визначаємо за формулою:

$$R = \frac{1}{\alpha_3} + \sum_{k=1}^r \frac{\mu}{\lambda_{k,k-1}} + \frac{1}{\alpha_B}, \quad (2.18)$$

де: $\lambda_{k,k-1}$, α_3 та α_B – коефіцієнт теплопровідності на ділянці містку холоду між точками на k -му й $(k-1)$ -му кроках переміщення під час градієнтного спуску, коефіцієнти тепловіддачі зовнішньої та внутрішньої поверхонь досліджуваного вузла огорожувальних конструкцій відповідно.

5. Перевіряємо, чи задовольняють розраховані опори теплопередачі нормативним показникам.

6. У випадку, якщо опори теплопередачі окремих траєкторій поширення містків холоду не задовольняють нормативним показникам, необхідно для підвищення рівня відповідного опору теплопередачі передбачити на шляху відповідної траєкторії влаштування конструктивних матеріалів з низьким значенням коефіцієнту теплопровідності λ . Інакше кажучи, необхідно

передбачити на шляху містка холоду один або більше термовкладишів, що не знижуватимуть загальну конструктивну надійність досліджуваного вузла і конструктивної системи будівлі у цілому.

7. Після встановлення термовкладишів необхідно повторити процес розрахунку згідно пунктів 1 – 6 даного алгоритму й зупинити оптимізаційний процес лише у випадку, якщо розраховані опори теплопередачі траєкторій містків холоду задовольняють нормативним показникам, відповідно до пункту 5.

Виконання даного алгоритму може бути значно спрощено за умови, якщо оперувати не встановленням термовкладишів у тілі конструктивного вузла, а, натомість, зміною товщин зовнішньої теплоізоляції, оскільки при цьому варіюватиметься лише форма зовнішньої поверхні утеплювача й не потрібно буде змінювати конструктивні рішення вузла. Відтак процес усунення містків холоду не впливатиме на прийняті з міркувань міцності та стійкості конструктивні рішення.

2.3. Висновки до Розділу 2

Запропонований алгоритм конструювання і корегування вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій є досить перспективним, дієвим і наочним, оскільки дає можливість в прямому розуміння прослідкувати шляхи тепловтрат у архітектурно-конструктивних вузлах й прийняти запобіжні заходи ще на етапі розробки проектної документації.

Застосування даного алгоритму для дослідження й корегування складних архітектурно-конструктивних рішень вимагає подальшого розвитку методики моделювання неперервних функцій температурного поля для випадку наявності значної кількості термічно-неоднорідних матеріалів у складі вузлів.

Основні теоретичні положення розділу розкриті в таких публікаціях автора:

1. Якусевич С.Г., Плоский В.О. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 94, – С. 88-94.

Розділ 3. Практичні аспекти моделювання температурних полів конструктивних огорожувальних конструкцій будівель

Використовуючи математичну модель на основі неперервних інтегральних рівнянь потенціалу, виконати моделювання температурного поля на прикладі заданого конструктивного вузла зовнішньої огорожувальної конструкції.

Для рішення задач будівельної фізики, які пов'язані з дослідженням температурно-вологісного умов експлуатації будівель та споруд, виникає потреба у відтворенні температурних полів у елементах і вузлах зовнішніх огорожувальних конструкцій [1, 2]. Найчастіше для цього використовують методи чисельного моделювання. На основі даних значень температур у деяких точках заданої сітки. Проте отримані результати є дискретного характеру, тому ускладнюють точне визначення інших важливих показників, наприклад, тепловтрати у будь-якій точці поверхні огорожувальної конструкції або температури цієї поверхні у точці, що не належить до сітки вузлів чисельної моделі. Після моделювання температурного поля у намічених точках моделі вдаються до інтерполяції, яка дозволяє отримати проміжні дані між базовими розрахунковими вузлами. Складність розрахунків призводить до необхідності використання комп'ютерних програм, які працюють на основі чисельних методів. Алгоритми таких програм, в більшості випадків, є закритими і комерційними, й користувачі не мають можливості перевірити їх точність і коректність з фізичної точки зору. В той же час, методи, що дозволяють на основі певних допущень відтворювати неперервні функції температурних полів майже не використовуються фахівцями. В першу чергу через слабе висвітлення даного підходу, а також тому, що такі методи передбачають складні математичні перетворення та вимагають від фахівця наявність високого рівня підготовки й кваліфікації. Очевидно, розробка відносно простих та наочних методів побудови функцій неперервних температурних полів є актуальною та важливою з практичної точки зору проблемою. При цьому пропонується використання підходу, аналогічного до того, що застосовується при моделюванні ізоляції та ізоповерхонь потенціалу електростатичних полів [6].

В роботах [7, 8] розглянуто основні аспекти ефективного влаштування теплоізоляційної оболонки будинку та теоретичні засади відтворення температурних полів конструктивних вузлів на основі неперервних інтегральних рівнянь потенціалу.

Отже, температурне поле, що утворюється між зовнішніми та внутрішніми поверхнями огорожувальних конструкцій, задається системою із n умовних джерел та стоків, тоді згідно з принципом суперпозиції, функція температури матиме наступний вигляд:

$$T_i = \sum_{j=1}^n \int_{\Omega_j} \frac{\xi_j d\Omega_j}{r_{i,j}} \quad (3.1)$$

де $r_{i,j}$ – це відстань від елементарного умовного обсягу поверхневої теплової енергії $\xi_j d\Omega_j$ до i -ї досліджуваної точки поля в межах матеріалу конструкції, що розглядається.

Прийнявши огорожувальні конструкції як однорідні та такі, що не мають відмінностей зі здатності поглинати і виділяти теплову енергію у межах однієї ділянки, будемо вважати умовну щільність виділення або поглинання теплової енергії ξ_j , сталою величиною на кожній ділянці. Дане припущення є доцільним, тому що в більшості випадків в межах ділянок використовують однакові опоряджувальні матеріали. Якщо все ж таки матеріали з різними величинами ξ_j , більш доцільно буде розбити поверхню на додаткові окремі фрагменти. Застосувавши вище наведені припущення запишемо наступний вираз:

$$T_i = \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot \int_{\Omega_j} \frac{d\Omega_j}{r_{i,j}} \quad (3.2)$$

Для побудови неперервного температурного поля з n -ою кількістю точок та поверхонь на ділянках складаємо систему рівнянь типу (3.2):

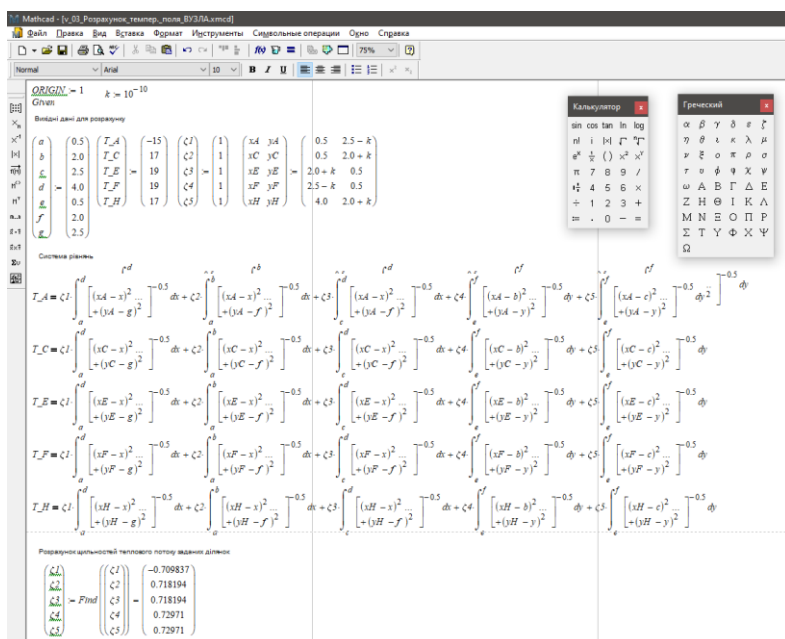
$$\begin{cases} T_1 = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{1,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{1,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{1,n}}, \\ T_2 = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{2,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{2,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{2,n}}, \\ \dots \\ T_n = \xi_1 \cdot \int_{\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{r_{n,1}} + \xi_2 \cdot \int_{\Omega_2} \frac{d\Omega_2}{r_{n,2}} + \dots + \xi_n \cdot \int_{\Omega_n} \frac{d\Omega_n}{r_{n,n}}. \end{cases} \quad (3.3)$$

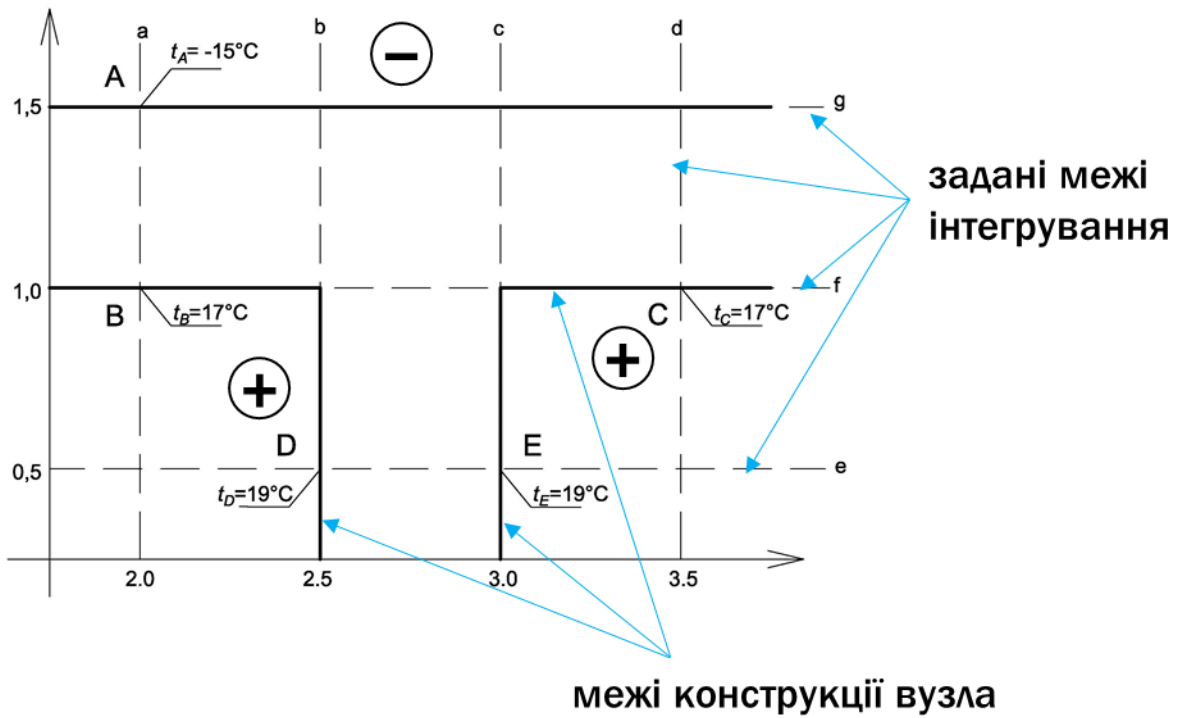
Розв'язуючи систему (3.3), знаходимо поглинання теплової енергії ξ_j . Отримані значення ξ_j підставляємо у функцію (3.2), звідки можемо знайти усі температури у точках заданого вузла.

3.1. Відтворення температурних полів вузлів суцільних огорожувальних конструкцій

Реалізація теоретичних засад здійснювалась із застосуванням програмного розрахункового комплексу Mathcad, що дозволило здійснити моделювання та графічне відображення температурного поля заданого конструктивного вузла огорожувальної конструкції.

Приклад реалізації даного методу був виконаний в програмному комплексі Mathcad. Графічне відображення змодельованого температурного поля заданого конструктивного вузла огорожувальної конструкції наведено на рис.3.1.





Mathcad - [v_03_Розрахунок_темпер_поля_ВУЗЛА.xmcd]

Файл Праека Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

Програма візуалізації температурного поля

```

t := for i ∈ 1..60
    for j ∈ 1..60
        xS_j ← (i + 20) · 0.0500000001
        yS_j ← (j + 20) · 0.0500000001
        T_{i,j} ← ∫_a^d [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_a^b [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_c^d [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_e^f [ (xS_j - y)^2 ... ]^{-0.5} dy
    end for
end for

T(X, Y, A_x, B_y, Δx, Δy) := for i ∈ 1..X
    for j ∈ 1..Y
        xS_j ← (i + A_x) · Δx
        yS_j ← (j + B_y) · Δy
        T_{i,j} ← ∫_a^d [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_a^b [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_c^d [ (xS_j - x)^2 ... ]^{-0.5} dx + ∫_e^f [ (xS_j - y)^2 ... ]^{-0.5} dy + ∫_g^f [ (xS_j - y)^2 ... ]^{-0.5} dy
    end for
end for

t(60, 60, 20, 20, 0.0500000001, 0.0500000001)

```

Калькулятор

Греческий

Символьные

t(50, 50, 87, 75, 0.0200000001, 0.0200000001)

t(100, 60, 87 - 25, 75 - 10, 0.0200000001, 0.0200000001)

Числені Е1 - найбільш точні операції

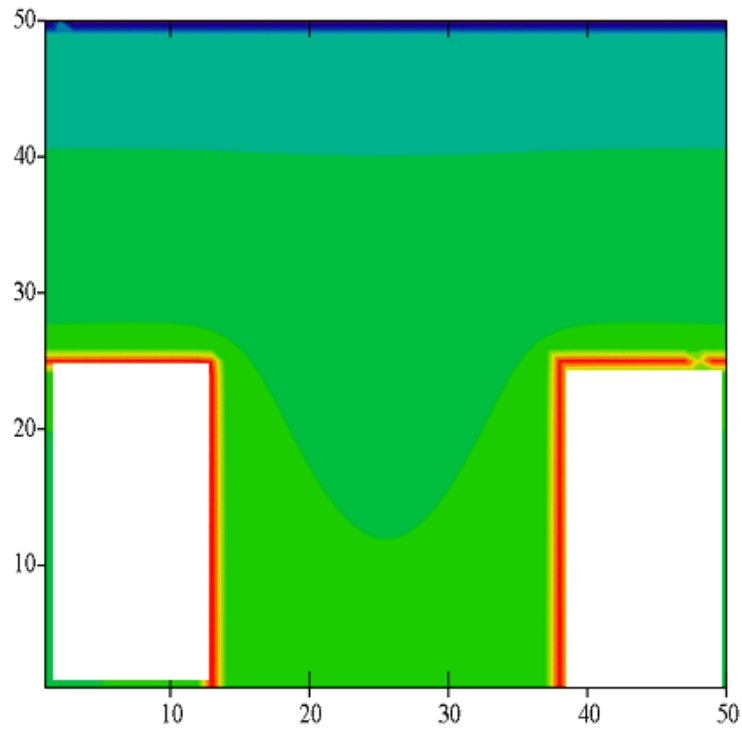
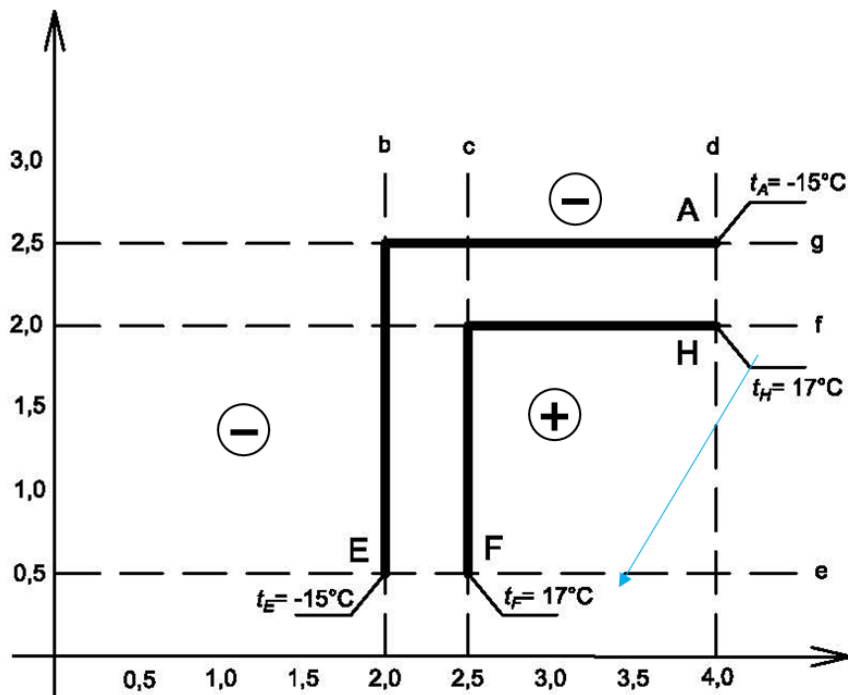


Рис. 3.1. Температурне поле вузла примикання внутрішньої стіни до зовнішньої огорожувальної конструкції

Конструктивний вузол кутового стику конструкцій зовнішніх стін



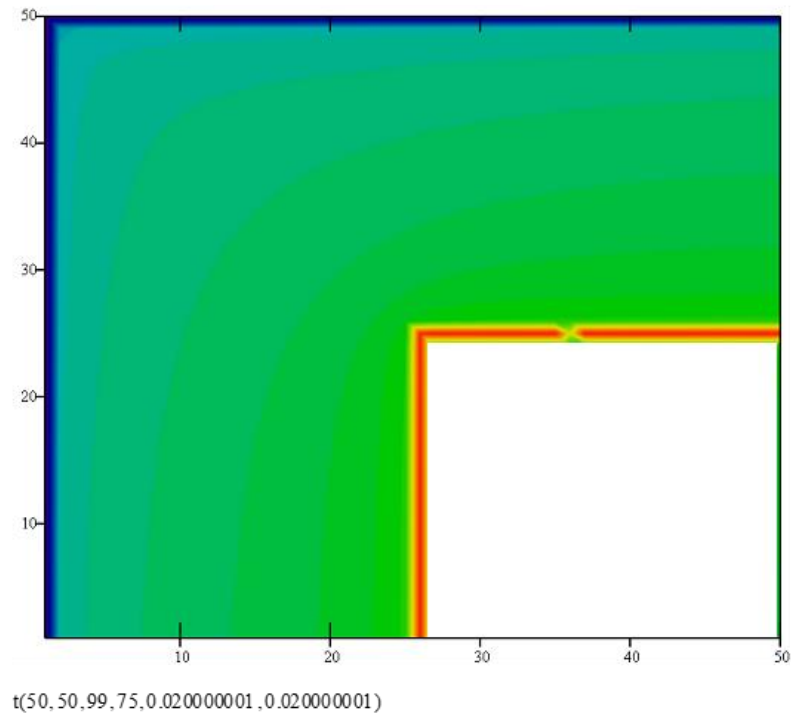
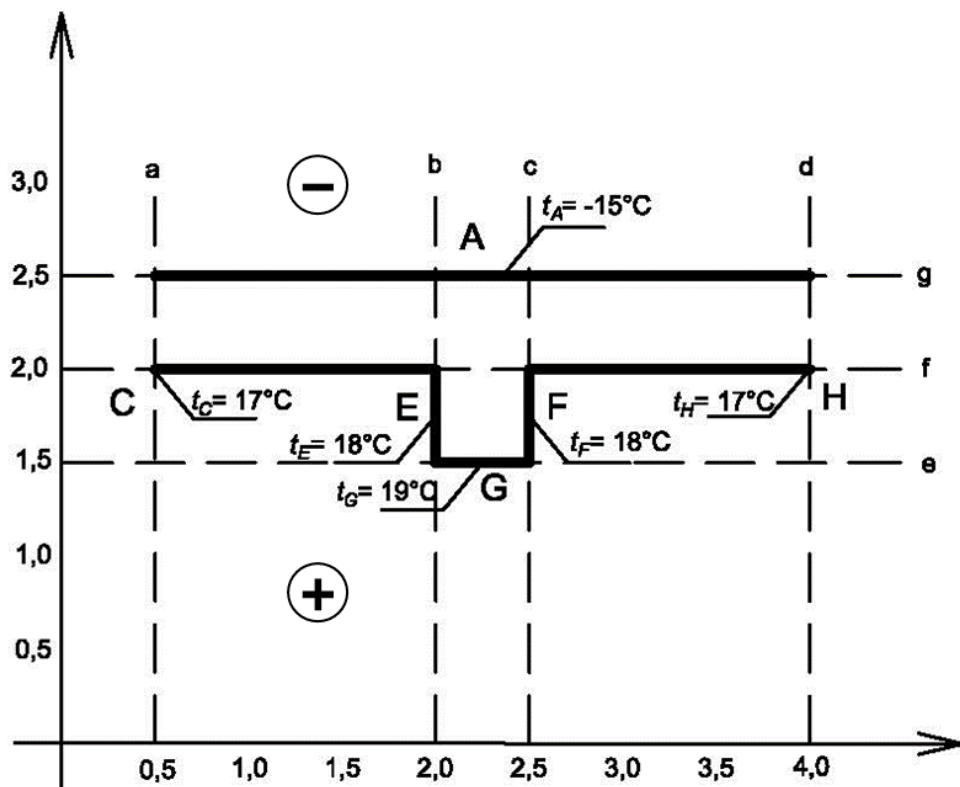


Рис. 3.2. Температурне поле вузла примикання внутрішньої стіни до зовнішньої огорожувальної конструкції

Конструктивний вузол конструкції зовнішньої стіни із внутрішнім виступом



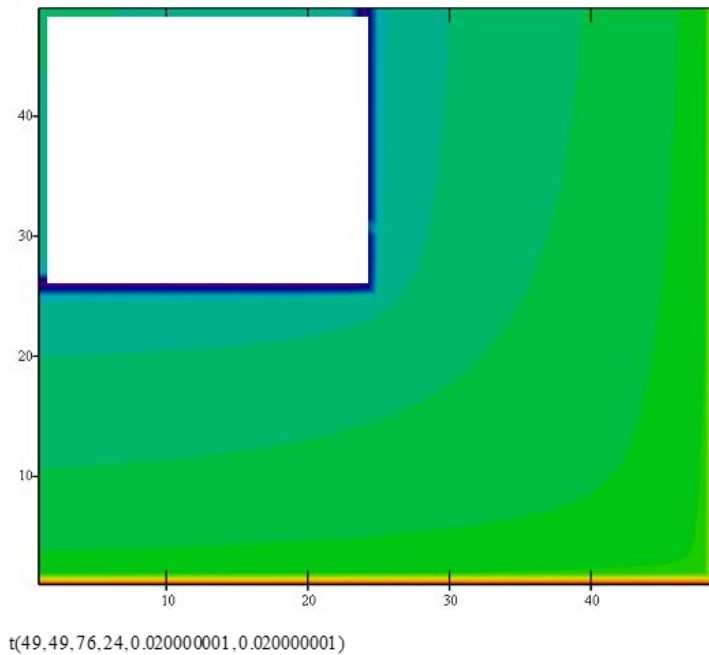


Рис. 3.4. Температурне поле вузла примикання внутрішньої стіни до зовнішньої огорожувальної конструкції

Даний підхід побудови температурних полів дозволяє виокремити місця теплоізоляційної оболонки будівлі із найбільшими тепловтратами, наприклад, у вузлах примикання балконних плит до зовнішньої стіни чи вузлах віконного блоку в зовнішній стіні в залежності від глибини посадки.

Результати наведеного підходу дозволяють прийняти вірні конструктивні рішення для поліпшення теплового комфорту в приміщенні, шляхом вирівнювання температури на внутрішній поверхні зовнішніх огорожувальних конструкцій, особливо в місцях теплопровідних включень, що є обов'язковою умовою щодо дотримання санітарно-гігієнічного перепаду (різниці) між температурою внутрішнього повітря та приведеною температурою зовнішньої огорожувальної конструкції та оцінки площ, де можлива конденсація водяної пари при розрахункових та екстремальних значеннях температури зовнішнього повітря. Наприклад, це дозволить передбачити додаткове утеплення чи застосування конструкцій із терморозривами та застосування пароізоляційних матеріалів.

Вищезгадане в подальшому також забезпечить зниження експлуатаційних витрат на підтримання теплового комфорту в приміщенні, а саме зменшення тепловтрат в місцях стику різних зовнішніх огорожувальних конструкцій та місць примикання внутрішніх огорожувальних конструкцій до зовнішніх тощо. Також підвищення температури в площинах вузла конструкції супроводжується підвищенням парціального тиску, що є важливим аспектом з точки зору довговічності експлуатації будівельних матеріалів, що застосовані.

3.2. Визначення товщини утеплення огорожувальних конструкцій на основі геометричного моделювання температурних полів у їх товщі

Розглянуто основні можливі конструктивні рішення забезпечення рівномірного теплового витоку через зовнішні огорожувальні конструкції. У такий спосіб визначено підходи до практичної реалізації влаштування теплової ізоляції на основі змодельованого температурного поля, зокрема:

- використання різної товщини матеріалу теплової ізоляції на фасаді (вимагає узгодження з вирішенням тектоніки фасаду, передбачає узгоджене використання оздоблення тощо), при застосуванні вентиляованого фасаду проблеми можна уникнути;
- використання матеріалу теплової ізоляції однієї товщини, але з різним коефіцієнтом теплопровідності на різних ділянках огорожувальної конструкції;
- використання усередненого за товщиною матеріалу зовнішньої теплової ізоляції;
- використання локальних внутрішніх прошарків теплоізоляційних матеріалів у товщі конструкції у «слабких» зонах огороження;
- локальна модифікація внутрішнього конструктивного рішення та розташування примикань, тепловключень, ніш тощо, якщо це узгоджується з прийнятими принциповими архітектурно-конструктивними рішеннями.

Варіант внутрішнього утеплення зсередини приміщень будівлі не розглядається як результат негативних наслідків такого типу рішення, що

пов'язано з погіршенням паропроникності та накопиченням вологи в товщі конструкції протягом тривалого терміну експлуатації.

Рис. 3.5 та 3.6 ілюструють розрахункові варіанти зовнішнього нерівномірного утеплення.

Варіант 1, а. Практичне втілення засноване на сучасних технологіях улаштування теплоізоляції із напилювального пінополіуретану. У цьому разі нанесення утеплювача можна буде здійснювати з точністю до одного сантиметра, без різких перепадів й чіткого розмежування шарів напилення (рис. 3). Зважаючи на високу ціну такого типу теплової ізоляції, оптимізація його витрат є особливо актуальною.

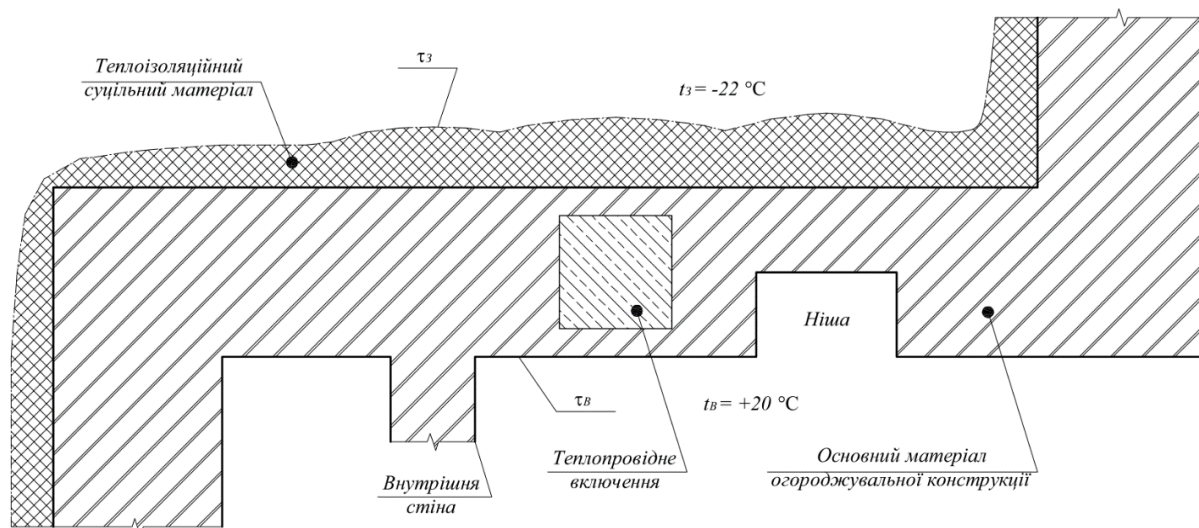


Рис. 3.5. Приклад улаштування суцільного шару утеплювача (з напилювального пінополіуретану)

Варіант 1, б. Цілком допустимим є й влаштування пошарової теплової ізоляції (рис. 3.6). У цьому разі теплоізоляція носитиме більш дискретний характер, що водночас не дасть змоги досягти економії матеріалу в повному обсязі з огляду на те, що плити утеплювача випускаються лише у певних типорозмірах та з певною товщиною листа. Натомість цей підхід не вимагає високої кваліфікації виконавців.

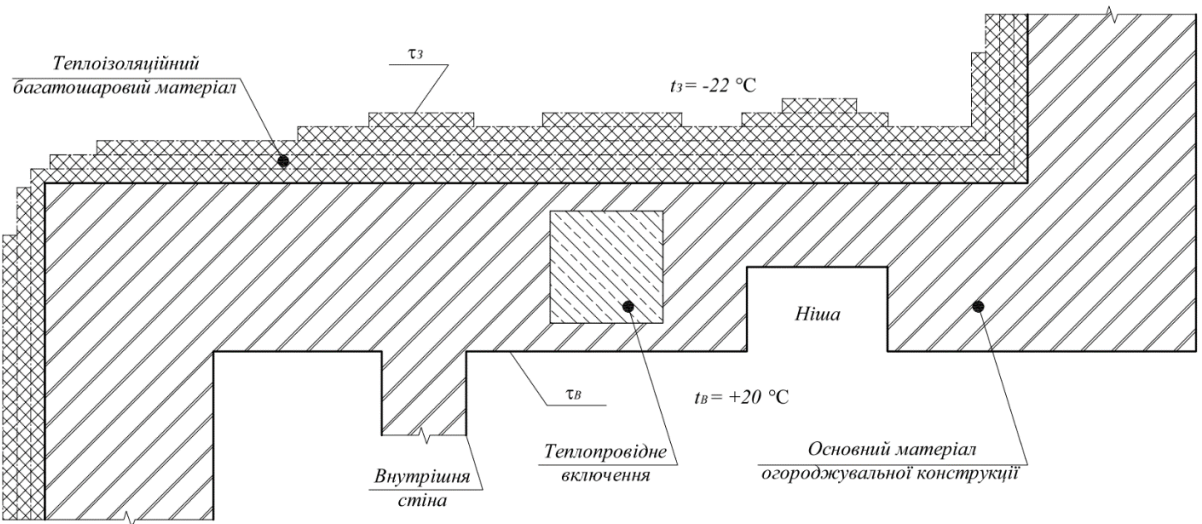


Рис. 3.6. Улаштування багатошарового утеплювача (з полістиролу)

3.3. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі на основі аналізу містків холоду

Дискретні геометричні моделі, що інтерпретують фізичні явища та процеси, мають не лише відтворювати інформацію про динаміку перебігу останніх і характер поширення їх у просторі, а й відображати особливості фізичних параметрів середовища, в якому ці процеси розвиваються.

Складність та геометрична нелінійність зазначених моделей вимагає системного розв'язання великої кількості нелінійних рівнянь, причому можливість їх спільного розв'язку забезпечується виключно коректністю постановки задачі. Усе це зумовлює потребу в застосуванні ітераційних методів при вирішенні поставлених задач. Саме тому, для реалізації практичних розрахунків та візуалізації одержаних у попередніх розділах даних було використано програмне середовище системи комп'ютерної алгебри Mathcad. Ця програма відноситься до класу систем автоматизованого проектування, орієнтованих на підготовку інтерактивних документів з обчисленнями, візуальним супроводом і можливістю внутрішнього програмування [123].

Чим вища міцність матеріалу, тим тоншими можуть бути внутрішні перегородки (зовнішні перегородки завжди повинні мати певний запас за

товщиною, оскільки вони несуть додаткову роль захисту внутрішньої структури блоку від механічних пошкоджень), а отже, передаватимуть меншу кількість теплової енергії кондуктивним шляхом. При цьому повітряні прошарки також не повинні бути надто широкими або надто тонкими, оскільки у такому разі виникають конвективні потоки повітря, що інтенсифікують передачу тепла між протилежними перегородками, або зростає вплив радіаційної теплопередачі між перегородками, внаслідок чого загальний опір теплопередачі блоку також знижуватиметься [124 – 135].

Найбільш ефективним підходом до підбору товщини утеплювача є аналіз характеру теплових ізополів у перерізах досліджуваних огорожувальних конструкцій. Для побудови температурного поля можна застосовувати один із методів чисельного моделювання [5, 6, 7, 8, 9], що базуються на переході від диференціальної форми запису рівнянь теплопровідності до дискретної, шляхом складання системи лінійних рівнянь для множини визначених упорядкованих точок (вузлів) досліджуваної ділянки конструкції з подальшим розв'язанням одержаної системи відносно невідомих вузлових температур. Ця задача досить трудомістка, тому інженери намагаються використовувати спрощені моделі та методи. Так для відносно протяжних однорідних плоских ділянок стін користуються одновимірними моделями та вдаються до простих аналітичних розрахунків на основі формул типу (12) і (13). Якщо стінова конструкція має складну форму і побудови двовимірного поля не уникнути, то часто застосовують графічний метод побудови ізополів. Цей метод оснований на побудові ортогональної сітки криволінійних квадратів, утвореній лініями току тепла й ізолініями. В межах кожного квадрату намагаються середню відстань між сусідніми ізотермами зробити рівною відстані між сусідніми лініями току [4]. Підраховуючи число трубок (утворених сусідніми лініями току), та їх довжини визначають величини теплових втрат, приведені опори теплопередачі та інше. На рисунку 1 продемонстровано фрагмент стінової конструкції з ізотермами й лініями току, побудованими графічним методом. Існують й більш складні напіваналітичні методи розрахунків, такі як метод суперпозицій та метод

енлектротеплової аналогії. Звичайно, застосування всіх цих методів вимагає значного досвіду розрахунків й інженерної практики.

В результаті відтворення повної картини температурного поля стає можливою оцінка щільності ліній току теплової енергії. Це, в свою чергу, дозволяє прослідкувати усі траєкторії теплових втрат від нагрітих внутрішніх поверхонь до холодних зовнішніх граней зовнішніх стін. Такий підхід дає змогу порівняти площу внутрішніх нагрітих системою опалення та іншими джерелами теплової енергії стінових конструкцій (включаючи примикаючі до зовнішніх стін внутрішні несучі стіни й перегородки) та зовнішню площу огорожень, крізь яку внутрішнє тепло покидає будівлю. Саме на основі даних розрахунків й визначаються фактори форми геометрично складних ділянок та теплопровідних включень [4]. Для прикладу розглянемо фрагмент зовнішньої стіни з двома кутами (зовнішнім та внутрішнім), примиканням внутрішньої міжкімнатної стіни, зміною товщини та теплопровідним включенням.

Розподіл ліній току на зовнішньому куті стіни (див. рис. 1.а). демонструє причину того, чому в середині приміщення температура цієї зони завжди нижча за температуру на протяжних гладких ділянках. Очевидно, що в результаті сходження в кутовому з'єднанні двох плоских ділянок стіни, кожна з яких в однаковій мірі втрачає теплову енергію, на лінії перетину внутрішніх площин виникає концентрація ліній витоку теплової енергії (які перпендикулярні ізотермам). З фізичної точки зору площа зовнішньої кутової поверхні, яка за рахунок трансмісійного переносу віддає тепло назовні значно більша, ніж площа внутрішньої поверхні стіни, з якої ця енергія надходить у глиб матеріалу огороження. Це спричиняє пониження температури внутрішньої поверхні зовнішнього кута. При цьому температурне поле в цьому місці має двовимірний характер і через суміжні ділянки (калібри – ділянки відповідні товщині стіни) кутовий фрагмент частково компенсує розподіл власних втрат тепла. Саме тому в межах відстані, рівної двом калібрам від зовнішнього кута по зовнішній поверхні, кількість тепла, яке втрачається, на 32% менше ніж втрачається через таку ж площу на стіновій гладі. Через внутрішню поверхню зовнішнього кута втрачається

на 18% більше, ніж на внутрішній гладі на відстані 2-х калібрів від кута. Очевидно, що першопричина тепловтрат в цьому випадку носить суто геометричний характер.

На внутрішньому куті будинку (див. рис. 1.д) виникає зворотна проблема. Через аналогічний характер розподілу ізотерм при зворотному напрямку поширення ліній току на зовнішній поверхні внутрішнього кута тепловтрати на 32% вищі, а на внутрішній – на 18% нижчі.

В місцях, де з внутрішньою поверхнею огорожувальної конструкції з'єднуються внутрішні міжкімнатні стіни або перегородки (див. рис. 1.б) виникає підвищення інтенсивності теплового потоку, який надходить безпосередньо від добре прогрітої з двох сторін внутрішньої стіни. Цей потік за умови трансмісії тепла спричиняє підвищені втрати енергії на зовнішній поверхні огорожувальної конструкції.

Проблема, яка виникає при тепловтратах у місцях зменшення товщини стіни (див. рис. 1.г) також частково носить геометричний характер, оскільки бічні поверхні заглиблень (ніш) збільшують загальну внутрішню площу поверхні огороження, яка поглинає більшу кількість тепла й передає відповідно на меншу площу зовнішніх стін. В результаті, на зовнішній поверхні стін в місцях та біля ніш тепловтрати зростають. Окрім того, ця проблема носить й фізичний характер, оскільки зменшення товщини стіни призводить до зниження опору її теплопередачі.

У випадках наявності теплопровідних включень (див. рис. 1.в), проблематика надмірних тепловтрат носить суто фізичний характер через зниження загального показника опору теплопередачі в місцях включень.

В переважній більшості випадків причини надмірних тепловтрат носять змішаний характер та обумовлюються як фізичними, так і геометричними особливостями огорожувальних конструкцій, що легко побачити на прикладі перехідних зон на рисунку 1.

Раціональне проектування теплоізоляції

Як зазначалося раніше, проектування теплоізоляційної оболонки будинку доцільно розпочинати з відтворення температурних полів різних фрагментів огорожувальних конструкцій для чіткого розуміння характеру тепловтрат на різних ділянках. Підбір товщини утеплювача за формулою (6) може здійснюватися лише на значних за протяжністю прямолінійних ділянках без примикання внутрішніх перегородок, ніш, теплових включень та за відсутності інших складних конструктивних вузлів з додатковим геометричним ускладненням. Те ж стосується і формули (9) для визначення величини тепловтрат через товщу огороження. При цьому аналіз тепловтрат є найбільш об'єктивним інструментом при підборі товщини обраного типу утеплювача, оскільки, якщо спиратися на величини опорів теплопередачі конструкцій за приведеними показниками температур та площ поглинаючих й віддаючих тепло поверхонь, то існує висока ймовірність не врахувати значну площу поверхонь, переохолоджених за рахунок наявності містків холоду.

Відтак, пропонується наступний алгоритм дій.

1. Чисельне моделювання температурного поля. На основі проведеного розрахунку мають бути зафіксовані показники температур на зовнішній та внутрішній поверхнях огорожувальної конструкції. Ще перед початком моделювання варто визначитися із оптимальним кроком решітки вузлів розрахункової моделі. Вибір кроку має обумовлюватися загальною геометричною складністю будинку та може змінюватися на окремих ділянках стін. Також, крок сітки необхідно згущувати в зонах підвищення температури зовнішньої поверхні та в зонах пониження температури внутрішніх поверхонь.

2. Розрахунок інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції та визначення опору теплопередачі цієї ділянки.

3. Розрахунок товщини утеплення для типової протяжної ділянки огорожувальної конструкції. Після цього необхідно перевірити виконання усіх санітарно-гігієнічних нормативних вимог в тому числі умови (7).

4. Визначення інтенсивності та кількості тепловтрат на поверхні інших фрагментів зовнішніх огорожувальних конструкцій із обраним кроком.

5. Визначення товщини утеплення на усіх досліджуваних ділянках (з обраним кроком) зовнішніх огорожувальних конструкцій шляхом інтерполювання на основі значень тепловтрат та товщини утеплення типової протяжної ділянки зовнішньої стіни.

Запропонований алгоритм передбачає, що товщина утеплення буде змінною й пропорційною тепловтратам в кожній точці огорожувальної конструкції. На відміну від класичного способу підбору й влаштування теплоізоляційних матеріалів, даний підхід передбачає раціоналізацію витрат теплоізоляційних матеріалів, на основі мінімізації й рівномірного перерозподілу втрати тепла між усіма фрагментами огорожувальної конструкції.

Для практичного втілення запропонованого підходу утеплення найбільш доцільно звернутися до сучасних технологій улаштування теплоізоляції із напилювального пінополіуретану. В такому випадку нанесення утеплювача можна буде здійснювати з точністю до одного сантиметра, без різких перепадів й чіткого розмежування шарів напилення (рис. 2). Зважаючи на високу ціну такого типу утеплення, оптимізація його витрат є особливо актуальною.

3.4. Висновки до Розділу 3

Запропонований алгоритм визначення змінної товщини теплоізоляційного шару представляє інтерес не лише для громадських будинків, але й для будівель та споруд промислового або сільськогосподарського призначення. Особливий інтерес представляє його застосування з використанням технології напилення пінополіуретану. Доцільно застосовувати такий тип утеплення при проектуванні й улаштуванні систем вентилязованого фасаду.

Слід додати, що представлений алгоритм потребує подальшого розвитку й удосконалення, оскільки вимагає визначення величин тепловтрат на різних ділянках фасаду, що є досить складною і трудомісткою задачею.

Перспективним напрямком досліджень являється також розробка математичного апарату моделювання теплових полів без застосування громіздких

чисельних методів розрахунків. Наприклад, застосування інтерполяційних формул для відтворення температурних полів в досліджуваній зоні могло б значно скоротити витрати часу при побудові ліній току, розрахунку тепловтрат, а також при пошуку містків холоду в зовнішніх огороджувальних конструкціях.

Основні теоретичні положення розділу розкриті в таких публікаціях автора:

1. Якусевич С.Г., Плоский В.О. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 94, – С. 88-94.

Розділ 4. Програмна реалізація та впровадження результатів досліджень

У **Розділі** описано автоматизацію алгоритмів геометричного моделювання температурних полів суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу (рис. 5), алгоритмів геометричного моделювання траєкторій містків холоду вузлів огорожувальних конструкцій та висвітлено впровадження результатів дисертаційного дослідження в практику проектування теплових оболонок огорожувальних конструкцій будівель.

4.1. Автоматизація алгоритмів геометричного моделювання температурних полів суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу

Програмне вирішення задач проектування зовнішніх огорожувальних конструкцій на основі моделювання температурних полів здійснюється в класичні три етапи (рис. 4.1):

- 1) опис задачі, що передбачає введення даних щодо геометричних та фізичних характеристик моделі, а також структури взаємодії між її елементами;
- 2) приведення в дію чисельних методів моделювання;
- 3) перевірка, оцінка та візуалізація результатів моделювання.

Наведений принцип розбиття процесу розв'язання на логічні рівні відповідає структурі програми з трьома модульними блоками (блоками процесорів):

- 1) блок уведення даних;
- 2) розрахунковий блок (блок розрахунку температурних полів);
- 3) блок аналізу даних (постпроцесор).

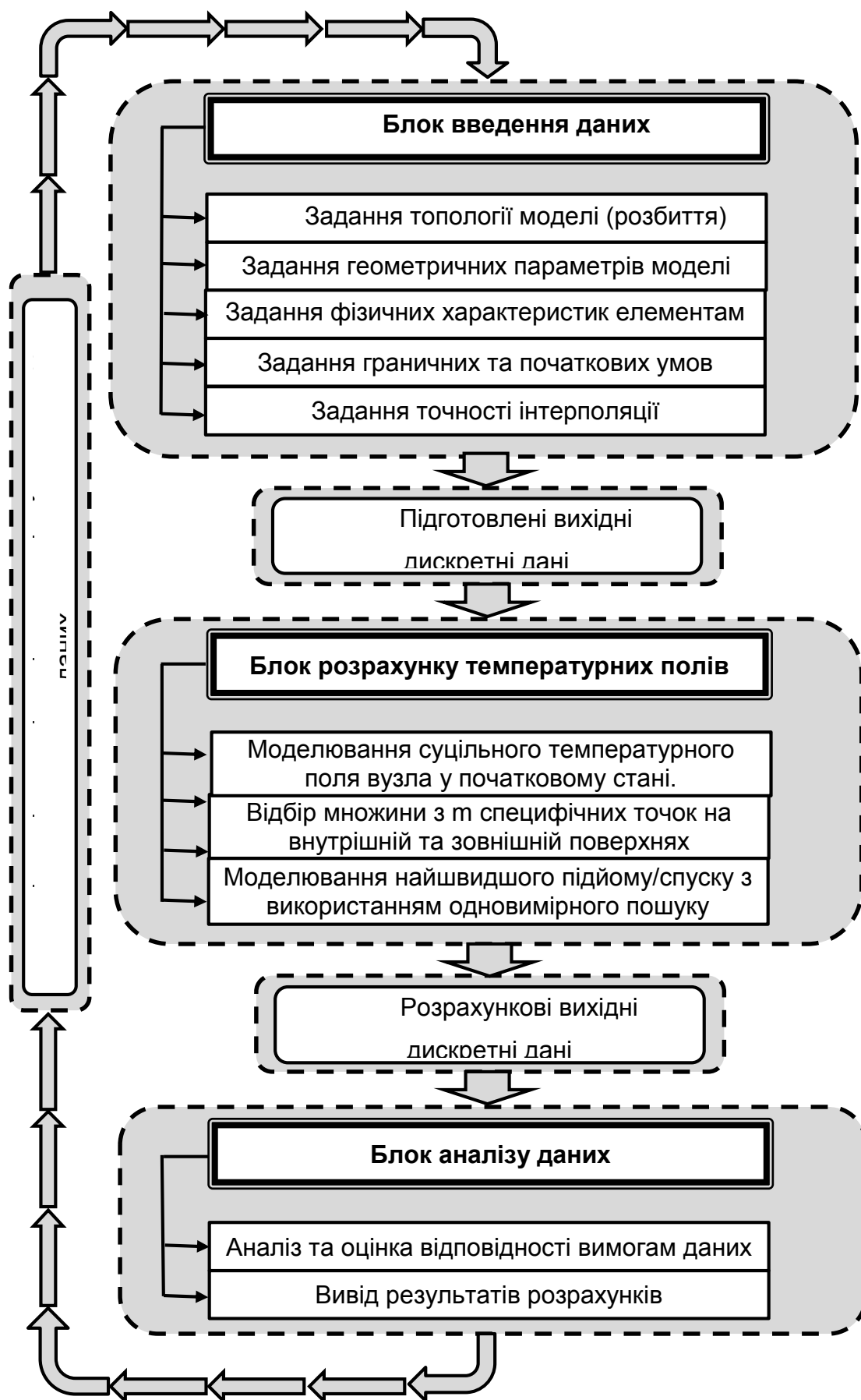


Рис. 4.1. Структура програмної реалізації розрахункових алгоритмів моделювання температурних полів суцільних огорожувальних конструкцій

4.2. Алгоритм оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огорожувальних конструкцій

Оптимальні конструктивні рішення теплоізоляційної оболонки будівлі повинні сприяти раціональному використанню енергетичних ресурсів на обігрівання, охолодження та гаряче водопостачання, підтриманню допустимих санітарно-гігієнічних параметрів мікроклімату приміщень та нормативної довговічності її експлуатації. Показником енергетичної довговічності будівлі є питомі витрати теплової енергії на створення оптимальних теплових умов мікроклімату в приміщеннях на одиницю її опалювальної площі або об'єму.

Особливого значення вимоги щодо енергоефективності будівлі набувають під час проектування та термомодернізації теплоізоляційної оболонки будівлі та забезпечення її відповідності чинним вимогам ДБН В.2.6-31:2016 з урахуванням: місцевих кліматичних умов; функціонального призначення, типу, архітектурно-планувального і конструктивного рішення будівлі; геометричних, теплотехнічних і питомих енергопотреб; нормативних санітарно-гігієнічних і мікрокліматичних умов приміщень; довговічності та надійності теплоізоляційної оболонки.

Загальна схема прийняття рішення при проектуванні огорожувальних конструкцій будівельних об'єктів показана на рис. 4.2.

Кожен блок наведеної схеми потребує конкретизації та певної формалізації. Задача із заданою множиною альтернатив і принципом оптимальності є загальною задачею оптимізації, зміст якої полягає у виділенні множини кращих альтернатив.

В цій роботі вирішується задача пошуку оптимальних співвідношень між показниками опору теплопередачі та допустимим рівнем навантаження, яке зможе сприймати елемент огороження. Вирішення цієї задачі передбачає вибір найкращого рішення за критеріями мінімізації втрат трансмісійної складової процесу теплопередачі та максимізації стійкості конструкцій, які конфліктують. Узгодження рішень за різними критеріями оптимізації передбачає дослідження множини альтернативних рішень щодо вибору форми конструкції за різними критеріями оптимальності.

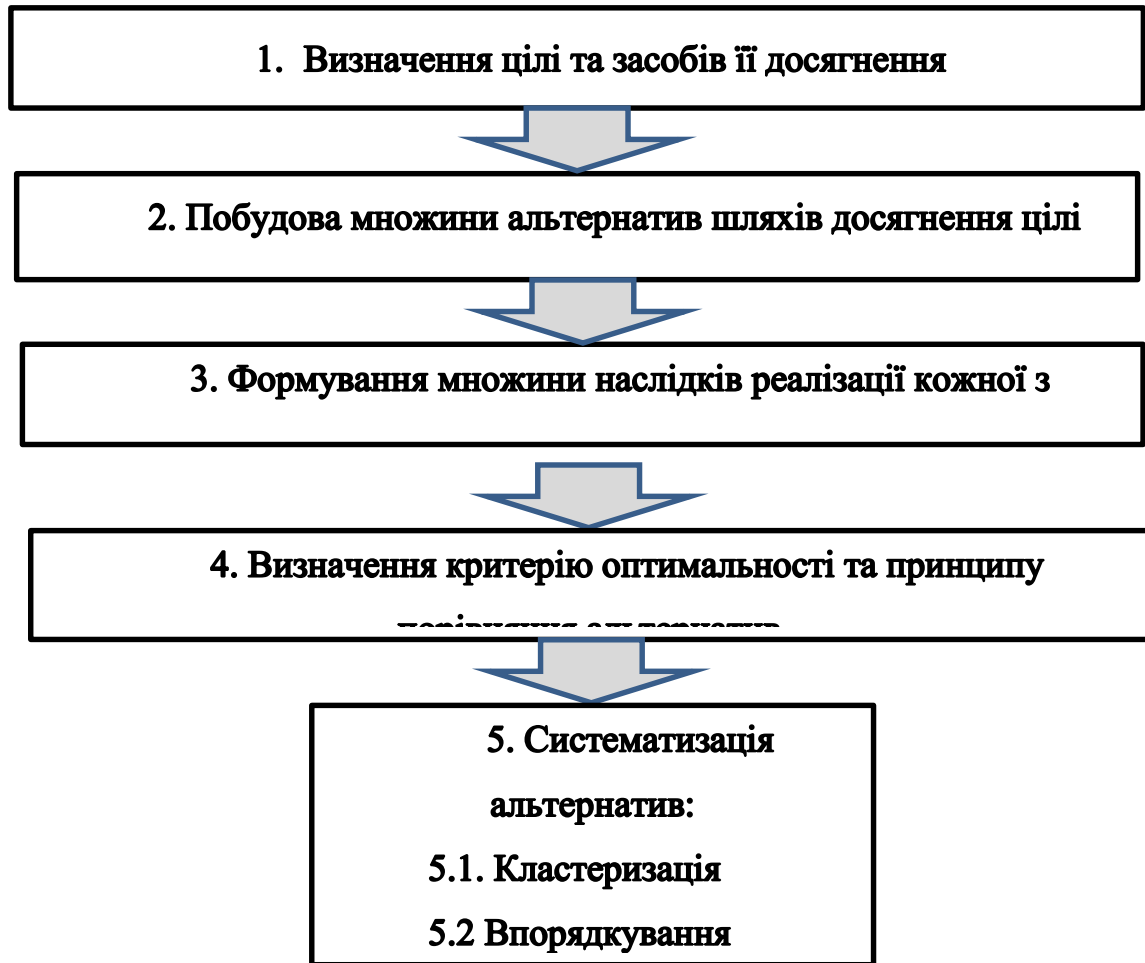


Рис. 4.2. Схема прийняття рішення при проектуванні огорожувальних конструкцій будівельних об'єктів

Реалізація пошуку найкращої альтернативи, в свою чергу, потребує розробки алгоритму моделювання напружено-деформованого стану огорожувальних конструкцій.

4.3. Алгоритм моделювання напружено-деформованого стану огорожувальних конструкцій

Побудова програмних алгоритмів для відтворення напружено-деформованого стану пружного середовища виконується на основі методики симбіотичного поєднання систем геометричного моделювання зі співвідношеннями узагальненого закону Гука у скінчено-різницевій формі

виконується на етапі побудови множини альтернатив (рис. 4.1). Усі реалізаційні алгоритми будуються у символічній формі в програмному середовищі Mathcad.

Процес моделювання здійснюється в чотири етапи (рис. 4.3), кожному з яких відповідає свій модуль.

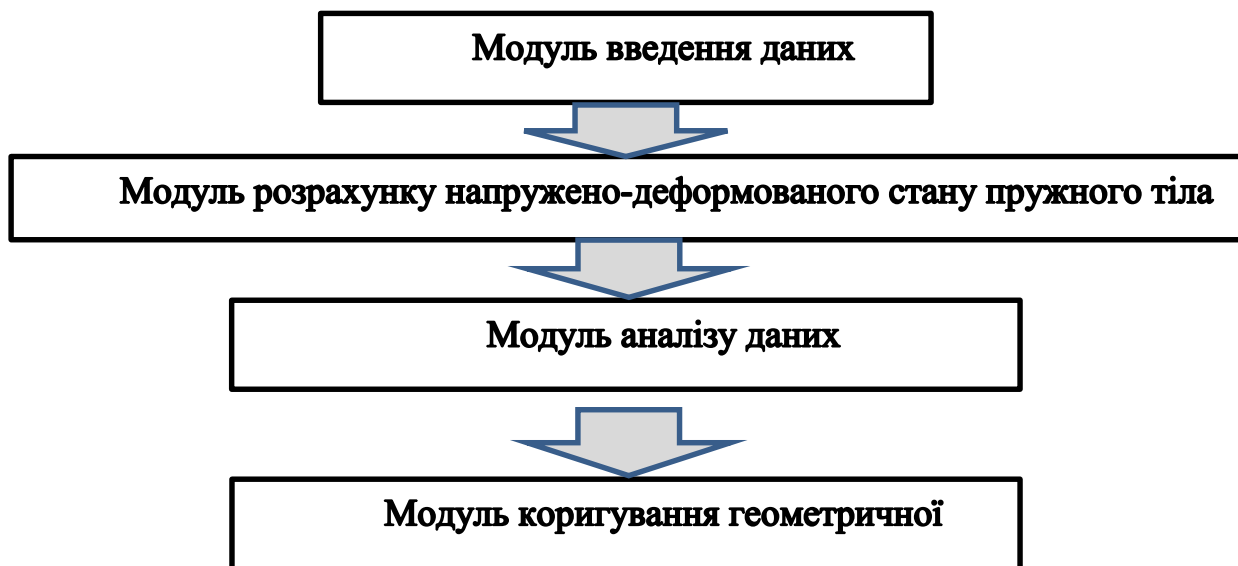


Рис. 4.3. Схема програмної реалізації розрахункових алгоритмів моделювання напружено-деформованого стану конструкції

В модулі введення даних виконуються такі дії:

- задання топології моделі
- задання геометричних параметрів елементів моделі;
- задання фізико-механічних характеристик елементів моделі;
- задання функції зовнішнього навантаження;
- визначення початкових і граничних умов моделювання;
- пошук форми досліджуваного тіла у попередньо-напруженому стані.

4.4. Алгоритм оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огорожувальних конструкцій

Алгоритм оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огорожувальних конструкцій складається з таких етапів:

1. *Моделювання* плоского температурного поля в аналогічному за формою та габаритами фрагменті зовнішньої огорожувальної конструкції;

2. *Виділення* з множини ізотерм певної кількості тих, які надалі слугуватимуть геометричними місцями розташування вузлів з'єднання сітки внутрішніх перегородок блоку, що проектується. При цьому можливі два випадки розміщення перегородок, що не лежать на ізотермах, за яких спосіб вибору кількості та частоти ізотерм відрізнятиметься;

3. *Задання* кроку дискретизації вздовж обраних ізотерм, з метою їх подальшого з'єднання та *визначання* у такий спосіб топології внутрішньої сітки перегородок блоку;

4. *Формування* початкових товщин внутрішніх перегородок стінового блоку для подальшого моделювання впливу зовнішніх і внутрішніх навантажень, а також для відтворення температурного поля в тілі одержаного блоку;

5. *Виконання* чисельного моделювання напружено-деформованого стану одержаної на поточному кроці проектування конфігурації блоку. З'ясування, чи задовольняють геометричні параметри та фізико-механічні характеристики матеріалу одержаного стінового блоку конструктивним вимогам на предмет міцності та стійкості;

6. У разі, якщо пункт 5 не виконується, *повторення* пунктів 2 ... 5, обравши більш щільний крок виділення ізоліній та/або менший крок дискретизації уздовж відповідних ізоліній;

7. *Виконання* для одержаної конфігурації внутрішніх перегородок чисельного моделювання температурного поля, з урахуванням утворених повітряних пустот або якщо передбачаються не пустоти, а заповнення ізоляційним матеріалом, то з урахуванням додаткових матеріалів;

8. *Проведення* формування траєкторій найшвидших тепловтрат крізь тіло блоку, спираючись на результати моделювання температурного поля;

9. *Перевірка* опору теплопередачі одержаних траєкторій на предмет того, чи задовольняє їх опір нормативним значенням;

10. *Здійснення* перевірки траєкторій тепловтрат уздовж найкоротших матеріальних сполучень (уздовж перегородок за максимально короткою

траєкторією) на предмет відповідності нормативним (або заздалегідь заданим) значенням опору теплопередачі;

11. *Виконання* перевірки найбільш властивих для одержаної конфігурації блоку нормальних перерізів на предмет відповідності нормативним (або наперед заданим) значенням опору теплопередачі.

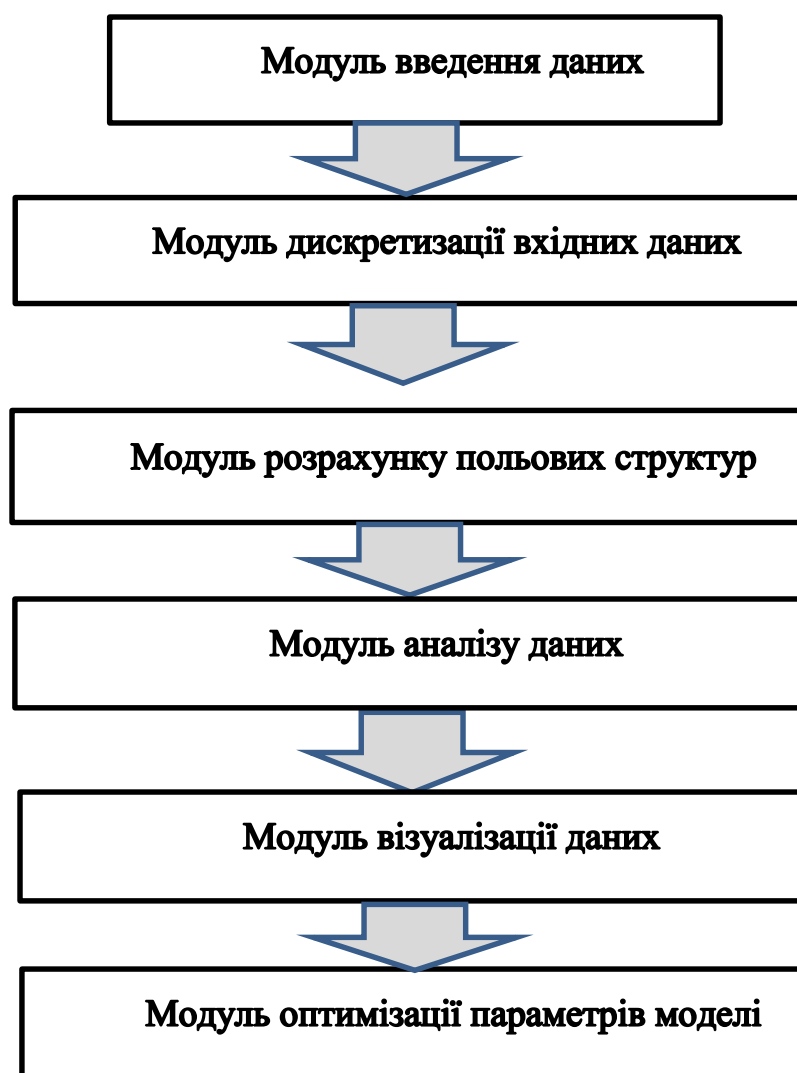


Рис. 4.4. Схема процесу оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огороджувальних конструкцій розрахунку

При проектуванні внутрішньої топології та геометричних параметрів сітки перегородок запропонований алгоритм, надає змогу досягти оптимальних результатів з погляду однорідності заданих показників опору теплопередачі у стіновому багатопустотному блоці будь-якої форми та конфігурації. Відтак

послідовно застосовуючи цей алгоритм для оптимізації блоків, що мають розміщуватися у складі різних фрагментів огорожувальних конструкцій, можна запобігти виникненню містків холоду на відповідних ділянках.

Для забезпечення коректності розрахунку дискретних польових структур, що виникають в процесі теплопередачі використовуємо для обчислень програмне забезпечення Mathcad.

Схема процесу оптимізації геометричних параметрів енергоефективних огорожувальних конструкцій розрахунку показано на рис. 4.4.

В модулі вхідних даних виконуються такі дії:

- задання топології моделі
- задання геометричних параметрів елементів моделі;
- задання фізичних властивостей елементів моделі;
- визначення початкових і граничних умов моделювання;
- задання розрахункового періоду часу.

Слід додати, що для більшої зручності блок введення даних має містити дискретну інформацію про геометричну модель досліджуваного процесу із застосуванням саме потрібної індексації вузлів. Це дозволяє спростити сприйняття моделі, стосовно форми та положення окремих її елементів у межах досліджуваної області Ξ на стадії підготовки вхідних даних та граничних умов.

Модуль дискретизації призначається для адаптації скінчено-різницевого співвідношень до інтерпретаційної геометричної моделі, яка базуватиметься на фізичних особливостях досліджуваного процесу, і полягає в заміні диференційний оператору D на різницевий оператор \mathcal{D} і формулюванні різницевого аналогів згідно з формулою (2.6).

У модулі розрахунку польових структур здійснюється:

- розрахунок параметрів електростатичного поля;
- відтворення температурного поля;
- обчислення показників поля вологості;
- визначення параметрів поля переміщень вологи.

Модуль аналізу даних призначається для оцінки точності отриманих результатів.

Модуль візуалізації даних використовується з метою зменшення ризиків прийняття невірних рішень.

В модулі оптимізації параметрів моделі здійснюється коригування вхідних даних для уточнення вхідних даних, після чого процес повторюється до тих пір, поки геометричні параметри енергоефективних огорожувальних конструкцій забезпечать усі умови з заданою точністю. Для цього по проходженню повного циклу ітераційного числення виконується аналіз характеру збіжності алгоритму.

Для оцінки швидкості характеру збіжності алгоритму використано однією з методик [157], що надає можливість своєчасно виявити неточності або помилки у вхідних даних, початкових та крайових умовах

Робота розрахункового модуля програми передбачає здійснення циклічного ітераційного числення. Структура розрахункового модуля, яка визначає порядок виконання розрахунків геометричних і фізичних параметрів моделі, наведено на рис. 4.5.

Для попередньо прийнятих геометричних розмірів конструкцій із багатопустотних блоків виконують загальний статичний розрахунок з отриманням зусиль M_x , M_y . Після цього згідно з рекомендаціями чинних нормативних документів визначають напруження в конструкції в обох напрямках перерізу σ_y і σ_x з врахуванням розрахункових розмірів перерізів, з яких визначають більше (σ_1) і менше (σ_2) напруження. Далі обчислюють значення розрахункового опору, деформацій. Повторно виконують загальний статичний розрахунок за збільшеного модуля пружності та перевірку несучої здатності, жорсткості і тріщиностійкості конструкції згідно з вимогами нормативних документів.

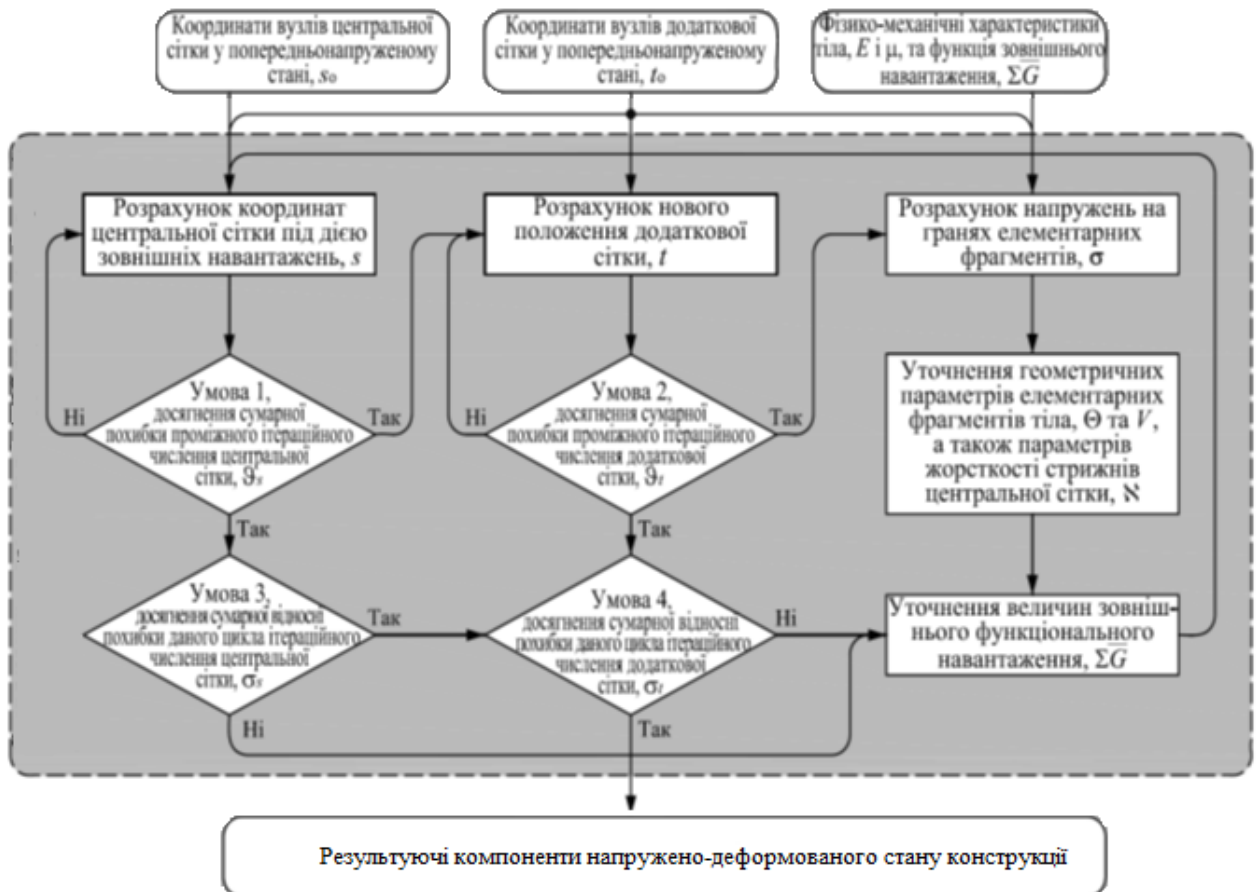


Рис. 4.5. Структура модуля розрахунку напружено-деформованого стану конструкції

4.5. Висновки до Розділу 4

1. В даному розділі розглянуті питання розробки алгоритмів програмної реалізації методу графо-аналітичного моделювання ресурсоефективних зовнішніх мереж систем водопостачання.

2. Надано основні положення розробки інформаційної системи моделювання ресурсоефективних мереж систем водопостачання.

3. Проаналізовано основні етапи програмної реалізації алгоритмів моделювання ресурсоефективних мереж систем водопостачання.

4. Розроблена догідна схема програмного комплексу моделювання ресурсоефективних мереж систем водопостачання.

5. Виконано опис програмних складових як окремих блоків підпрограм з різними функціональними призначеннями.

6. Розроблена блок-схема програмного блоку «Моделювання розподілу питомих вартостей земельних ділянок» моделювання ресурсоефективних мереж систем водопостачання.

7. Розроблена блок-схема програмного блоку «Моделювання оптимального розміщення вузлів мережі водопостачання» програмного комплексу моделювання ресурсоефективних мереж систем водопостачання.

8. Вибір мови програмування для реалізації моделі ресурсоефективних мереж систем водопостачання потребує окремої уваги та проведення додаткового аналізу.

9. Виконана програмна реалізація запропонованої математичної моделі у програмному середовищі MathCAD.

10. Використання програмного середовища MathCAD показало працездатність математичної моделі та хорошу збіжність ітераційного розрахунку. Проте використання такої програмної реалізації є недостатньо універсальним, хоча і володіє високим ступенем наочності за рахунок символічного програмного запису математичної моделі.

Основні теоретичні положення розділу розкриті в таких публікаціях автора:

1. Leshchenko V., Yakusevich S., Yakusevich A., Skochko V. Comparative analysis of numerical modeling methods of temperature fields related to the problems of energy efficient structures designing. // Scientific letter of Academes Society of Michail Valudyansky. 2020. Volume 8. N1a. P. 144–152

2. Якусевич С.Г. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 95, – С. 206.

Загальні висновки

У дисертаційній роботі виконано актуальне науково-технічне завдання створення геометрично інтерпретованого способу та алгоритмів побудови температурних полів енергоефективних огорожувальних конструкцій будівель, та вдосконалення на цій основі процесу проектування енергоефективних огорожувальних конструкцій загалом.

Значення для науки полягає у розробленні геометричних алгоритмів побудови температурних полів для огорожувальних конструкцій складної геометрії.

Значення для практики – створення методик та програмних засобів для проектування систем утеплення зовнішніх огорожень у процесі термореконструкції будівель.

За результатами дослідження сформульовано такі висновки:

1. Проаналізовано сучасний стан досліджень методів геометричного та чисельного моделювання фізичних процесів, що протікають в експлуатованих огорожувальних конструкціях будівель;

2. Досліджено основні аспекти системної побудови функції температурного поля огорожувальних конструкцій з позицій геометричного моделювання;

3. Розроблено алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу;

4. Досліджено практичні аспекти геометричного моделювання температурних полів огорожувальних конструкцій будівель та їх проектування;

5. Виконано моделювання температурних полів для найбільш характерних вузлів огорожувальних конструкцій та аналіз характеру розподілу їх ізотерм;

6. Програмно реалізовано алгоритм побудови неперервного температурного поля суцільних огорожувальних конструкцій на основі інтегральних рівнянь потенціалу. Розроблено блок-схему програмної реалізації розрахункових алгоритмів моделювання температурних полів суцільних огорожувальних конструкцій.

7. Впроваджено результати дисертаційного дослідження в практику проектування теплових оболонок огорожувальних конструкцій будівель.

Список використаних джерел

1. ДБН В.2.6-31-2006 Конструкції будинків і споруд. Теплова ізоляція будівель. – К.: Міністерство будівництва, архітектури та житлово-комунального господарства України, 2006. – 73 с.
2. ДБН В.2.6-31-2016 Теплова ізоляція будівель. – К.: Міністерство регіонального розвитку, будівництва, та житлово-комунального господарства України, 2017. – 33 с.
3. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. Изд. 3-е, перераб. и доп. / К. Ф. Фокин. – М.: Стройиздат, 1973. – 287 с.
4. Богославский В. Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха): Учебник для вузов. Изд. 2 е, перераб. и доп. / В. Н. Богославский – М.: Высшая школа, 1982. – 415 с.
5. Несис Е. И. Методы математической физики / Е. И. Несис. – М.: «Просвещение», 1977. – 199 с.
6. Пехович А. И. Расчёты теплового режима твёрдых тел. Изд. 2-е, перераб. и доп. / А. И. Пехович, В. М. Жидких. – Ленинград: «Энергия», 1976. – 352 с.
7. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 553 с.
8. Самарский А. А. Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
9. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
10. Wong H. Y. Handbook of Essential and Data on Heat Transfer for Engineers / H. Y. Wong. – London – New York: Longman Group, 1977. – 216 p.
11. Трушин С. И. Метод конечных элементов. Теория и задачи / С. И. Трушин. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 256 с.
12. Fenner R. T. Finite Element Method for Engineers / R. T. Fenner. – London: The Macmillan Press Ltd, 1975.

13. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements / J. T. Oden, J. N. Reddy. – New York – London: John Wiley & Sons, 1976.
14. Метод граничных элементов / А. Г. Угодчиков, Н. М. Хуторянский. – Казань: Издательство Казанского университета, 1986. – 297 с.
15. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 553 с.
16. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 616 с.
17. Самарский А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 480 с.
18. Плоский В. О. Геометричне моделювання деяких процесів тепломасообміну / В. О. Плоский, В. І. Скочко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – с. 285 295.
19. Скочко В. І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються у суцільному середовищі / В. І. Скочко // Дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. – К.: КНУБА, 2013. – 269 с.
20. Якусевич С. Г. Деякі аспекти ефективного влаштування неплізоляційної оболонки будинку / С. Г. Якусевич, В. О. Плоский // Енергозбереження в будівництві та архітектурі. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 9. – 8 с.
21. Пехович А. И. Расчёты теплового режима твёрдых тел. Изд. 2-е, перераб. и доп. / А. И. Пехович, В. М. Жидких. – Ленинград: «Энергия», 1976. – 352 с.
22. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. Изд. 3-е, перераб. и доп. / К. Ф. Фокин. – М.: Стройиздат, 1973. – 287 с.
23. Wong H. Y. Handbook of Essential and Data on Heat Transfer for Engineers / H. Y. Wong. – London – New York: Longman Group, 1977. – 216 p.
24. Соловьев А. К. Физика среды. Учебник / А. К. Соловьев. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 344 с.
25. Сергейчук О. В. Архітектурно-будівельна фізика / О. В. Сергейчук. – М.: Такі справи, 1999. – 156 с.

1. Fenner R. T. Finite Element Method for Engineers / R. T. Fenner. – London: The Macmillan Press Ltd, 1975.
2. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements / J. T. Oden, J. N. Reddy. – New York – London: John Wiley & Sons, 1976.
3. Трушин С. И. Метод конечных элементов. Теория и задачи / С. И. Трушин. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 256 с.
4. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 553 с.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 616 с.
6. Самарский А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 480 с.
7. Метод граничных элементов / А. Г. Угодчиков, Н. М. Хуторянский. – Казань: Издательство Казанского университета, 1986. – 297 с.
8. Скочко В. І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються у суцільному середовищі / В. І. Скочко // Енергозбереження в будівництві та архітектурі. – К.: КНУБА, 2013. – с. 259-264.
9. Найдиш В. М. Дискретна інтерполяція / В. М. Найдиш. – Мелітополь: ВДП «Люкс», 2008. – 250 с.
10. Ковальов С. М. Конструювання сітчастих каркасів поверхонь із горизонталей і ліній найбільшого схилу / С. М. Ковальов, О. В. Воронцов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 1993. – Вип. 54. – с. 13-16.
11. Якусевич С. Г. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд / С. Г. Якусевич, В. О. Плоский // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 94. – с. 88-94.
12. Плоский В. О. Геометричне моделювання деяких процесів тепломасообміну / В. О. Плоский, В. І. Скочко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – с. 285-295.

13. Скочко В. І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються у суцільному середовищі / В. І. Скочко // Дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. – К.: КНУБА, 2013. – 269 с.

14. Сергейчук О. В. Архітектурно-будівельна фізика / О. В. Сергейчук. – М.: Такі справи, 1999. – 156 с.

15. Соловьев А. К. Физика среды. Учебник / А. К. Соловьев. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 344 с.

1. ДБН В.2.2-15-2005 Житлові будинки. Основні положення. К.: Мінрегіонбуд України, 2006.

2. ДБН В.2.6-31:2006 Конструкції будинків і споруд. Теплова ізоляція будівель. К.: Мінрегіонбуд України, 2006.

3. Парфентьева І.О. Нові технології швидкого та економічного зведення житлових будинків / І.О. Парфентьева, Т.Г. Михальчук, О.З. Шафранська // Сучасні технології та методи розрахунку в будівництві. Вип. 5, 2016. С. 25-31.

4. Нові технології в будівництві - надія на майбутнє. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.farsipharm.com.ua/>.

5. Нові технології швидкого та економічного будівництва житла. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://ecotown.com.ua/>.

6. Ратушняк Г.С., Ратушняк О.Г. Управління проектами енергозбереження шляхом термореновації будівель: навч. посіб. Вінниця: Універсум-Вінниця, 2006. 120 с.

7. ДБН В.6-31:2016. Теплова ізоляція будівель.[Чинний від 2017-05-01]. Вид. Офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2017. 33 с. (Державні будівельні норми).

8. Методи вибору теплоізоляційного матеріалу для утеплення будівель. ДСТУ Б В.2.6. -189:2013. [Чинний від 2014-01- 01]. Вид. офіц. Київ, Мінрегіон України, 2014. 55 с. (Державні стандарт України).

9. Державні будівельні норми України. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://dbn.at.ua>.

10. Фаренюк Г.Г. Функціональне проектування сучасних огорожувальних конструкцій //Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка – 2007, №25. С.109-113.

11. Фаренюк Г.Г. Енергетичні аспекти безпеки експлуатації будівель / Фаренюк Г.Г. // Науковий вісник будівництва. – Харків: ХДТУБА. – 2009. Вип.54. С.5-14.

12. Фаренюк Г.Г. Метод посередньої оцінки показників теплової надійності огорожувальних конструкцій / Г.Г.Фаренюк // Реконструкція житла – 2009. Вип.11. С.187-192.

13. Фаренюк Г.Г. Нормативне забезпечення при застосуванні конструкцій фасадної теплоізоляції житлових та громадських будинків / Фаренюк Г.Г. // Будівництво України. – 2009. № 1-2. С.12-16.

14. ДБН В.1.2-11:2008. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Основні вимоги до будівель та споруд. Економія енергії

15. ДБН В.2.6-33:2008 Конструкції будинків і споруд. Конструкції зовнішніх стін з фасадною теплоізоляцією. Вимоги до проектування, улаштування та експлуатації

16. ДСТУ Б В.2.6-34 Конструкції будинків та споруд. Конструкції зовнішніх стін з фасадною теплоізоляцією. Класифікація й загальні технічні вимоги

17. ДСТУ Б В.2.6-35 Конструкції будинків та споруд. Конструкції зовнішніх стін з фасадною теплоізоляцією та опорядженням індустріальними елементами з вентиляльованим повітряним прошарком. Загальні технічні умови.

18. ДСТУ Б В.2.6-36. Конструкції будинків та споруд. Конструкції зовнішніх стін з фасадною теплоізоляцією та опорядженням штукатурками. Загальні технічні умови.

19. Трофуненко Н.В. Господарсько-правове забезпечення якості будівельних робіт: монографія / Н.В. Трофуненко. – Донецьк: Вид-во «Ноулідж», 2012. С. 28.

20. Семко В.І. Сталеві холодноформовані тонкостінні конструкції. Монографія /В.І. Семко. – Полтава: ТОВ «АСМГ», 2017. 325 с.
21. Якусевич С.Г. Деякі аспекти ефективного влаштування теплоізоляційної оболонки будинку / С.Г. Якусевич, В.О. Плоский // Energy-efficiency in civil engineering and architecture. Issue No. 9. P. 259-266.
22. ДСТУ EN 15232:2014 «Енергоефективність будівель. Вплив автоматизації, моніторингу та управління будівлями»
23. ДСТУ-Н Б В.3.2-3:2014 «Настанова з виконання термомодернізації житлових будинків».
24. ДСТУ-Н Б А.2.2-13:2015 «Енергетична ефективність будівель. Настава з проведення енергетичної оцінки та енергетичної сертифікації будівель».
25. ДСТУ ISO 50001:2014 «Енергозбереження. Системи енергетичного менеджменту. Вимоги та настава щодо використання».
26. ДСТУ Б А.2.2-12:2015 «Енергетична ефективність будівель. Метод розрахунку енергоспоживання при опаленні, охолодженні, вентиляції, освітленні та гарячому водопостачанні»
27. Пірков В.В. Презентаційні матеріали семінару: «Енергоефективність інженерних систем будівель. Термомодернізація» компанії ТОВ з П «ДАНФОСС ТОВ» (від 24.03.2016 р.)
28. Директива 2010/30/ЄС «Про вказування за допомогою маркування та стандартної інформації про товар обсягів споживання енергії та інших ресурсів енергоспоживчими продуктами».
29. Директива 2010/31/ЄС «Про енергоефективність будівель (EPBD)».
30. Директива 2006/32/ЄС «Про ефективність кінцевого використання енергії та енергетичні послуги (з 25.10.2012 EED 2012/27/ЄС Про енергоефективність)».
31. Лещенко В.П., Плоский В.О., Скочко В.І. Теоретичні аспекти проектування внутрішніх геометричних параметрів енергоефективних стінових

блоків // Сучасні проблеми архітектури та містобудування. 2018. Вип. 50. С. 376-388.

32. Сердюк В.Р. Комплексне в'яжуче з використанням мінеральних добавок та відходів виробництва / Сердюк В. Р., Лемешев М.С., Христин О.В. // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. Науково-технічний збірник. – 2009. – Вип. 33. С. 57-62.

33. Сердюк В. Р. Золоцементне в'яжуче для виготовлення ніздрюватих бетонів / В. Р. Сердюк, М. С. Лемешев, О. В. Христин // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві. – 2011. – № 1. С. 57-61.

34. Кардашов Д.А. Краткие очерки по физико-химии полимеров. Полимерные клеи / Д.А. Кардашов, А.П. Петрова – М.: Химия, 1983. – 256 с.

35. Клеевые соединения древесины и бетона в строительстве / [Л. Н. Шутенко, В. З. Клименко, Ю. Д. Кузнецов и др.]. – Киев: Будівельник, 1990. – 136 с.

36. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. Изд. 3-е, перераб. и доп. / К. Ф. Фокин. – М.: Стройиздат, 1973.

37. Якусевич С.Г. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд / С.Г. Якусевич, В.О. Плоский // Прикладна геометрія та інженерна графіка. К.: КНУБА, 2018. – Вип. 96. С. 88-94.

38. Філоненко О.І. Будівельна теплофізика огорожувальних конструкцій будівель: Навч. посібник / О.І. Філоненко, О.І. Юрін. □ Полтава: Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, 2015. 328 с.

39. Скочко В.І. Спеціальні геометричні моделі процесів, що розвиваються в суцільному середовищі: дис...к. техн. наук: 05.01.01. К.: КНУБА, 2012. 269с.

40. Богославский В. Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха): Учебник для вузов. Изд. 2 е, перераб. и доп. / В. Н. Богославский – М.: Высшая школа, 1982. – 415 с.

41. Пехович А.И. Расчёты теплового режима твёрдых тел. Изд. 2-е, перераб. и доп. / А.И. Пехович, В.М. Жидких. – Ленинград: «Энергия», 1976. 352 с.
42. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. Изд. 3-е, перераб. и доп. / К.Ф. Фокин. – М.: Стройиздат, 1973. 287 с.
43. Лыков А.Б. Теоретические основы строительной теплофизики. – М.: Стройиздат, 1961. 519 с.
44. Исаченко В.П. Теплопередача. Учебник для вузов, Изд. 3-е, перераб. и доп. / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: «Энергия», 1975. 488 с.
45. Воронцов О. В. Конструирование сетчатых каркасов в задачах отведения поверхностных вод / О. В. Воронцов // Дисс. ... канд. техн. наук: 05.01.01. – К.: КИСИ, 1992. – 160 с.
46. Будівельна фізика: підручник / Т. В. Жидкова, Т. М. Апатенко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 405 с.
47. Лещенко В.П., Плоский В.О., Панько О.М. Концептуальні положення розробки енергоефективних стінових блочних конструкцій // Сучасні проблеми архітектури та містобудування. 2017. Вип. 48. С. 489-502.
48. Строй А.Ф. Диапазон оптимізації теплотехнічних характеристик огорожувальних конструкцій за допомогою повітряних прошарків / А. Ф. Строй, Л. В. Гирман // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2007. №76. С. 247-250.
49. Строй А.Ф. Розрахунок замкнутих повітряних прошарків в огорожувальних конструкціях / А.Ф. Строй, Л.В. Гирман // ВІСНИК: Теорія і практика будівництва: збірник статей. – Л.: Видавн. Національного університету “Львівська політехніка”, 2007. №600. С. 297-301.
50. Ратушняк Г.С. Будівельна теплофізика. Навчальний посібник / Г.С. Ратушняк, Г.С. Попова. – Вінниця: ВНТУ, 2004. 119 с.

51. Якусевич С.Г. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд / С.Г. Якусевич, В.О. Плоский // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2018. Вип. 96. С.88-94.
52. Дзіковська Ю. Методика визначення тепловтрат будинку за результатами тепловізійного дослідження / Ю. Дзіковська, Н. Гоц // Вимірювальна техніка та метрологія, № 76, 2015 р. С. 59-66.
53. Скочко В.І., Плоский В.О., Гегер А.Д., Скочко Л.О. Скорочення тепловтрат систем теплопостачання шляхом оптимізації їх геометричних моделей при проектуванні. Наук. тех. журн.: Енерго-ефективність в буд. та арх., 2018. Вип. 10. С. 15-28.
54. Сергейчук О.В. Геометричне моделювання фізичних процесів при оптимізації форми енергоефективних будинків: дис...д. техн. наук: 05.01.01. К.: КНУБА, 2008. 425с
55. Авдеев Г.К., Дмитриев А.Н. Физико-механические теплозащитные показатели металлических ограждающих конструкций типа «ПТАР» с утеплителем из фенолформальдегидных пенопластов // Тепловая эффективность наружных ограждающих конструкций. - М., 1988. С.71–74.
56. Баженов Ю.М. Ограждающие конструкции с использованием бетонов низкой теплопроводности (основы теории, методы расчёта и технологическое проектирование): Научное издание / Ю.М. Баженов, Е.А. Король, В.Т. Ерофеев, Е.А. Митина // – М.: Издательство ассоциации строительных вузов, 2008. 320 с.
57. Беляев В.С. Энергоэффективность и теплозащита зданий / В.С. Беляев, Ю.Г. Граник, Ю.А. Матросов. – М.: АСВ, 2012. 400с.
58. Беляев В.С. Повышение теплозащиты наружных ограждающих конструкций // Жилищ, стр-во.- 1998.- № 3. С. 22-26.
59. Богуславский Л. Д. Экономическая эффективность уровня теплозащиты зданий. – М.: Стройиздат, 1981. 103 с.
60. Богословский В.Н. Тепловой режим здания.- М.: Стройиздат, 1979. 248 с.

61. Буданов Б. А. Стена современного здания. Проблемы и решения // Петербург, строит, рынок.- 2000.- № 6 (24). С. 56; № 8 (26). С. 56: ил.
62. Власов, О.Е. Теплотехнический расчет ограждающих конструкций. – М.-Л.: Госстройиздат, 1933. 20 с.
63. ДБН В.2.2-15:2019 «Житлові будинки. Основні положення». Електронний ресурс. – Режим доступу: https://dbn.co.ua/load/normativy/dbn/dbn_v_2_2_15_2015_zhitlovi_budinki_osnovni_p_olozhennja/1-1-0-1184.
64. ДСТУ Н Б А.2.2-5:2007 “Настанова з розробки енергетичного паспорта”.
65. Назарова О.П. Геометричне моделювання дискретно представлених кривих на основі тотожностей. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 1996. – Вип. 61. С. 199 201.
66. Alyamovskaya A.A. Inzhenerni rozrakhunky v SolidWorks Simulation. М.: DMK Press, 2010. -464 s. II. (Seriya «Proektuvannya»).
67. Самарский А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 269 с.
68. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 616 с.
69. Самарский, А.А. Численные методы математической физики [Текст] / А.А.Самарский, А.В.Гулин. – М.:Наука, 2003. – 316 с.
70. Несис Е. И. Методы математической физики / Е. И. Несис. – М.: «Просвещение», 1977. – 199 с.
71. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов, т. 1 / Н. С. Пискунов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 456 с.
72. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов, т. 2 / Н. С. Пискунов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 576 с.

73. Самарский А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 480 с.
74. Соболев С. Л. Уравнения математической физики / С. Л. Соболев. – М.: Наука, 1966. – 444 с.
75. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 553 с.
76. Самарский А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978.
77. Оден Дж. Т. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Т. Оден. – М.: Мир, 1976.
78. Сахаров А. С. Метод конечных элементов в механике твердых тел. / А. С. Сахаров, В. Н. Кислоцкий, В. В. Киричевский, И. Альтенбах и др.; под общ. ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха. – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
79. Трушин С. И. Метод конечных элементов. Теория и задачи / С. И. Трушин. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 256 с.
80. Fenner R.T. Finite Element Method for Engineers / R.T. Fenner. – London: The Macmillan Press Ltd, 1975.
81. Holand I. Finite Element Method in Stress Analysis / I. Holand, K. Bell. – Trondheim: Tapir-Verlag, 1969.
82. Баженов В. А. Метод конечных элементов в задачах строительной механики / В. А. Баженов, А. С. Сахаров, Г. И. Мельниченко, С. М. Чорний. – К.: КДТУБА, 1994. – 368 с.
83. Хомченко А. Н. К расчету температурных полей в сотовых структурах методом конечных элементов / А. Н. Хомченко // Инженерно-физический журнал. – 1987. – Т. 52. – № 2. – с. 301-305.
84. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха. - Киев: Вища школа. - 1982. - 480 с.
85. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов: пер. с англ. / Л. Сегерлинд - М.: Мир. - 1979. - 392 с.

86. Минаев О. А. Механика сплошных сред. Теория и задачи / О. А. Минаев, Б. М. Илюкович, М. К. Измайлова. - К.: НМК, 1993. - 352 с.
87. Афанасьев Б.А. Моделивання технології утеплення проекту будинку з складними формами фасадів /Б.А. Афанасьєв, І.М. Бабій, О.О. Борисов, Л.В. Кучеренко, М.В. Хлицов// Науково-технічний журнал “Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві”. Будівельні конструкції. – 2020. С. 11-17.
88. Alabovs'kyu A.N. Tekhnichna termodynamika ta teploperedacha /Alabovs'kyu A.N., neduzhykh I.A// Navchal'nyu posibnyk, 3-e yzd. -Kyuyiv, Vyshcha shk. 1990. -240 s.
89. Пугачов Є.В. Дискретне геометричне моделювання скалярних та векторних полів стосовно будівельної світлотехніки / Є. В. Пугачов // Дис. ... докт. техн. наук: 05.01.01. – К.: КНУБА, 2ntgkjdf 001. – 339 с.
90. ДСТУ-Н Б В.2.6-192:2013. Настанова з розрахункової оцінки тепловологісного стану огорожувальних конструкцій. Національний стандарт України. Мінрегіон України, 2014.
91. Coulomb J.-L. CAO an electrotechnique / Jean-Louis Coulomb, Jean-Claude Sabonnadiere. – Praise, 1985. – 208p.
92. Ciarlet P. G. General Lagrange and Hermite Interpolation in R With Application to Finite Element Method / P. G. Ciarlet, P. A. Raviart // Arch. Ration Mech. Anal., 1972. – Vol. 46.
93. Ciarlet P. G. Interpolation Theory over Curved Elements / P. G. Ciarlet, P. A. Raviart // Comp. Mech. Appl. Mech. Eng. 1972. – Vol. 1.
94. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements / J. T. Oden, J. N. Reddy. – New York – London: John Wiley & Sons, 1976.
95. Wachspress E. L. Rational Finite Element Basis / E. L. Wachspress. – New York: Acad. Press, 1975.
96. Барашников А.Я. Будівельні конструкції: підручник / А.Я. Барашников, В.М. Колякова. – К.: Слово, 2011. 255 с.

97. Гетун Г.В. Аспекти проектування огорожувальних конструкцій енергоефективних будівель в Україні / Кол. авторів: Г.В. Гетун, І.С. Безклубенко, О.І. Баліна, Ю.П. Буценко // Монографія. – К.: КНУБА, 2020.

98. Интерполяция, аппроксимация и регрессия [Електронний ресурс]. – Доступ: <http://lib.qrz.ru/node/10661> Дата звернення: Груд. 10, 2018р.

99. Интерполяция [Електронний ресурс]. – Доступ: https://studopedia.ru/14_111504_postanovka-zadachi-interpolyatsii.html Дата звернення: Груд. 10, 2018р.

100. Методи вибору теплоізоляційного матеріалу для утеплення будівель. ДСТУ Б В.2.6. – 189:2013. [Чинний від 2014-01-01]. Вид. офіц. Київ, Мінрегіон України, 2014. 55 с. (Державні стандарт України)

101. Гетун Г.В. Підвищення теплозахисних якостей зовнішніх огорожувальних конструкцій будівель – одне із найважливіших завдань сучасного будівництва в Україні / Г.В. Гетун, Б.Г. Криштоп, О.В. Сергейчук // Містобудування та територіальне планування, 2009. - № 35. С. 106–111.

102. Гирман Л.В. Теплотехнічні властивості огорожувальних конструкцій із замкнутими повітряними прошарками: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Л.В. Гирман – Полтава, 2011. – 172 с. – Бібліогр.: с. 143–154.

103. СНиП 23-02-2003. Тепловая защита зданий. Свод правил.

104. Пехович А. И. Расчёты теплового режима твёрдых тел. Изд. 2-е, перераб. и доп. / А. И. Пехович, В. М. Жидких. – Ленинград: «Энергия», 1976. – 352 с.

105. СП 131.13330.2012 «Будівельна кліматологія».

106. СП 23-101-2004 «Проектування теплового захисту будівель»

107. Дешко В.І. Математичні моделі будівель для оцінки енергоспоживання / В.І. Дешко, І.Ю. Білоус // Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць. Випуск 80, Київ 2014. С. 68–72.

108. ДСТУ 30494-2011 «Будівлі житлові і суспільні».

109. ДСТУ Б В.2.6-101:2010 Конструкції будинків і споруд. Метод визначення опору теплопередачі огорожувальних конструкцій.

110. Гмурман В.С. Теория вероятностей и математическая статистика,- М.: Высш. шк., 1972. 368 с.

111. Держенергоефективність України. URL: <http://saee.gov.ua/uk/activity/plany-ta-zvity>.

112. Директива 2006/32/ЄС «Про ефективність кінцевого використання енергії та енергетичні послуги (з 25.10.2012 EED 2012/27/ЄС Про енергоефективність)». Офіційний вісник Європейського Союзу. 2006. (2006 L0032-UA-11.12.2008-001.001-1).

113. Директива 2010/30/ЄС «Про вказування за допомогою маркування та стандартної інформації про товар обсягів споживання енергії та інших ресурсів енергоспоживчими продуктами». Офіційний вісник Європейського Союзу. 2010, L 153/1.

114. Директива 2010/31/ЄС «Про енергоефективність будівель (EPBD)». Офіційний вісник Європейського Союзу. 2010, L 153/13.

115. ДСТУ-Н Б А.2.2-13:2015 «Енергетична ефективність будівель. Настанова з проведення енергетичної оцінки та енергетичної сертифікації будівель». Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. Київ, 2015.

116. ДСТУ Б А.2.2-12:2015 «Енергетична ефективність будівель. Метод розрахунку енергоспоживання при опаленні, охолодженні, вентиляції, освітленні та гарячому водопостачанні». Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. Київ, 2015, 40 с.

117. ДСТУ-Н Б В.3.2-3:2014 «Настанова з виконання термомодернізації житлових будинків». Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. Київ, 2014, 69 с.

118. ДБН В 1.3.1-1-2002. Ремонт і підсилення несучих та огорожувальних будівельних конструкцій і основ промислових будинків та споруд. – К.: НДІБВ Держбуду України, 2003. 164 с.

119. ДСТУ EN 15232:2014 «Енергоефективність будівель. Вплив автоматизації, моніторингу та управління будівлями». (EN 15232:2012, IDT). Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. Київ, 2014, 75 с.

120. ДСТУ ISO 50001:2014 «Енергозбереження. Системи енергетичного менеджменту. Вимоги та настанова щодо використання». Мінекономрозвитку України. Київ, 2014, 20 с.

121. Дудар І.Н. Енергоефективні матеріали та конструкції для теплового захисту будівель і споруд / І.Н. Дудар, С.В. Риндюк // Будівельні матеріали та виробы, 2017. - №2(2). С. 31-35.

122. Керамические блоки: технические характеристики и преимущества. URL: <https://keramodim.com.ua/ru/blog/xarakteristiki-keramicheskix-blokov.html>.

123. Алексеев О. В. Mathcad 12 / О. В Алексеев, О. В. Чеснокова. – М.: ИТ Пресс, 2005. – 345 с.

124. Дубенець В.Г. Основи методу скінченних елементів: навчальний посібник / В.Г. Дубенець, В.В. Хільчевський, О.В. Савченко. Чернігів: ЧДТУ, 2007. 288 с.

125. Елагин Б.Г. Основы теплофизики ограждающих конструкций зданий: Учеб. Пособие. – Киев: УМК ВО, 1988. 120 с.

126. Енергетична стратегія України на період до 2030 р. / Розпорядження Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 №1071.

127. Закон України «Про внесення змін до Бюджетного кодексу України щодо запровадження нових інвестиційних можливостей, гарантування прав та законних інтересів суб'єктів підприємницької діяльності для проведення масштабної енергомодернізації». URL: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/327-19>.

128. Закон України «Про запровадження нових інвестиційних можливостей, гарантування прав та законних інтересів суб'єктів підприємницької діяльності для проведення масштабної енергомодернізації». URL: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/327-19>.

129. Закон України «Про енергоефективність будівель». URL: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/2118-19>.

130. Запривода В.О. Вимоги до теплотехнічних показників огороджувальних конструкцій будівель / В.О. Запривода, Г.В. Гетун // Вісник будівельника, №10. – 2019. С. 44–47.

131. Ильинский В. М. Проектирование ограждающих конструкций зданий(с учётом физико-климатических воздействий). – М.: Высшая школа, 1974. 320 с.

132. Ильинский, В.М. Строительная теплофизика (ограждающие конструкции и микроклимат зданий):[учебн. пособие для инж.-строит. вузов] / В.М. Ильинский.: - М., Вышш.шк., 1974. 320 с.: ил.

133.

134. Исаков О.А. Оптимальная толщина замкнутых воздушных прослоек в ограждающих конструкциях // Жилищ, стр-во.- 1992.- № 5. С. 22–24.

135. Кабир Акрамул. Исследование напряженного состояния и оптимизация параметров бетонных блоков со сложной геометрией: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Полтава, 1994. 18 с.

136. Кувшинов Ю.Я. Методика расчёта трёхмерного температурного поля наружных стен с осесимметричными теплопроводными включениями / Ю.Я. Кувшинов, Е.Г. Малявина // Известия вузов. Строительство. – 2001. – № 5. С. 66–70.

137. Кузнецова О.О. Моделювання впливу термічних неоднорідностей на приведеній опір теплопередачі зовнішніх огороджувальних конструкцій будинків // Вісник КНУТД 2013, №6. С. 126–135.

138. Лісенко В.А., Суханов В.Г., Закорчемний Ю.О., Верьовкіна С.Є. Архітектурно-конструктивні енергоефективні оболонки будівель та споруд. – Одеса: Изд-во «Optimum», 2015. 254 с.

139. Лещенко В.П. Алгоритм визначення геометричних параметрів внутрішньої структури енергоефективних стінових блоків // Прикладна геометрія та інженерна графіка. 2018. Вип. 95. С. 215–219.

140. Лещенко В.П., Плоский В.О., Панько О.М. Основи розробки енергоефективних стінових блочних конструкцій // VII Міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані енергоефективні технології в архітектурі та будівництві: Енергоінтеграція–2017», 26–28 квітня 2017 р. Київ: КНУБА, 2017. С. 52–54.

141. Лещенко В. Підбір геометричних параметрів структури енергоефективних стінових блоків при їх проектуванні // IX Міжнародна науково-практична конференція «Енергоінтеграція–2019», 24–26 квітня 2019 р. Київ: КНУБА, 2019. С. 42.

142. Лещенко В., Куліков П., Скочко В., Кожедуб С. Дослідження температурних полів засобами чисельного моделювання // International Scientific-Practical Conference of young scientists «Build-Master-Class–2020», November 2020. Kyiv, 2020. P. 84–85.

143. Лыков, А.В. Теоретические основы строительной теплофизики / А.В. Лыков // Минск: изд. АН БССР, 1961. 519 с.

144. Лыков А.В. Тепломасообмен: (Справочник) Изд. 2 е, перераб. и доп. / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. 480 с.

145. Маляренко В.А. Будівельна теплофізика. Курс лекцій для студентів усіх форм навчання будівельних спеціальностей. Укл.: Маляренко В.А., Герасимова О.М., Малеев О.І. – Харків: ХНАМГ, 2007. 100 с

146. Маляренко В.А. Основи теплофізики будівель та енергозбереження: Підручник. – Харків: «Видавництво САГА», 2006. 484 с.

Додатки

Акти впровадження

Список публікацій здобувача**ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНО В РОБОТАХ*****Публікації у періодичних наукових виданнях інших держав:***

1. Leshchenko V., Yakusevich S., Yakusevich A., Skochko V. Comparative analysis of numerical modeling methods of temperature fields related to the problems of energy efficient structures designing. // Scientific letter of Academes Society of Michail Baludyansky. 2020. Volume 8. N1a. P. 144–152

Автору належить проведення аналізу методів чисельного моделювання з точки зору моделювання температурних полів.

Публікації у фахових виданнях:

2. Якусевич С. Г., Плоский В. О. Деякі аспекти ефективного влаштування теплоізоляційної оболонки будинку – Енергоефективність в будівництві та архітектурі, Вип. 9, 2017, – С.259 - 266

Автору належить проведення системного аналізу основних чинників, що впливають на вибір матеріалу утеплювача, місця його влаштування та його товщину. Запропонований алгоритм визначення змінної товщини теплоізоляційного шару.

3. Якусевич С.Г., Плоский В.О. Спосіб відтворення температурних полів конструктивних вузлів будівель та споруд – Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 94, – С. 88-94.

Автору запропонував використання підходу, аналогічного до того, що застосовується при моделюванні ізоліній та ізоповерхонь потенціалу електростатичних полів задля моделювання температурних полів на основі побудови потенціальних функцій температури від умовних джерел та стоків теплової енергії.

4. Якусевич С.Г. Алгоритм конструювання вузлів зовнішніх огорожувальних конструкцій при проектуванні теплової оболонки будівлі –

Прикладна геометрія та інженерна графіка, 2018, Випуск 95, – С. 206.

Автору належить наведення принципів усунення містків холоду в товщі зовнішніх огорожувальних конструкцій, запропоновано алгоритм поетапної побудови температурних полів у досліджуваних вузлах, пошуку траєкторій найшвидших тепловтрат та визначення опорів теплопередачі уздовж відповідних траєкторій з метою порівняння значення цих опорів із нормативними показниками.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Якусевич С.Г. Деякі аспекти визначення теплового потоку на зовнішніх поверхнях вузлів огорожувальних конструкцій будинка – Тези конференції «Build-Master-Class 2017» – С.134-135

6. Yakusevych S., Ploskyi V. Principles of efficient using of thermal insulation for building – Тези конференції «Енергоінтеграція-2017» – С. _- _.

7. Якусевич С., Плоский В., Кулінко Є., Посікера А. Моделювання температурних полів на основі інтегральних рівнянь потенціалу – Тези конференції «Build-Master-Class 2020» – С.82-83.

Доповідь на конференції без тез:

1. Якусевич С. Практичні аспекти побудови температурних полів теплової оболонки енергоефективного будинку. - «Енергоінтеграція-2017»