

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

Лук'янченко Ольга Олексіївна

УДК 539.375

**ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ
ЙМОВІРНІСНІЙ ПОСТАНОВЦІ ЗАДАЧ НАДІЙНОСТІ ТА БЕЗПЕКИ
ТОНКИХ ОБОЛОНОК З НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ**

05.23.17 – будівельна механіка

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2020

Дисертацією є кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Робота виконана в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури МОН України.

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України
Баженов Віктор Андрійович,
Київський національний університет будівництва і архітектури МОН України,
завідувач кафедри будівельної механіки,
(м. Київ)

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Жук Ярослав Олександрович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки
(м. Київ)

доктор технічних наук, професор
Гондляр Олександр Володимирович,
НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського»,
завідувач кафедри хімічного, полімерного та силікатного машинобудування
(м. Київ)

доктор технічних наук, професор
Марчук Олександр Васильович,
Національний транспортний університет,
завідувач кафедри опору матеріалів та машинознавства
(м. Київ)

Захист відбудеться « » грудня 2020 р. о 13⁰⁰ годині в ауд. 466 на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.04 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31.

Автореферат розісланий « » листопада 2020 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
Д 26.056.04
доктор технічних наук, професор



І. І. Солодей

Лук'янченко Ольга Олексіївна

**ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ
ЙМОВІРНІСНІЙ ПОСТАНОВЦІ ЗАДАЧ НАДІЙНОСТІ ТА БЕЗПЕКИ
ТОНКИХ ОБОЛОНОК З НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ**

05.23.17 – будівельна механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Відповідальний за випуск
д.т.н., професор І.І. Солодей

Підписано до друку 16.11.2020. Формат А5 (148x210 мм). Папір офсетний.
Друк цифровий. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 1,7. Обл.вид.арк. 1,9.
Наклад 150 прим. Зам. 02-28/05-2020.

Віддруковано у видавництві «Каравела» з оригіналів автора,
просп. Рокосовського, 8а, м. Київ, 04201, Україна.
тел. (044) 592-39-36. E-mail: caravela@ukr.net

Свідоцтво
про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції:
ДК №2035 від 16.12.2004 р.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасний рівень технічного прогресу дозволяє створювати тонкі оболонкові конструкції з високим рівнем надійності. Але існує проблема забезпечення їх безаварійної експлуатації на всіх етапах життєвого циклу із-за появи в них дефектів. Для розв'язання даної проблеми в середині ХХ століття почали розроблятися потужні обчислювальні системи, які використовували методи будівельної механіки, математичної фізики, механіки твердого деформованого тіла. Спостерігалася інтенсивна розробка чисельних методів, які ґрунтувалися на дискретизації диференціальних рівнянь (метод сіток) та функціонала потенціальної енергії (варіаційно-різницеві методи). Поява методу скінченних елементів (МСЕ) відкрила нові можливості комп'ютерного моделювання. Почали розроблятися методи, засновані на варіаційних формулюваннях, відмінних від функціонала в переміщеннях: метод напружень, змішаний метод, гібридні методи, метод граничних інтегральних рівнянь. Інтенсивно розвивалися напрями з розробки уточнених скінченних елементів і методів математичної фізики для розв'язання задач геометричної і фізичної нелінійності, стійкості, динаміки. На даний момент розрахунок міцності та стійкості досконалих оболонок в геометрично нелінійній постановці існує в промислових обчислювальних комплексах, які мають розвинені сервісні можливості та широко використовуються в Україні і світі. Використання чисельних методів дає можливість задавати недосконалості у довільній формі і досліджувати глобальну нелінійну поведінку тонких оболонок. Але залишається актуальним питання уточнення геометрично нелінійних скінченноелементних моделей оболонок з недосконалостями форми в задачах стійкості, наприклад, для розв'язання проблеми жорстких зміщень.

На даний момент існує значний розрив між високим теоретичним і обчислювальним рівнем, на якому розв'язуються задачі міцності та стійкості тонких оболонок, і рівнем обґрунтованості висновків про їх надійність та безпеку. Детермінований підхід неминує веде до збільшення витрат матеріалу за рахунок необґрунтованого вибору коефіцієнтів запасу. Тому важливо враховувати випадкові чинники при дослідженні надійності конструкцій. Цим питанням займаються статистична механіка і теорія надійності, які є розділами будівельної механіки і тісно пов'язані між собою. За останні роки ймовірнісні та статистичні методи оцінки надійності знаходять все більш широке застосування в інженерній практиці і є основою багатьох останніх редакцій норм проектування будівельних конструкцій різних країн. Але проблема підвищення надійності та безпеки тонких оболонок на стадії проектування з можливістю прогнозування їх технічного стану залишається недостатньо вирішеною. Існує нагальна потреба розвитку та створення нових ефективних ймовірнісних підходів з використанням сучасних обчислювальних комплексів, які би дозволили забезпечити надійну і безаварійну експлуатацію тонких оболонок.

Тому чисельна реалізація методу скінченних елементів при ймовірнісній постановці задач надійності та безпеки тонких оболонок з урахуванням недосконалостей форми є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана у відповідності до загального плану наукових досліджень кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) і Науково-дослідного інституту будівельної механіки (НДІБМ КНУБА).

Дослідження проведені в межах наступних науково-дослідних робіт, що виконувались за напрямком 05 – «Нові комп'ютерні засоби та технології інформатизації суспільства» за дорученням Міністерства освіти і науки України:

2ДБ-2005 «Створення теорії та методів чисельного дослідження несучої спроможності просторових конструкцій при інтенсивних статичних та динамічних навантаженнях» (2005-2007 рр., № держ. реєстрації 0105U1333);

3ДБ-2008 «Теоретичні основи та методики дослідження стійкості та руйнування просторових тонкостінних конструкцій пружних систем» (2008-2010 рр., № держ. реєстрації 0108U000230);

1ДБ-2017 «Дослідження процесів нелінійного деформування неоднорідних структур та динамічного руйнування масивних тіл з тріщинами сучасними методами обчислювальної механіки» (2017-2019 рр., № держ. реєстрації 0117U004841).

Дослідження також проведені в межах науково-дослідних робіт, що виконувались в Національному технічному університеті „Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” (КПІ) за договорами з Державною установою Національним антарктичним науковим центром України (ДУНАНЦ) за дорученням Міністерства освіти і науки України:

Н/7-2013 «Розробка автоматизованої системи запобігання витокам палива на українській антарктичній станції “Академік Вернадський”» (№ держ. реєстрації 0113U004970);

Н/8-2015 «Імітаційне та фізичне моделювання автоматизованої системи запобігання витокам палива на українській антарктичній станції „Академік Вернадський”» (№ держ. реєстрації 0115U005639);

Н/9-2017 «Розробка підсистем візуалізації та прийняття рішення про стан об'єкта в автоматизованій системі запобігання витокам палива на українській антарктичній станції “Академік Вернадський”» (№ держ. реєстрації 0117U001689).

Авторка брала участь у виконанні перелічених науково-дослідних робіт як виконавець.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розв'язання проблем надійності та безпеки тонких оболонкових структур з недоскональностями форми методами обчислювальної механіки.

Мета роботи досягається вирішенням наступних завдань:

- побудова модифікованої схеми методу скінченних елементів до розв'язання проблеми нелінійного деформування та стійкості тонких оболонок з довільними недоскональностями форми на основі векторної апроксимації функції переміщень у загальній криволінійній системі координат;

- розробка чисельної методики визначення проектної надійності за стійкістю тонких недосконалих оболонок в ймовірнісній постановці;

- розробка алгоритмів комп'ютерного скінченноелементного моделювання тонких оболонок з реальними та змодельованими недоскональностями форми їх стінок

різної амплітуди з візуалізацією в заданому масштабі при окремій та сумісній дії статичних навантажень;

- дослідження в геометрично нелінійній постановці напружено-деформованого стану та стійкості тонких оболонок (циліндричних, сферичних, довгих гнучких, оболонок-опор) з реальними і змодельованими недосконаlostями форми з визначенням області їх загальної стійкості;

- побудова кривих (поверхонь) проектної надійності за стійкістю тонких оболонок при різних видах навантаження з урахуванням заданої функції розподілу щільності ймовірності недосконаlostей форми;

- розробка чисельного підходу до визначення в ймовірнісній постановці експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми;

- оцінка безвідмовної роботи недосконалих оболонок по відношенню до заданої проектної надійності;

- розв'язання прикладних задач оцінки впливу геометрії, граничних умов, корозії металу та кілець жорсткості на загальну стійкість і надійність тонких оболонок з недосконаlostями форми;

- оцінка ризику аварій тонких оболонок в наслідок втрати їх загальної стійкості за рахунок реальних недосконаlostей форми та визначення їх безпечного ресурсу;

- розробка алгоритму комп'ютерного скінченноелементного моделювання зварних оболонок з різними варіантами розповсюдження дефектів зварних швів для багатокласового розпізнавання та прогнозування технічного стану оболонок.

Об'єктом дослідження є геометрично нелінійні скінченноелементні моделі стійкості тонких недосконалих оболонок; моделі недосконаlostей форми при різних видах навантаження; проектна та експлуатаційна надійність за стійкістю тонких недосконалих оболонок; безвідмовна робота за стійкістю недосконалих оболонок, яка оцінюється по відношенню до заданої проектної надійності; ризик аварій та безпечний ресурс тонких оболонок з реальними недосконаlostями в наслідок втрати їх загальної стійкості; моделі недосконаlostей форми оболонок у вигляді дефектів зварних швів.

Предметом дослідження є деформації і еквівалентні напруження; критичні (граничні) значення навантажень; функції розподілу щільності ймовірності недосконаlostей форми; проектна та експлуатаційна надійність; ймовірність відмови за загальною стійкістю; ризик аварій та безпечний ресурс; вплив геометрії, граничних умов, корозії металу, кілець жорсткості, дефектів зварних швів на стійкість і надійність тонких недосконалих оболонок.

Методи дослідження. Чисельно реалізується нова схема методу скінченних елементів на основі принципу можливих переміщень Лагранжа для формування рівнянь рівноваги тонких недосконалих оболонок довільної форми у вигляді системи нелінійних алгебраїчних рівнянь в загальній криволінійній системі координат. Матриця жорсткості криволінійного скінченного елемента будується за допомогою векторної апроксимації функції переміщень, що представлена рядом Маклорена, коефіцієнтами якого є значення шуканої вектор-функції та її похідних в центрі елемента. Для зменшення розміру нелінійного оператора жорсткості на

кожному кроці ітерації створюється лінеаризована матриця жорсткості елемента, вектори нев'язки і навантажень. Недосконалість форми оболонки при побудові скінченноелементних співвідношень враховані як початкове збурення розв'язку. Перехід до скалярних розрахункових співвідношень здійснюється після їх алгебраїзації. Для розв'язання геометрично нелінійної задачі статичної в такій постановці запропоновані: метод покрокового навантаження, в тому числі метод Ньютона-Рафсона та його модифікація з лінеаризацією системи рівнянь рівноваги в околі знайденого напружено-деформованого стану оболонки з врахуванням накопичених в ній зусиль.

Проектна надійність за стійкістю тонких недосконалих оболонок в ймовірнісній постановці визначається за допомогою чисельної реалізації методу скінченних елементів із застосуванням обчислювального комплексу NASTRAN та основних положень підходу В.В. Болотіна. Для моделювання недосконалостей форми оболонок розв'язані задача стійкості в лінійній постановці методом Ланцоша та геометрично нелінійна задача статичної методом Ньютона-Рафсона. Для формування нових координат вузлів моделей оболонок з урахуванням амплітуд недосконалостей авторкою створені програми на мові FORTRAN90 в середовищі Developer Studio, які адаптовано до комплексу NASTRAN.

Скінченноелементні моделі тонких оболонок з реальними недосконалостями форми будуються за допомогою сплайн-кривих комплексу NASTRAN з використанням розробленої автором програми їх візуалізації в заданому масштабі. Експлуатаційна надійність недосконалих оболонок оцінюється за допомогою кривих (поверхонь) проектною надійності оболонок зі змодельованими недосконалостями та граничних значень навантаження, отриманих при розв'язанні геометрично нелінійної задачі статичної методом Ньютона-Рафсона. Ймовірність відмови за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконалостями форми визначається на основі теорії ймовірності з урахуванням областей безвідмовної роботи оболонок зі змодельованими недосконалостями і реальними недосконалостями форми.

Ризик аварії недосконалих оболонок оцінюється на основі теорем теорії ймовірності, підходів нечіткої логіки, методів прийняття рішень в умовах невизначеності як перевищення фактичною ймовірністю аварії теоретичної, закон розподілу якої відповідає однопараметричному розподілу Релея. Області прийнятних значень ризику аварії визначаються за величиною інформаційної ентропії і подається у вигляді графіку. Безпечний ресурс недосконалих оболонок визначається на основі його фактичного зносу з урахуванням математичного сподівання експлуатаційної надійності оболонок.

Для багатокласового розпізнавання та прогнозування стану оболонок з дефектами зварних швів в місцях розташування датчиків визначаються нейромережеві класифікатори: деформації і напруження в оболонці за допомогою розв'язання геометрично нелінійної задачі статичної методом Ньютона-Рафсона; частоти і форми власних коливань – методом Ланцоша з урахуванням дії експлуатаційного навантаження.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у чисельній реалізації методу скінченних елементів при ймовірнісній постановці задач надійності та безпеки тонких оболонок з недосконаlostями форми. При цьому:

1. Вперше розроблено новий ймовірнісний підхід до визначення проектної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок (циліндричних, сферичних, довгих гнучких, оболонок-опор) із змодельованими недосконаlostями форми при окремії та сумісній дії статичних навантажень з чисельною реалізацією методом скінченних елементів;

2. Запропонована нова чисельна реалізація методу скінченних елементів до визначення в ймовірнісній постановці експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми;

3. Розроблено ефективний ймовірнісний підхід до оцінки ризику аварії тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми в наслідок втрати загальної стійкості та визначення безпечного ресурсу;

4. Побудована нова модифікована схема методу скінченних елементів до розв'язання проблеми нелінійного деформування і стійкості тонких оболонок з довільними недосконаlostями форми на основі векторної апроксимації функції переміщень у загальній криволінійній системі координат;

5. Вперше запропоновано і реалізовано ефективний алгоритм комп'ютерного моделювання недосконаlostей форми різної амплітуди тонких оболонок із застосуванням програмного комплексу NASTRAN і створеної авторкою програми формування нових вузлових координат моделі, яка адаптована до даного комплексу;

6. Вперше представлено і застосовано алгоритм комп'ютерного моделювання реальних недосконаlostей форми стінок оболонок за допомогою сплайн-кривих програмного комплексу NASTRAN з можливістю їх візуалізації в заданому масштабі;

7. Вперше запропоновано алгоритм побудови кривих (поверхонь) проектної надійності тонких оболонок при різних видах навантаження відповідно до заданих функцій розподілу щільності ймовірності недосконаlostей форми;

8. Отримано нові розв'язки практичних задач дослідження впливу геометрії, граничних умов, корозії металу, кілець жорсткості та дефектів зварних швів на загальну стійкість, надійність та безпечну експлуатацію тонких оболонок;

9. Розроблено новий алгоритм комп'ютерного скінченноелементного моделювання тонких оболонок з дефектами зварних швів у вигляді крізних тріщин з урахуванням їх розповсюдження для багатокласового розпізнавання та прогнозування їх технічного стану.

Достовірність результатів обґрунтовується строгістю математичних перетворень, узгодженням чисельних результатів з аналітичними результатами інших авторів, збіжністю результатів в залежності від числа невідомих скінченноелементної моделі та точності розв'язання системи рівнянь.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні чисельних методик і ймовірнісних підходів до розв'язання актуальної науково-технічної проблеми будівельної механіки з визначення надійності та безпеки тонких оболонкових конструкції з недосконаlostями форми як на стадії проектування, так і на стадії їх експлуатації.

Чисельна реалізація ймовірнісних підходів використана в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури при виконанні держбюджетних науково-дослідних проектів та в межах науково-дослідних робіт, які виконувались в Національному технічному університеті „Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” (КПІ) за договорами з Державною установою Національним антарктичним науковим центром України (ДУНАНЦ) за дорученням Міністерства освіти і науки України.

Результати дисертаційної роботи використано для надання рекомендацій із забезпечення безаварійної експлуатації системи паливного резервуара із захисною смістю на українській антарктичній станції “Академік Вернадський”, чотирьох нафтоналивних резервуарів, розташованих в Одеській і Миколаївській областях України, оболонки-опори цистерни з рідиною на заводі “Оболонь” в м. Києві.

Особистий внесок здобувача. Основні результати та положення, які становлять суть (зміст) дисертації, отримані автором самостійно. В індивідуальних публікаціях і роботах, підготовлених у співавторстві, викладені наступні наукові результати, що належать автору: огляд літературних джерел з питань сучасного стану проблеми, постановка задачі [1, 2, 3]; розрахункові співвідношення МСЕ для тонких оболонок з довільними недосконаlostями форми на основі векторної апроксимації функції переміщень у загальній криволінійній системі координат [1, 2, 14, 26, 27]; алгоритми та реалізація комп’ютерного скінченноелементного моделювання недосконаlostей форми тонких оболонок (циліндричних, сферичних, довгих гнучких, оболонок-опор) при окремій та сумісній дії статичних навантажень [1, 4-7, 10, 15, 18, 19, 32]; алгоритми визначення проектної та експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з недосконаlostями форми з чисельною реалізацією методом скінченних елементів [1, 8, 9, 12, 16, 17, 24, 28, 33]; розв’язки практичних задач по оцінці впливу геометрії, граничних умов, корозії металу, кілець жорсткості на загальну стійкість та безвідмовну роботу тонких оболонок [1, 3, 11, 27, 29, 31], алгоритми і реалізація скінченноелементного моделювання тонких оболонок з дефектами зварних швів з урахуванням їх розповсюдження для багатокласового розпізнавання і прогнозування технічного стану оболонок [3, 13, 20-23, 25, 30].

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи та отримані в ході її виконання результати доповідались та обговорювались на міжнародних наукових конференціях:

«XVII Conference “Theoretical Foundation of Civil Engineering, Polish-Ukrainian-Lithuanian Trans-actions”» (Warsaw, September 2010)

«VI Міжнародна Антарктична Конференція “Інтернаціоналізація досліджень в Антарктиці – шлях до духовної єдності людства”» (Київ, 15-17 травня 2013 р.).

«VII Міжнародна Антарктична Конференція “Антарктичні дослідження: нові горизонти та пріоритети”» (Київ, 12-14 травня 2015 р.).

«Міжнародна наукова конференція “Математичні проблеми технічної механіки – 2017”» (Дніпродзержинськ, 17-20 квітня 2017 р.).

«VIII Міжнародна Антарктична Конференція “25-річчя приєднання України до Договору про Антарктику”» (м. Київ, 16-18 травня 2017 р.).

«V International Interdisciplinary Scientific Conference “Social Development Towards values. Ethics-Technology-Society”» (Zabrze Polska, 25-27 September 2019).

«IX Міжнародна Антарктична Конференція “60-річчя підписання Договору про Антарктику 1959 р.”» (Київ, 14-16 травня 2019 р.).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась на міжкафедральному семінарі КНУБА (м. Київ, 2020).

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані в 33 наукових працях, в тому числі в 3-х монографіях, в 23 статтях у фахових наукових журналах і збірниках наукових праць і 7 публікаціях матеріалів міжнародних і відчизняних конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Загальний обсяг дисертації становить 330 сторінок, у тому числі 122 рисунків, 48 таблиць, список використаних джерел із 210 найменувань на 22 сторінках, додатки на 32 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтована актуальність теми, визначені мета і задачі досліджень, наведена загальна характеристика роботи.

В першому розділі представлена сучасна методологія забезпечення надійності будівельних об'єктів, виконано огляд методів теорії надійності та ймовірності, які застосовуються в дослідженнях надійності та безпеки будівельних об'єктів, в тому числі оболонкових конструкцій.

Питання теорії надійності із застосуванням статистичних методів, які враховують випадкові чинники, вперше було розглянуто саме в будівельній механіці. Ідея про застосування статистичних методів до розрахунків на міцність була висунута в роботах М. Майєра і Н. Хоціалова у 1926 - 1929 рр. Видатна роль належить М.С. Стрелецькому, який представив статистичну концепцію надійності споруд. До післявоєнного періоду відносяться роботи А. Фрейденталя, О.Р. Ржаніцина, А. Іонсона та ін. О.Р. Ржаніцин розвинув теорію надійності будівельних конструкцій. В.В. Болотін перший узагальнив теорію надійності конструкцій з позицій теорії випадкових процесів і розв'язав багато задач теорії надійності будівельних конструкцій. Огляд наукових праць та основні аспекти застосування теорії ймовірності в області будівництва представили Г. Аугусти, А. Барата, Ф. Кашиати в книзі “Ймовірнісні методи в будівельному проектуванні”. А.В. Перельмутер, С.Ф. Пічугін, О.В. Кабанцев розглянули питання застосування методу граничних станів або методу розрахунку з частинними коефіцієнтами надійності в нормах проектування будівельних конструкцій різних країн (наприклад, Державні норми України ДБН В.1.2-14:2018; система Єврокодів: EN 1990:2002, EN 1990:2004). Огляд методів і засобів вирішення питання живучості та прогресуючого руйнування конструкцій висвітлено в роботах А.В. Перельмутера, Ю.І. Кудішина, Г.О. Генієва, В.І. Колчунова. Питання діагностування як окремих елементів конструкцій, так і складних об'єктів з використанням комплексних інтелектуальних систем моніторингу технічного стану конструкцій за концепцією

Structural Health Monitoring (SHM) розглядали в своїх працях Н.І. Бурау, С.С. Рупіч, W. Staszewski, D. Adams, S. Hoon та інші.

У другому розділі розглянуто існуючі підходи до урахування недосконалостей форми в задачах нелінійного деформування і стійкості тонких пружних оболонок; представлена нова модифікована схема побудови геометрично нелінійних скінченноелементних моделей тонких оболонок з довільними недосконалостями форми і запропоновано методи розв'язання задачі їх стійкості.

Значний внесок у розвиток нелінійної теорії пружних оболонок та створення методів розв'язання задач стійкості зробили Н.А. Алумяє, М.О. Алфатов, С.О. Амбарцюмян, І.Я. Аміро, В.А. Баженов, В.В. Болотін, Н.В. Валішвілі, А.С. Вольмір, І.І. Ворович, К.З. Галімов, О.В. Гондлях, Є.О. Гоцуляк, Е.І. Григолюк, Я.М. Григоренко, О.М. Гузь, В.І. Гуляєв, Л.Г. Доннел, Я.О. Жук, В.О. Заруцький, Б.Я. Кантор, В.Т. Койтер, М.С. Корнішин, Х.М. Муштарі, В.В. Новожилов, Дж. Оден, В.Г. Піскунов, О.В. Погорелов, О.С. Сахаров, С.П. Тимошенко, В.І. Феодосьєв, Ю.М. Шевченко та інші вчені.

Метод скінченних елементів (МСЕ) для комп'ютерного моделювання першими застосовували Р. Курант, О. Зенкевич, М. Тернер, Р. Клаф, До. Мартін, Л. Топ, Л.А. Розін, В.Г. Корнеєв та інші. Огляд робіт по дослідженню нелінійного деформування, втрати стійкості та закритичної поведінки тонких оболонок методом скінченних елементів виконано в роботі В.А. Баженова, О.П. Кривенко, М.О. Соловья. Ефективність універсальних просторових скінченних елементів, що побудовані на основі моментної схеми скінченних елементів (МССЕ), була підтверджена чисельними дослідженнями в роботах О.С. Сахарова. Огляд плоских і криволінійних скінченних елементів тонких оболонок виконано в роботах Д.В. Вайнберга, А.С. Городецького, В.В. Киричевського, О.І. Голованова, М.С. Корнішина.

В роботах В.А. Баженова, А.С. Вольміра, Г.Д. Гавриленка, Є. О. Гоцуляка, Е.І. Григолюка, В.С. Дорофєєва, К.М. Дубяги, М.Б. Жукова, В.В. Кабанова, В.Т. Койтера, Г.П. Коломійчука, Є.А. Лопаніцина, Й.Й. Лучка, Є.О. Матвєєва, А.М. Мільцина, В.І. Мяченкова, В.І. Олевського, В.В. Плетіна, А.А. Тарасенка, П.В. Чепури, J. Arbocz, E. Bielewicz, J. B-ullesbachb, L.H. Donnel, J. Gorski, A.H. Heinena, J.W. Hutchinson, M.S. Ismail, M. Jovanović, A. Simonović, M. Stanković, Z. Talib, M. Ristić, J. Roorda, Z. Wang, S.A. Yahya, Y. Zhao та інш. підтверджено істотний вплив недосконалостей форми на безаварійну експлуатацію тонких оболонок. На даний момент існують сучасні промислові обчислювальні комплекси, такі як: "МЕКРИС-2", "МІЦНІСТЬ-75", "РЕДБАЗ", "LIRA", "SCAD", "ANSYS", "NASTRAN" та інші, які дозволяють виконувати розрахунок стійкості тонких пружних оболонок в геометрично нелінійній постановці з урахуванням недосконалостей форми, які вводяться безпосередньо в геометричні параметри серединної поверхні. Але залишається актуальною розробка уточнених скінченних елементів і методів будівельної механіки для розв'язання задач стійкості недосконалих оболонок, особливо, для вирішення проблеми жорстких зміщень. В дисертаційній роботі представлена нова модифікована схема побудови геометрично нелінійної моделі тонкої оболонки з недосконалостями форми з використанням

векторної апроксимації функції переміщень в загальній криволінійній системі координат.

Розглянемо довільний чотирихвужловий скінченний елемент поверхні оболонки (рис. 1). Індивідуалізацію точок серединної поверхні в межах скінченного елемента виконується наступним чином: у центрі елемента розміщено криволінійну систему координат x^1, x^2 так, щоб контури скінченного елемента збігалися з координатними лініями $x^1 = -0,5; x^1 = 0,5; x^2 = -0,5; x^2 = 0,5$. Розміри елемента визначаються коефіцієнтами першої квадратичної форми поверхні і в напрямках координатних ліній x^1, x^2 , відповідно, будуть рівні $\sqrt{a_{11}}$ і $\sqrt{a_{22}}$. Площа елемента дорівнює \sqrt{a} . Поверхня скінченного елемента описується в декартовій системі координат XYZ функціями

$$X = X(x^1, x^2), \quad Y = Y(x^1, x^2), \quad Z = Z(x^1, x^2) \quad (1)$$

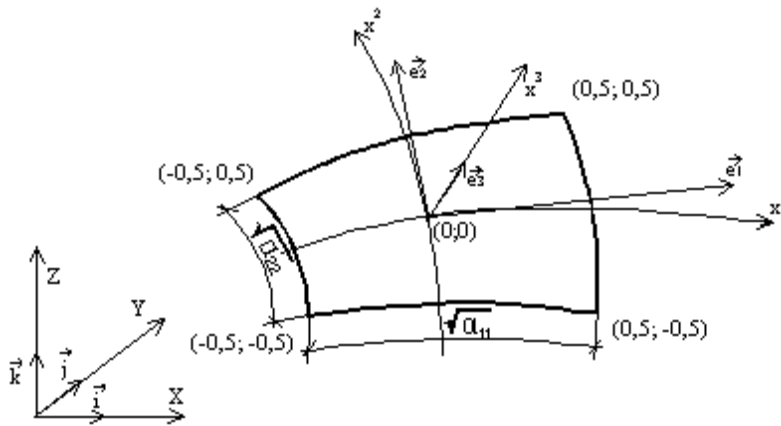


Рис. 1. Криволінійний скінченний елемент

Вектори основного базису, коефіцієнти метричного тензора та його фундаментальний визначник обчислюються за формулами

$$\bar{e}_\alpha = \frac{\partial X}{\partial x^\alpha} \bar{i} + \frac{\partial Y}{\partial x^\alpha} \bar{j} + \frac{\partial Z}{\partial x^\alpha} \bar{k} \quad (\alpha = 1, 2), \quad (2)$$

$$a_{\alpha\beta} = \bar{e}_\alpha \cdot \bar{e}_\beta \quad (\alpha, \beta = 1, 2), \quad a = a_{11}a_{22} - a_{12}^2.$$

Якщо співвідношення теорії тонких оболонок записати у загальній криволінійній системі координат, тоді переміщення точок елемента оболонки описуються вектор-функцією

$$u = u(x^1, x^2). \quad (3)$$

Коваріантні компоненти тензора тангенціальних деформацій представимо у вигляді

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta}^l + \tilde{\varepsilon}_{\alpha\beta}^n - \varepsilon_{\alpha\beta}^0, \quad (4)$$

де $\varepsilon_{\alpha\beta}^l$, $\varepsilon_{\alpha\beta}^n$, $\varepsilon_{\alpha\beta}^0$ – відповідно лінійні, нелінійні і початкові компоненти тензора тангенціальних деформацій, які визначаються диференціальними залежностями

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha\beta}^l &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x^\alpha} \cdot \vec{e}_\beta + \frac{\partial u}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_\alpha \right), \quad \tilde{\varepsilon}_{\alpha\beta}^n = \frac{1}{2} \frac{\partial(u+u_0)}{\partial x^\alpha} \cdot \frac{\partial(u+u_0)}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_3, \\ \varepsilon_{\alpha\beta}^0 &= \frac{1}{2} \frac{\partial u_0}{\partial x^\alpha} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_3.\end{aligned}\quad (5)$$

Вираз (4) з урахуванням формул (5) набуває вигляду

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x^\alpha} \cdot \vec{e}_\beta + \frac{\partial u}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_\alpha + \frac{\partial(u+u_0)}{\partial x^\alpha} \cdot \frac{\partial(u+u_0)}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_3 - \frac{\partial u_0}{\partial x^\alpha} \frac{\partial u_0}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_3 \right). \quad (6)$$

Коваріантні компоненти вектора кутів повороту і тензора згинальних деформацій визначаються за формулами

$$\mathcal{G}_\alpha = -\frac{\partial u}{\partial x^\alpha} \cdot \vec{e}_3, \quad \mathcal{G}_\beta = -\frac{\partial u}{\partial x^\beta} \cdot \vec{e}_3, \quad \mu_{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} - \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \frac{\partial u}{\partial x^\gamma} \right) \cdot \vec{e}_3. \quad (7)$$

Контраваріантні компоненти тангенціальних і згинальних зусиль виражаються через деформації згідно закону Гука

$$\begin{aligned}T^{\alpha\beta} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\nu a^{\alpha\beta} a^{\gamma\omega} + (1-\nu) a^{\alpha\gamma} a^{\beta\omega} \right] \varepsilon_{\gamma\omega}, \\ M^{\alpha\beta} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\nu a^{\alpha\beta} a^{\gamma\omega} + (1-\nu) a^{\alpha\gamma} a^{\beta\omega} \right] \mu_{\gamma\omega}.\end{aligned}\quad (8)$$

Вектор-функцію переміщень криволінійного скінченного елемента апроксимуємо рядом Маклорена

$$\begin{aligned}u(x^1, x^2) &= u^0 + \frac{\partial u^0}{\partial x^\alpha} x^\alpha + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u^0}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} x^\alpha x^\beta + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u^0}{\partial x^\alpha \partial x^\beta \partial x^\gamma} x^\alpha x^\beta x^\gamma + \dots = \\ &= \left(u_i^0 + u_{i|\alpha}^0 x^\alpha + \frac{1}{2} u_{i|\alpha\beta}^0 x^\alpha x^\beta + \frac{1}{6} u_{i|\alpha\beta\gamma}^0 x^\alpha x^\beta x^\gamma + \dots \right) \cdot \vec{e}^i.\end{aligned}\quad (9)$$

Залежності коваріантних компонент тензора тангенціальних деформацій, вектора кутів повороту і тензора згинальних деформацій приймають вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \left(u_{\alpha|\beta}^0 + u_{\beta|\alpha}^0 + u_{\alpha|\beta\gamma}^0 x^\gamma + u_{\beta|\alpha\omega}^0 x^\omega + \dots \right), \\ \mathcal{G}_\alpha &= - \left(u_{3|\alpha}^0 + u_{3|\alpha\beta}^0 x^\beta + \frac{1}{2} u_{3|\alpha\beta\gamma}^0 x^\beta x^\gamma + \dots \right), \\ \mu_{\alpha\beta} &= u_{3|\alpha\beta}^0 + u_{3|\alpha\beta\gamma}^0 x^\gamma + \dots - \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \left(u_{3|\gamma}^0 + u_{3|\gamma\delta}^0 x^\delta + \frac{1}{2} u_{3|\gamma\delta\omega}^0 x^\delta x^\omega + \dots \right).\end{aligned}\quad (10)$$

$$D_{g_2} = \begin{bmatrix} 8(0) & 1 & 3(0) & x^1 & x^2 & 0 & \frac{(x^1)^2}{2} & x^1 x^2 & \frac{(x^2)^2}{2} & \frac{(x^1)^3}{6} \\ \frac{x^1(x^2)^2}{2} & \frac{(x^1)^2 x^2}{2} & \frac{(x^1)^3 x^2}{6} & \frac{(x^1)^2(x^2)^2}{4} & \frac{(x^1)^3(x^2)^2}{12} & & & & & \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$D_\mu = \begin{bmatrix} 9(0) & 1 & 4(0) & x^1 & x^2 & 2(0) & x^1 x^2 & 0 & \frac{(x^2)^2}{2} & \frac{x^1(x^2)^2}{2} & \frac{(x^2)^3}{6} & \frac{x^1(x^2)^3}{6} \\ 12(0) & 1 & 2(0) & x^1 & x^2 & 0 & \frac{(x^1)^2}{2} & \frac{(x^2)^2}{2} & x^1 x^2 & \frac{(x^1)^2 x^2}{2} & \frac{x^1(x^2)^2}{2} & \frac{(x^1)^2(x^2)^2}{6} \\ 12(0) & 1 & 2(0) & x^1 & x^2 & 0 & \frac{(x^1)^2}{2} & \frac{(x^2)^2}{2} & x^1 x^2 & \frac{(x^1)^2 x^2}{2} & \frac{x^1(x^2)^2}{2} & \frac{(x^1)^2(x^2)^2}{6} \\ 13(0) & 1 & 2(0) & x^1 & x^2 & 0 & x^1 x^2 & \frac{(x^1)^2}{2} & \frac{(x^1)^3}{6} & \frac{(x^1)^2 x^2}{2} & \frac{(x^1)^3 x^2}{6} & \end{bmatrix} + \\ + \Gamma(D_{g_1}, D_{g_2})^T, \quad (15)$$

де матриця символів Крістоффеля

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}^1 & \Gamma_{12}^1 & \Gamma_{21}^1 & \Gamma_{22}^1 \\ \Gamma_{11}^2 & \Gamma_{12}^2 & \Gamma_{21}^2 & \Gamma_{22}^2 \end{bmatrix}^T. \quad (16)$$

Введемо вектор вузлових переміщень

$$U = \left(u_1^{--}, u_2^{--}, u_3^{--}, u_{3|1}^{--}, u_{3|2}^{--}, u_{3|12}^{--}, u_1^{+-}, u_2^{+-}, u_3^{+-}, u_{3|1}^{+-}, u_{3|2}^{+-}, u_{3|12}^{+-}, u_1^{-+}, u_2^{-+}, u_3^{-+}, u_{3|1}^{-+}, u_{3|2}^{-+}, u_{3|12}^{-+}, u_1^{++}, u_2^{++}, u_3^{++}, u_{3|1}^{++}, u_{3|2}^{++}, u_{3|12}^{++} \right)^T, \quad (17)$$

де символами „+” і „-” позначені величини +0,5 і -0,5 координат x^1 , x^2 .

Пряма і зворотня залежності вектора вузлових переміщень і вектора коефіцієнтів апроксимуючого ряду визначаються матрицею P

$$U = P\varphi, \quad \varphi = P^{-1}U = SU, \quad (18)$$

яка має вигляд

$$P = \begin{bmatrix} a_{1--}^1 a_{1--}^2 a_{1--}^3 - 0,5a_{1--}^1 - 0,5a_{1--}^2 - 0,5a_{1--}^3 \dots (-0,5)^6 a_{1--}^3 \\ a_{2--}^1 a_{2--}^2 a_{2--}^3 - 0,5a_{2--}^1 - 0,5a_{2--}^2 - 0,5a_{2--}^3 \dots (-0,5)^6 a_{2--}^3 \\ \dots \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Тут $a_{j--}^i = \vec{e}^i(0,0) \cdot \vec{e}_j(-0,5;-0,5)$ – коефіцієнти перетворення коваріантних компонент геометричного вектора при перенесенні його з центру у вузол скінченного елемента.

Матричні залежності деформацій від функцій вузлових переміщень та їх коваріантні похідні набувають вигляду

$$\begin{aligned}\varepsilon^l &= D_\varepsilon SU, \\ \tilde{\varepsilon}_{\alpha\beta}^H &= \frac{1}{2}(U + U_0)^T S^T D_{g_\alpha}^T D_{g_\beta} S(U + U_0), \\ \varepsilon_{\alpha\beta}^0 &= \frac{1}{2}U_0^T S^T D_{g_\alpha}^T D_{g_\beta} S U_0, \\ \mathcal{G} &= (D_{g_1} SU, D_{g_2} SU)^T, \quad \mu = D_\mu SU.\end{aligned}\tag{20}$$

Повну потенціальну енергію скінченного елемента через вузлові переміщення визначаємо таким чином

$$\begin{aligned}\Pi &= \frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} U^T S^T D_\varepsilon^T A D_\varepsilon SU \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 + \frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} (\tilde{\varepsilon}^H)^T A \tilde{\varepsilon}^H \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} (\varepsilon^0)^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 + \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} U^T S^T D_\varepsilon^T A \tilde{\varepsilon}^H \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \\ &- \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} U^T S^T D_\varepsilon^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} (\tilde{\varepsilon}^H)^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} U^T S^T D_\mu^T B D_\mu SU \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - U^T \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} F \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - U^T R,\end{aligned}\tag{21}$$

де

$$A = \frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} a^{11}a^{11} & a^{11}a^{12} & a^{11}a^{12} & \nu a^{11}a^{22} + (1-\nu)a^{12}a^{12} \\ a^{11}a^{12} & \nu a^{12}a^{12} + (1-\nu)a^{11}a^{22} & a^{12}a^{21} & a^{12}a^{22} \\ a^{21}a^{11} & a^{21}a^{12} & \nu a^{21}a^{21} + (1-\nu)a^{22}a^{11} & a^{12}a^{22} \\ \nu a^{11}a^{22} + (1-\nu)a^{12}a^{12} & a^{22}a^{12} & a^{22}a^{12} & a^{22}a^{22} \end{bmatrix},$$

$$B = \frac{h^2}{12} A \tag{22}$$

– матриці пружних постійних матеріалу оболонки і коефіцієнтів перетворення тензорних компонент; F – навантаження на елемент моделі; R – вектор реакцій, який визначається через вузлові компоненти і має вид

$$R = \left\{ R_-^1 \ R_-^2 \ R_-^3 \ M_-^1 \ M_-^2 \ M_-^3 \ R_+^1 \ R_+^2 \ R_+^3 \ M_+^1 \ M_+^2 \ M_+^3 \right. \\ \left. R_{++}^1 \ R_{++}^2 \ R_{++}^3 \ M_{++}^1 \ M_{++}^2 \ M_{++}^3 \right\}^T.$$

З умови стаціонарності функціонала повної потенціальної енергії формулюємо рівняння рівноваги криволінійного скінченного елемента

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial U} = & \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left(S^T D_\mu^T B D_\mu S + S^T D_\varepsilon^T A D_\varepsilon S \right) \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 U + \\ & + \frac{\partial}{\partial U} \left[\frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T A \tilde{\varepsilon}^H \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 + \frac{1}{2} \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left(\varepsilon^0 \right)^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \right. \\ & - \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 \left. \right] + \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} S^T D_\varepsilon^T A \tilde{\varepsilon}^H \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \\ & - \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} S^T D_\varepsilon^T A \varepsilon^0 \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} F \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - R = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

З рівняння (23) отримуємо формулу для визначення вузлових реакцій скінченного елемента

$$\begin{aligned} R = & \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left[S^T D_\mu^T B D_\mu S U + S^T D_\varepsilon^T A D_\varepsilon S U + S^T D_\varepsilon^T A \tilde{\varepsilon}^H - S^T D_\varepsilon^T A \varepsilon^0 + \right. \\ & + \frac{\partial \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T}{\partial U} A D_\varepsilon S U - \frac{\partial \left(\varepsilon^0 \right)^T}{\partial U} A D_\varepsilon S U + \frac{1}{2} \frac{\partial \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T}{\partial U} A \tilde{\varepsilon}^H + \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}^H A \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^H}{\partial U} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial \left(\varepsilon^0 \right)^T}{\partial U} A \varepsilon^0 + \frac{1}{2} \varepsilon^0 A \frac{\partial \varepsilon^0}{\partial U} - \frac{\partial \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T}{\partial U} A \varepsilon^0 - \left. \left(\tilde{\varepsilon}^H \right)^T A \frac{\partial \varepsilon^0}{\partial U} \right] \sqrt{a} \, dx^1 dx^2 - \\ & - \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} F \sqrt{a} \, dx^1 dx^2. \end{aligned} \quad (24)$$

З урахуванням виразу (20) частинні похідні нелінійних тангенціальних деформацій від вузлових переміщень визначаються таким чином

$$\frac{\partial \left(\varepsilon^H \right)^T}{\partial U} = \left[\frac{\partial \varepsilon_{11}^H}{\partial U} \quad \frac{\partial \varepsilon_{12}^H}{\partial U} \quad \frac{\partial \varepsilon_{21}^H}{\partial U} \quad \frac{\partial \varepsilon_{22}^H}{\partial U} \right] = [G_{11} U \quad G_{12} U \quad G_{21} U \quad G_{22} U], \quad (25)$$

де

$$G_{11} = S^T D_{g1}^T D_{g1} S; \quad G_{12} = S^T D_{g1}^T D_{g2} S; \quad G_{21} = S^T D_{g2}^T D_{g1} S, \quad G_{22} = S^T D_{g2}^T D_{g2} S.$$

Внаслідок того, що $\frac{\partial(\tilde{\varepsilon}^H)}{\partial U} = \frac{\partial(\varepsilon^H)}{\partial U}$, вираз (24) набуває виду

$$R = \int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left[S^T D_\mu^T B D_\mu S U + S^T D_\varepsilon^T A D_\varepsilon S U + S^T D_\varepsilon^T A \tilde{\varepsilon}^H - S^T D_\varepsilon^T A \varepsilon^0 + \right. \\ \left. + \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A D_\varepsilon S U + \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A \tilde{\varepsilon}^H - \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A \varepsilon^0 - F \right] \sqrt{a} dx^1 dx^2. \quad (26)$$

У цьому виразі інтеграл $\int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} S^T D_\mu^T B D_\mu S \sqrt{a} \partial x^1 \partial x^2 U$ характеризує складову

вузлових реакцій, які виникають в скінченному елементі від його згинальних деформацій, а інтеграл

$$\int_{-0,5}^{0,5} \int_{-0,5}^{0,5} \left[S^T D_\varepsilon^T A D_\varepsilon S U + S^T D_\varepsilon^T A \tilde{\varepsilon}^H - S^T D_\varepsilon^T A \varepsilon^0 + \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A D_\varepsilon S U + \right. \\ \left. + \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A \tilde{\varepsilon}^H - \frac{\partial(\varepsilon^H)^T}{\partial U} A \varepsilon^0 \right] \sqrt{a} dx^1 dx^2. \quad (27)$$

– складову вузлових реакцій від тангенціальних деформацій з урахуванням нелінійних і початкових деформацій елемента.

Система рівнянь рівноваги для оболонки в скінченноелементній постановці будується з використанням умов рівноваги усіх вузлів моделі у вигляді

$$\Phi(\hat{U}) - \tilde{F} = 0, \quad (28)$$

де $\Phi(\hat{U})$ – вектор-функція, яка характеризує жорсткість моделі; \tilde{F} – вектор вузлових навантажень моделі; \hat{U} – вектор вузлових переміщень. Система (28) має розмірність $k = bt$, де t – кількість вузлів скінченноелементної моделі.

При різних методах розрахунку задача (28) зводиться до визначення вузлових реакцій елементів моделі R або їх приростів ΔR . Найбільш поширеними є методи, які базуються на обчисленні приростів напружень і деформацій. При застосуванні таких методів зовнішнє навантаження прикладається у вигляді послідовності достатньо малих приростів, отже поведінку оболонки на кожному прирості можна вважати лінійною. До цих методів відноситься метод покрокового навантаження. На кожному кроці виконується перехід від нелінійних рівнянь рівноваги (28) до лінійних

$$\Phi'(\hat{U}^{(s)}) \Delta \hat{U}^{(s+1)} = \Delta \tilde{F}^{(s+1)}. \quad (29)$$

В результаті отримуємо послідовність лінійних задач, в яких $\Delta\hat{U}^{(s+1)}$ і $\Delta\tilde{F}^{(s+1)}$ є приростами вузлових переміщень і навантажень відповідно; вектор-функція Φ прийнята неперервною і такою, що диференціюється за \hat{U} , що дає можливість визначити для неї матрицю Якобі $\Phi'(\hat{U}^{(s)})$. Метод покрокового навантаження має істотний недолік – відсутність способу оцінки точності, а досягнення збіжності двох послідовних ітерацій може призвести до значного збільшення часу розв'язання задачі. Для розв'язання задачі з істотною нелінійністю застосовується метод Ньютона-Рафсона і його модифікація. Лінеаризовані рівняння рівноваги мають вигляд

$$\Phi'(\hat{U}^{(s)})\Delta\hat{U}^{(s+1)} = \Delta\tilde{F}^{(s+1)} + \tilde{F}^{(s)} - \Phi(\hat{U}^{(s)}), \quad (30)$$

де $\Phi'(\hat{U}^{(s)})$ – матриця Якобі; $\Delta\hat{U}^{(s+1)}$ – приріст вузлових переміщень; $\Delta\tilde{F}^{(s+1)}$ – вектор приросту вузлових навантажень; $\tilde{F}^{(s)} - \Phi(\hat{U}^{(s)})$ – вектор похибки вузлових реакцій моделі на попередньому кроці розрахунку. На основі цього методу, з використанням процедури регуляризації матриці жорсткості в граничних точках кривої рівноваги, можна досліджувати поведінку тонкої оболонки з недосконалістю форми як у критичному так і в закритичному станах.

В третьому розділі представлено ймовірнісний підхід до визначення проектної надійності за стійкістю недосконалих оболонок з чисельною реалізацією методом скінченних елементів в програмному комплексі NASTRAN, наведені алгоритми комп'ютерного моделювання недосконалостей форми оболонок при різних видах статичного навантаження, досліджена проектна надійність за стійкістю тонких недосконалих оболонок.

Ймовірнісний підхід базується на основних положеннях підходу В.В. Болотіна, які полягають в наступному: якщо задати щільність ймовірності початкової недосконалості, то можна визначити щільність ймовірності критичного навантаження як випадкової скалярної змінної. А положення про існування функціональної залежності критичного навантаження від початкової недосконалості дає можливість визначити надійність за стійкістю як ймовірність того, що конструкція не втратить стійкість, якщо навантаження буде меншим за деяку задану величину

$$R(\alpha) = \text{Prob}(\alpha_{кр} > \alpha) = \text{Prob}(X < \xi), \quad (31)$$

де $R(\alpha)$ – надійність конструкції при заданому безрозмірному навантаженні α ; $\alpha_{кр}$ – випадкове безрозмірне критичне навантаження; X – випадкова безрозмірна величина початкової недосконалості; ξ – максимально можлива безрозмірна величина початкової недосконалості.

Отже, надійність за стійкістю тонкої оболонки з недосконалостями форми при окремій дії навантаження визначаємо за формулою

$$R(\alpha) = \begin{cases} 0 & (\alpha > 1), \\ f_x(u) & (\alpha_{кр}^* < \alpha < 1), \\ 1 & (\alpha < \alpha_{кр}^*), \end{cases} \quad (32)$$

де u – безрозмірна початкова недосконалість, $f_x(u)$ – функція щільності ймовірності початкової недосконалості; $\alpha_{кр}^*$ – безрозмірне критичне навантаження, що відповідає максимально можливій безрозмірній величині початкової недосконалості оболонки ξ .

При проектуванні конструкцій вводиться критерій придатності: рівності або перевищення надійністю заданої (необхідної) надійності r , тобто $r \leq 1$, та визначається допустиме значення безрозмірного навантаження $\alpha_{дон}$, що відповідає необхідній надійності r .

Надійність тонкої оболонки з недосконаlostями форми при сумісній дії двох навантажень визначається за формулою

$$R(\alpha, \beta) = Prob((\alpha_{кр}, \beta_{кр}) > (\alpha, \beta)) = Prob(X < \xi). \quad (33)$$

Тут $R(\alpha, \beta)$ – надійність оболонки при заданому безрозмірному комбінованому навантаженні (α, β) ; $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})$ – випадкове безрозмірне критичне сполучення навантажень.

Тоді надійність за стійкістю оболонки при дії комбінованого навантаження визначаємо через функцію розподілу щільності ймовірності початкової недосконалості за формулою

$$R(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & (\alpha, \beta) > (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}, \\ f_x(u) & (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^* < (\alpha, \beta) < (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}, \\ 1 & (\alpha, \beta) \leq (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*, \end{cases} \quad (34)$$

де $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}$ – безрозмірне критичне сполучення навантажень при втраті стійкості досконалої оболонки, $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*$ – випадкове безрозмірне критичне сполучення навантажень, яке відповідає максимально можливій безрозмірній величині початкової недосконалості оболонки ξ .

Значення безрозмірного допустимого сполучення навантажень $(\alpha, \beta)_{дон}$ відповідає необхідній надійності оболонки r і буде рівним або меншим за безрозмірне критичне сполучення навантажень $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}$.

Функції щільності ймовірності недосконалості форми оболонок $f_x(u)$ визначаються відповідно до виду розподілу недосконалостей за формулами

- при рівномірному розподілі
$$f_x(u) = \int_0^u \xi^{-1} dx, \quad (35)$$

- при розподілі за трикутником
$$f_x(u) = \int_0^u \frac{2}{\xi} \left(1 - \frac{x}{\xi}\right) dx, \quad (36)$$

- при Гаусовому розподілі
$$f_x(u) = \int_0^u \frac{\sqrt{2}}{\pi S_q} \exp \frac{-x^2}{2S_q^2} dx. \quad (37)$$

Комп'ютерне моделювання недосконалостей форми оболонок виконано у вигляді: нижчої форми (комбінації форм) втрати стійкості, форми (комбінації форм) деформування при дії експлуатаційного навантаження або в граничному стані, форми деформування по довгих півхвилях, потоншення стінок, дефекти зварних швів. Застосовані процедури програмного комплексу NASTRAN та програми, які розроблені авторкою і адаптовані до даного комплексу. Вибір моделі недосконалості форми відбувається за показником найменшого значення граничного навантаження для оболонки з максимально можливою безрозмірною амплітудою недосконалості ξ .

Як приклад, розглянемо визначення проектної надійності за загальною стійкістю циліндричної оболонки зі змінною товщиною при поверхневому тиску. Сталева оболонка має такі геометричні та механічні характеристики: $R_{cp} = 19,978$ м, $H = 17,88$ м, $E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Па, $G = 0,792 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$. Товщина стінки через кожні 1,49 м змінюється по висоті і має значення $t = [15,98 - 7,63]$ мм. Скінченноелементна модель досконалої оболонки побудована в циліндричній системі координат (рис. 2, а). Стінка оболонки представлена сукупністю плоских трикутних скінченних елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Вузли нижньої кромки жорстко закріплені, на вузли верхньої кромки накладено обмеження на радіальні і тангенціальні переміщення. Розв'язана задача стійкості в лінійній постановці методом Ланцоша. Отримані нижче значення критичного навантаження $q_{кр}^0 = 1257,4$ Н/м² та відповідна форма втрати стійкості (рис.2, б).

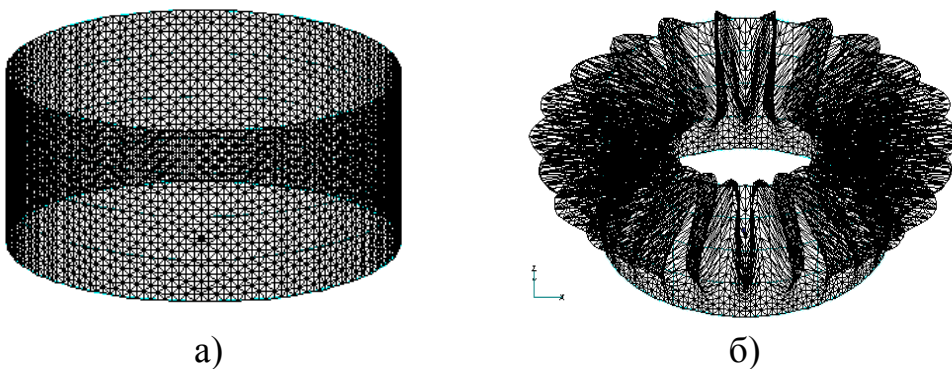


Рис. 2. Скінченноелементна модель оболонки (а); модель недосконалості у вигляді нижчої форми втрати стійкості при поверхневому тиску (б) з візуалізацією в масштабі 20:1

Для формування моделі недосконалої оболонки компоненти вектора нижчої форми втрати стійкості з заданою максимальною амплітудою недосконалості $\delta = [0, 1-2] t_{\min}$ додаються до відповідних координат серединної поверхні досконалої оболонки. Граничні значення навантаження та криві критичних значень навантажень (рис. 3) отримано за допомогою розв'язання геометричної нелінійної задачі статики методом Ньютона-Рафсона. Перевірялась реалізація умов забезпечення міцності оболонки.

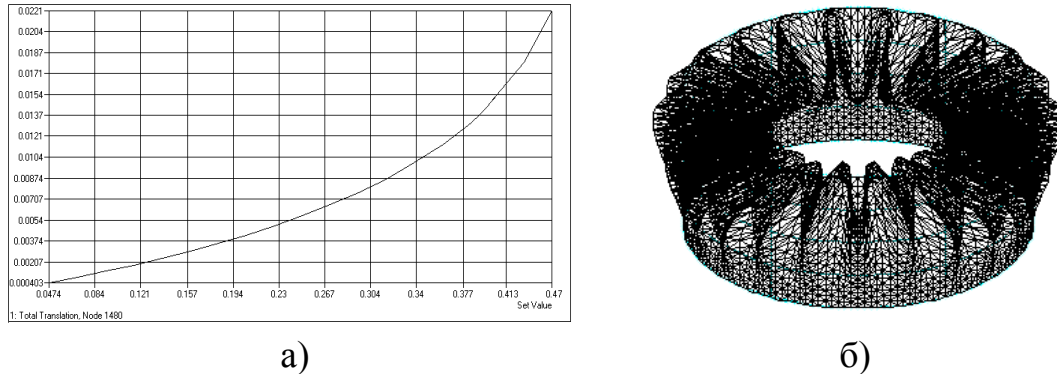


Рис. 3. Крива навантаження оболонки з недосконалістю $\delta/t=2$ (а); форма деформування в граничному стані $q_{кр} = 0,468q_{кр}^0$ (б)

На рис. 4 представлені криві навантаження оболонки з різними максимальними амплітудами недосконалості її стінки та залежність граничного (критичного) поверхневого тиску $q_{кр} = 0,468q_{кр}^0$ від максимальної амплітуди недосконалості форми оболонки. Дослідження показали, що значення амплітуди недосконалості форми стінки оболонки істотно впливає на поведінку та граничне значення навантаження.

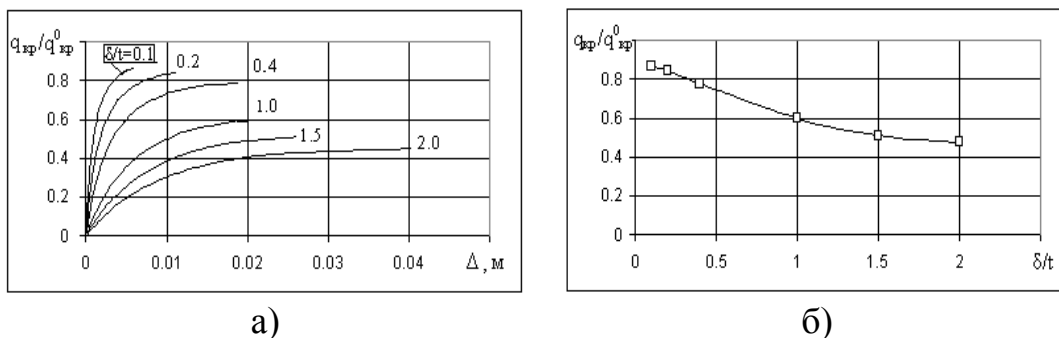


Рис. 4. Криві навантаження при різних значеннях амплітуди недосконалості (а); залежність критичного бокового тиску від амплітуди недосконалості (б)

Проектна надійність за загальною стійкістю оболонки для всіх значень максимальної амплітуди недосконалості її стінки визначена за формулами (31) і (32). Максимально допустима амплітуда недосконалостей прийнята рівною $\xi = \delta/t_{\min} = 2$, необхідна надійність оболонки задана рівною $r = 0,999$.

На рис. 5-7 представлена побудова графіків проектної надійності за стійкістю циліндричної оболонки для різних видах розподілу недосконалостей форми при дії поверхневого тиску з визначенням його допустимого значення. Побудова графіку проектної надійності за стійкістю оболонки з рівномірним розподілом недосконалостей (35) показана на рис. 5.

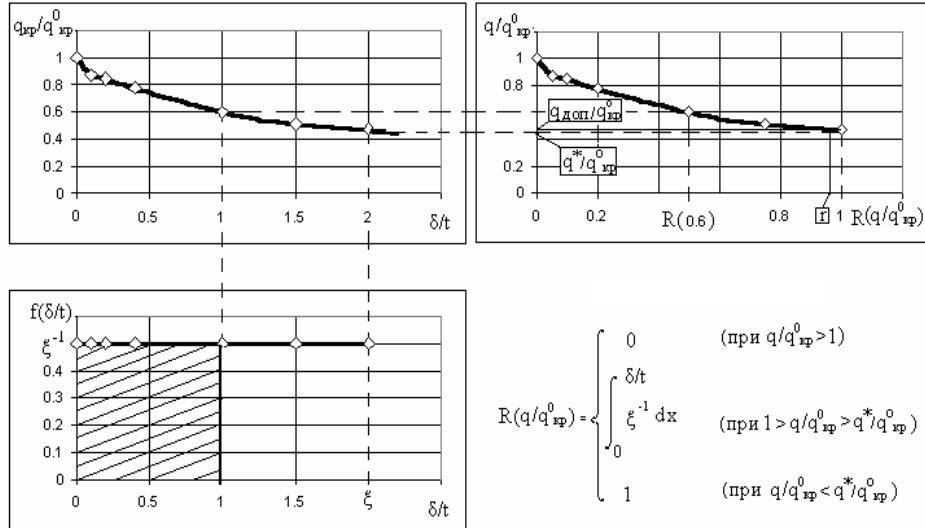


Рис. 5. Побудова кривої проектної надійності оболонки при рівномірному розподілі щільності ймовірності недосконалості

Графіки проектної надійності за стійкістю резервуару при розподілі за трикутником щільності ймовірності недосконалості форми та у вигляді Гаусового розподілу показані відповідно на рис. 6 і 7.

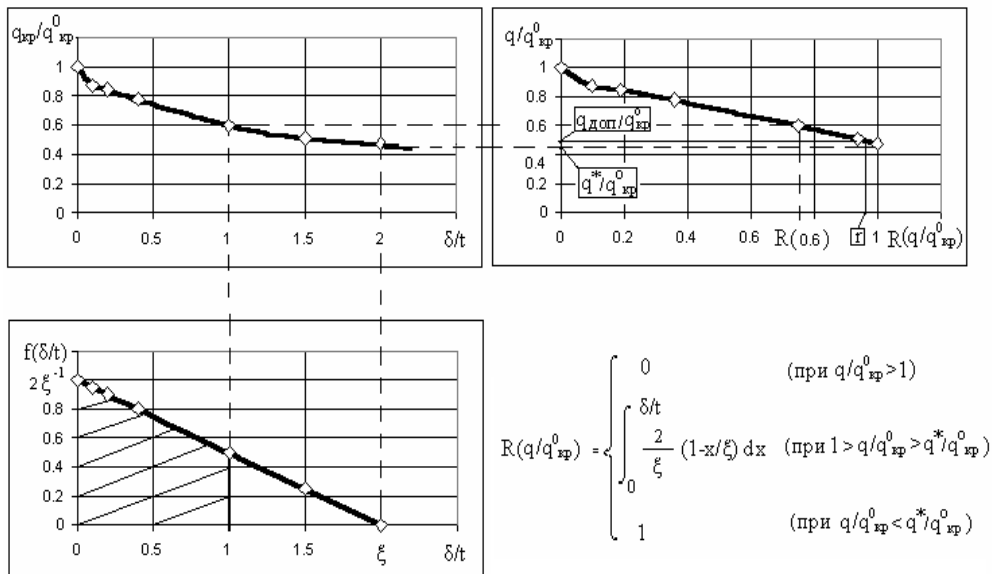


Рис. 6. Побудова кривої проектної надійності при розподілі за трикутником щільності ймовірності недосконалості

В результаті отримано допустиме значення поверхневого тиску на оболонку $\alpha_{кр} = 0,42q_{кр}^0$, яке є однаковим для трьох видів розподілу щільності ймовірності

недосконалостей. Але треба звернути увагу на те, що при рівномірному розподілі щільності ймовірності недосконалостей проектна надійність оболонки при відносному навантаженні $\alpha = q/q_{кр}^0 = 0,6$ становить $R(0,6) = 0,5$ (рис. 5), за трикутником – $R(0,6) = 0,75$ (рис. 6), при Гаусовому розподілі – $R(0,6) = 0,9$. В інженерній практиці частіше застосовується Гаусів розподіл, який пояснюється центральною граничною теоремою теорії ймовірностей.

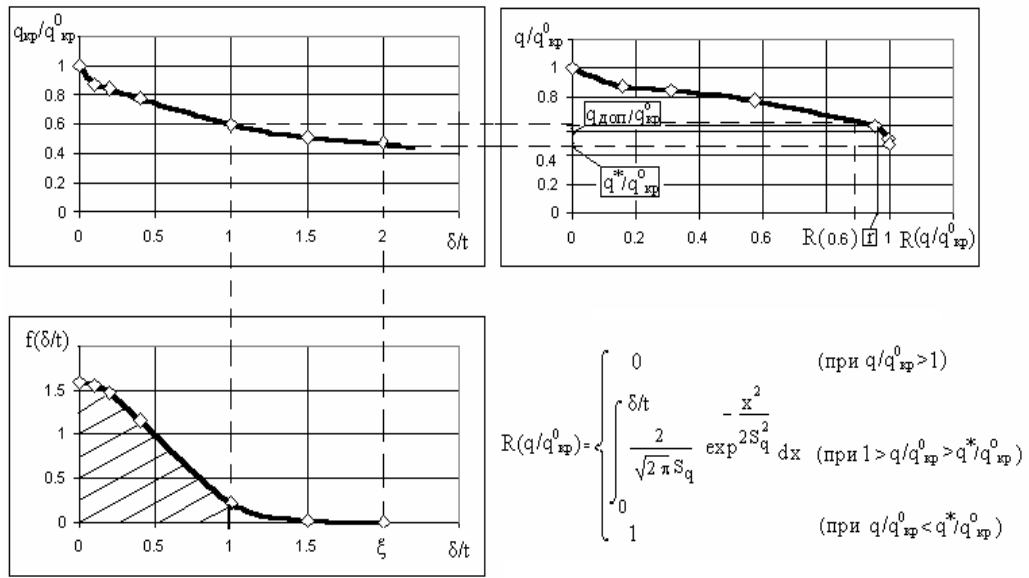


Рис. 7. Побудова кривої проектної надійності оболонки при Гаусовому розподілі щільності ймовірності недосконалості

Визначення проектної надійності тонких оболонок при дії комбінованого навантаження розглядається на прикладі оболонки-опори цистерни з рідиною, яка розташована на заводі “Оболонь” в м. Києві. Оболонка-опора представляє собою сталевий циліндр з двома отворами, які підсилені ребрами жорсткості. Стінки циліндра зверху підсилені вертикальними ребрами жорсткості довжиною 1 м, нижнім і верхнім поясами. Геометричні характеристики оболонки наступні: діаметр $D = 5,61$ м, висота $H = 5,3$ м, товщина стінки стала по висоті $t = 10$ мм. Механічні характеристики сталі: $E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Па, $G = 0,792 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$. Нижній пояс оболонки жорстко закріплений. Комбіноване навантаження від ваги цистерни з рідиною та вітру подано у вигляді зосереджених сил, які прикладалися до вузлів верхнього поясу оболонки-опори і значення яких визначалися за формулою: $[\gamma G_e; (1-\gamma)V_e]$, де $G_e = 67,36$ кН і $V_e = [0,1 \div 39,77]$ кН – відповідно максимальна експлуатаційна вага цистерни з рідиною та вітрове навантаження на один вузол верхнього поясу моделі; $\gamma = [0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ – коефіцієнт сполучення навантажень. Оскільки вітер діє на цистерну, вага якої становить $0,113G_e$, комбінацію $[0G_e; 1V_e]$ замінено на комбінацію навантажень $[0,113G_e; 1V_e]$.

Побудована скінченноелементна модель досконалої оболонки-опори та три моделі з недосконалостями форми її стінки з максимальною амплітудою $\Delta = 2t$, які

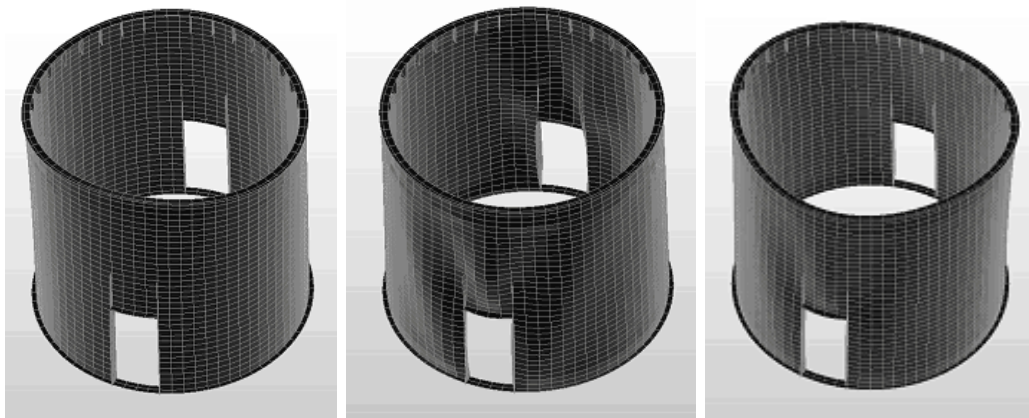
задавались у вигляді форми деформування при дії комбінованого експлуатаційного навантаження, форми деформування в граничному стані та нижчої форми втрати стійкості. За розрахункову обрана модель, яка отримана при розв'язанні нелінійної задачі статички оболонки при дії експлуатаційного навантаження і є найневигіднішою формою деформування оболонки при найнесприятливішому сполученні навантажень.

Дослідження стійкості оболонки-опори виконано для амплітуд недосконалості форми, які визначалися за формулою

$$[\lambda\Phi(G_e); (1-\lambda)\Phi(V_e)] \leq \Delta,$$

де $\lambda = [0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$, $\Delta = [0,5; 1; 1,5; 2]t$, $\Phi(G_e)$ та $\Phi(V_e)$ – форми деформування досконалої оболонки-опори, що отримані при розв'язанні нелінійної задачі статички методом Ньютона-Рафсона при окремії дії максимальної експлуатаційної ваги цистерни з рідиною та вітру.

Досліджено напружено-деформований стан оболонки-опори та встановлені критичні сполучення навантажень, при яких реалізуються умови забезпечення її загальної стійкості. На рис. 8 представлені форми деформування оболонки-опори з амплітудою недосконалості $\Delta = 2t$ при допустимому напруженні $\sigma = 210$ МПа для різних коефіцієнтів сполучення навантажень γ .



а)

б)

в)

Рис. 8. Форма деформування оболонки-опори з недоскоалістю $\Delta = 2t$ при різних коефіцієнтах сполучення навантажень: $\gamma = 0,113$ (а); $\gamma = 0,5$ (б); $\gamma = 1$ (в)

Критичні сполучення навантажень, що відповідають різним амплітудам недосконалостей Δ та різним коефіцієнтам сполучення навантажень γ , представлені у вигляді безрозмірних величин $\left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]$. На основі кривих

критичних сполучень навантажень, які побудовані окремо для кожного значення амплітуд недосконалостей Δ , побудовано поверхню критичних сполучень (рис. 9).

Областю стійкості оболонки-опори зі змодельованими недоскоалістями форми при дії комбінованого навантаження вважається область, яка зверху

обмежена поверхнею критичних сполучень навантажень, а з боків – координатними площинами.

Проектна надійність за стійкістю оболонки-опори $R(\alpha, \beta)$ визначена згідно неведеного вище ймовірнісного підходу за формулами (33) і (34). Безрозмірну максимально допустиму величину недосконалості форми прийнято рівною $\xi = 2$.

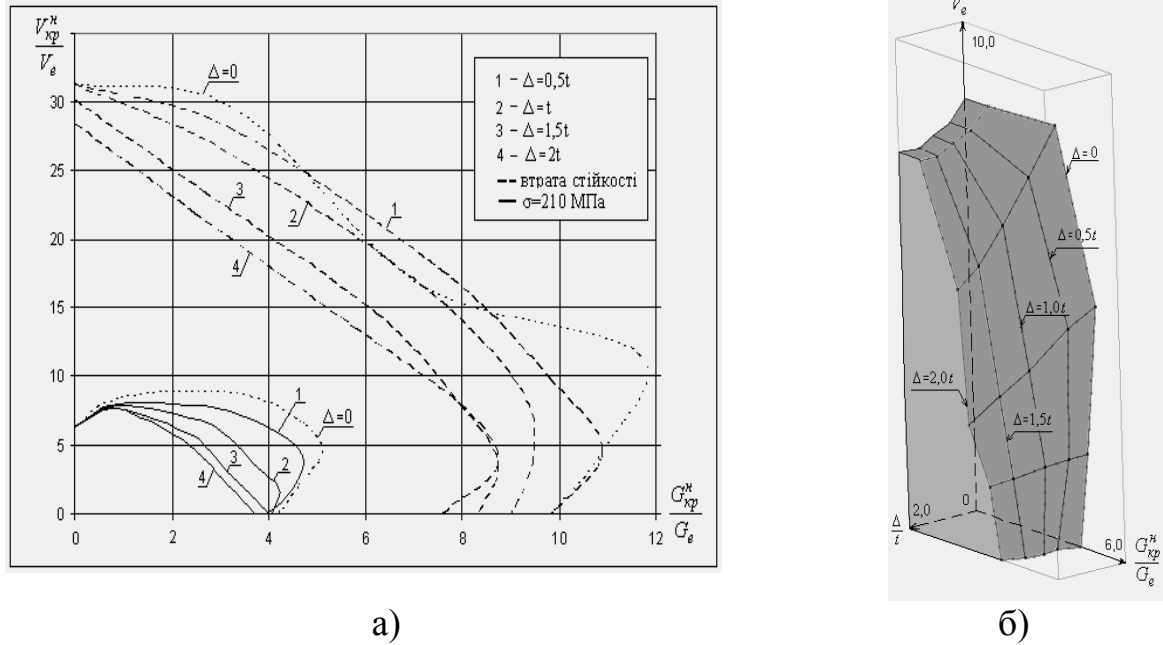


Рис. 9. Области стійкості недосконалої оболонки-опори (а) та поверхня критичних сполучень навантажень (б)

Безрозмірне комбіноване навантаження представлено у вигляді $(\alpha, \beta) = \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right]$, де \bar{G} – навантаження від ваги цистерни з урахуванням змінної ваги рідини, \bar{V} – навантаження від вітру, що діє на цистерну. Випадкове безрозмірне критичне сполучення навантажень прийнято у вигляді $(\alpha_{кр}, \beta_{кр}) = \left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]$.

Проектна надійність за стійкістю оболонки-опори для трьох видів розподілу щільності ймовірності недосконалості, які обчислено за формулами (35), (36) та (37), представлена у вигляді поверхонь надійності (рис. 10). Вони побудовані на кривих надійності, які відповідають конкретному сталому значенню надійності і різним сполученням навантажень. Наприклад, на рис. 10, б надійність оболонки-

опори $R \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right]$ вздовж кривих надійності приймає сталі значення $[1; 0,938; 0,75; 0,438; 0]$. Вони обчислені для випадкових сполучень навантажень

$(\alpha, \beta) = \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right]$, які приймалися рівними сполученням навантажень $\left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]$ відповідно до максимальної амплітуди недосконалості. Безрозмірне допустиме

сполучення навантаження $(\alpha, \beta)_{don}$ визначається за допомогою поверхні надійності відповідно до заданій надійності оболонки $r=0,995$ і є координатами точок лінії перетину поверхні надійності з площиною, яка проведена паралельно координатній площині $\left(\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e}\right)$ через точки простору з координатою $R\left(\frac{\bar{G}}{G_e}, \frac{\bar{V}}{V_e}\right)=0,995$.

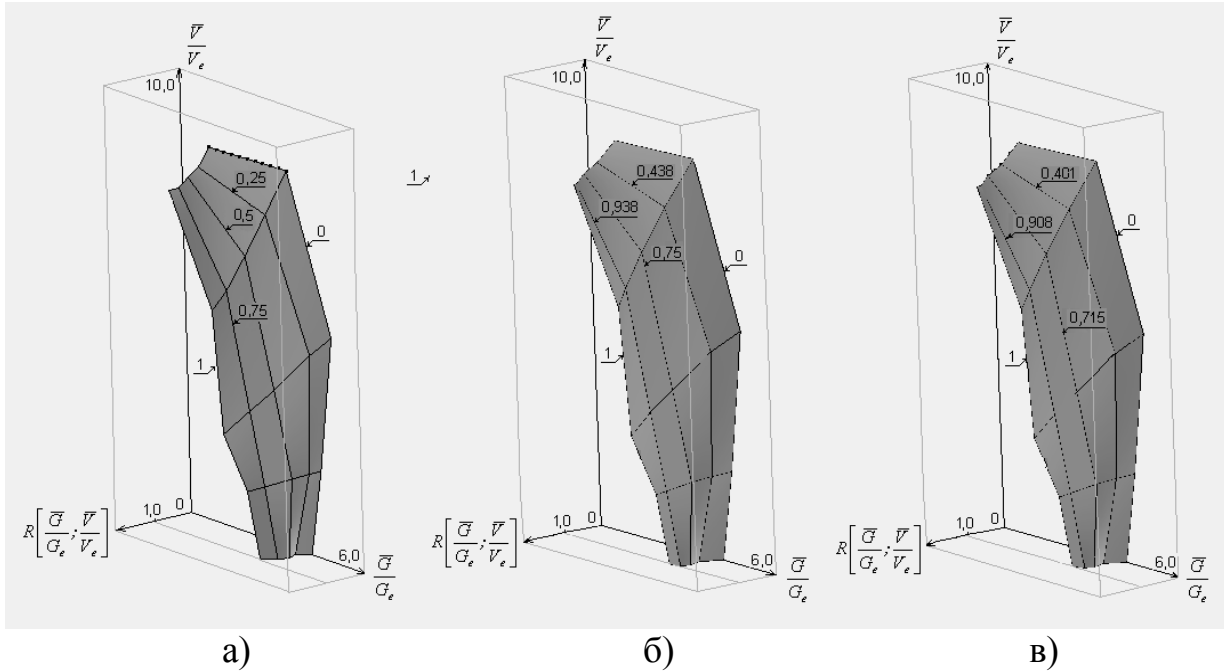


Рис. 10. Поверхні надійності за стійкістю оболонки-опори з недосконаlostями, розподіл щільності ймовірності: рівномірний (а), за трикутником (б), Гаусів (в)

В четвертому розділі представлена чисельна реалізація ймовірнісного підходу до визначення ймовірності безвідмовної за загальною стійкістю роботи тонких оболонок зі змодельованими недосконаlostями їх стінок.

Досліджена довга гнучка тонка циліндрична оболонка при дії пар сил зі специфічними недосконаlostями у вигляді форми деформування по довгих півхвилях. Вперше в 1927 р. задачу стійкості гнучких циліндричних оболонок при дії пар сил розглянув Л.Бразьє. Теоретичне вивчення стійкості оболонки при чистому згині з урахуванням утворення вм'ятин вперше було виконано В. Флюгге. Ця модель аналізу стійкості розвивалася багатьма дослідниками і висвітлена в монографіях С.П. Тимошенка, А.С. Вольміра, Е.І. Григолюка, В.В. Кабанова та ін.

Розглянута довга гнучка оболонка радіусом $R=1$ м, довжиною $L=8$ м та товщиною стінки $t=2$ мм, яка виготовлена зі сталі з механічними характеристиками: $E=2,06 \cdot 10^{11}$ Па, $G=0,792 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=0,3$. Оболонка шарнірно оперта по торцях, на які діють пари сил. Дія пар сил представлена моментами пар M у вигляді зосереджених сил, які розподіляються за законом косинуса. Скінченноелементна модель досконалої оболонки побудована в циліндричній системі координат за допомогою комплексу NASTRAN (рис. 11, а).

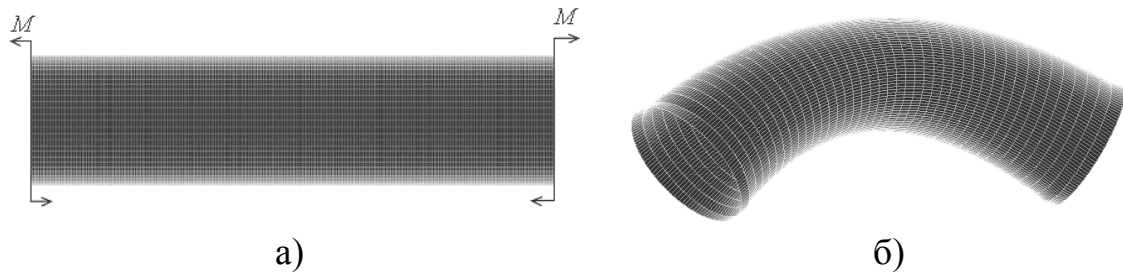


Рис. 11. Скінченноелементна модель довгої гнучкої циліндричної оболонки (а) та форма її деформування при згині (б)

Форма деформування досконалої оболонки під дією пар сил (рис. 11, б), яка отримана при розв'язанні задачі статички в лінійній постановці, відповідає чистому згину. Випучування стінки відбувається в зоні максимального згинального моменту, а максимальні напруження спостерігаються в зоні стиснення оболонки.

За допомогою методу Ланцоша розв'язана лінійна задача стійкості досконалої оболонки. Нижча форма втрати стійкості оболонки вздовж твірної має 50 хвилю, вздовж кола – одну хвилю. Нижче критичне значення нормального напруження, яке виникає в стиснутій зоні оболонки, дорівнює $P_{кр}^l = 2,591 \cdot 10^5$ кН/м². На рис. 12, а представлена крива залежності переміщення w від навантаження, яка отримана при розв'язанні геометрично нелінійної задачі статички методом Ньютона-Рафсона. Втрата стійкості досконалої оболонки відбулась при $P_{кр}^0 = 2,42 \cdot 10^5$ кН/м². Формою деформування досконалої оболонки в граничному стані (рис. 12, б) є випучування стінки оболонки по довгих півхвилях.

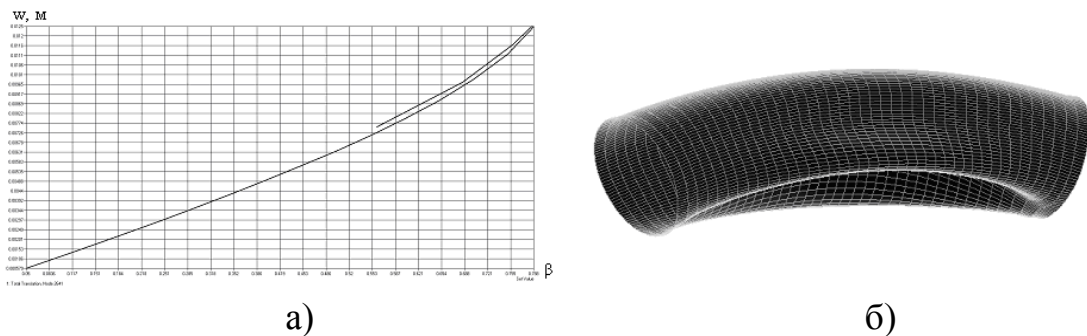


Рис. 12. Нелінійний статичний розрахунок досконалої оболонки: крива навантаження (а), форма деформування по довгих півхвилях (б)

Модель довгої гнучкої оболонки з недосконаlostями форми сформована для половини оболонки. Отримані граничні (критичні) значення нормального напруження в зоні стиснення оболонки $P_{кр} / P_{кр}^0 = [0,852; 0,799; 0,693; 0,639]$ кН/м² відповідно до заданих максимальних амплітуд недосконаlostі форми $\Delta = [0,5; 1,0; 1,5; 2,0]t$. На рис. 13, а, б відповідно представлені крива навантаження оболонки з недосконаlostями $\Delta = 2t$ для вузла моделі, в якому спостерігалися максимальні переміщення; ізополя переміщень вузлів оболонки в граничному стані.

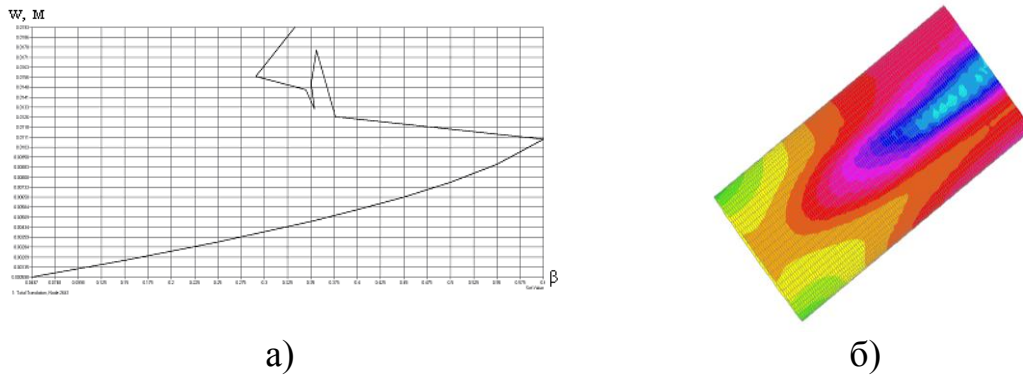


Рис. 13. Крива навантаження оболонки з недосконаlostями $\Delta = 2t$ (а), ізополя переміщень у стиснутій зоні оболонки в граничному стані (б)

Крива залежності критичного нормального напруження від амплітуди недосконаlostі представлена на рис. 14, а. Область, що обмежена кривою та осями координат, є областю стійкої рівноваги оболонки при дії пар сил.

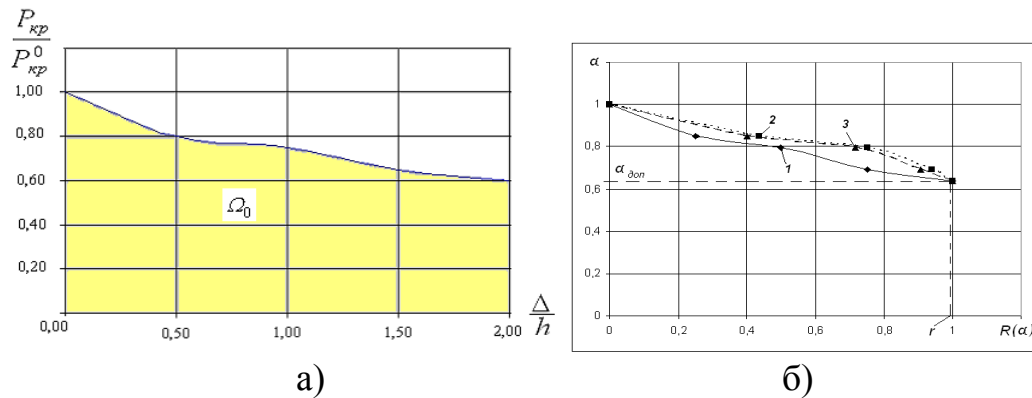


Рис. 14. Область стійкості оболонки (а) та криві проектної надійності (б) при рівномірному (1), за трикутником (2) і Гаусовому (3) розподілах недосконаlostей

Згідно методу граничних станів надійність може бути визначена як ймовірність перебування елемента вектора реакції $S(\tau)$ в допустимій області стійкості оболонки Ω_0 на протязі інтервалу часу $[0 \leq \tau \leq T]$ за формулою:

$$R = P_{suc} = Prob[S(\tau) \in \Omega_0; 0 \leq \tau \leq t]. \quad (38)$$

Згідно ймовірнісного підходу, представленого в дисертаційній роботі, проектна надійність може бути визначена за формулами (31), (32). Криві проектної надійності за загальною стійкістю такої оболонки з різними видами розподілу недосконаlostей форми та максимально можливою безрозмірною величиною початкової недосконаlostі оболонки $\xi = \Delta/h = 2$ представлені на рис. 14, б. Допустиме нормальне напруження в оболонці при заданій необхідній надійності $r = 0,999$ дорівнює $\alpha_{don} = 0,999 \cdot 0,639 P_{cr}^0 = 1,545 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2$.

Вперше задача визначення напружено-деформованого стану та стійкості сферичної оболонки при дії рівномірного тиску була розв'язана Цоллі та

Л.С. Лейбензоном. Першим чутливість сферичних оболонок до початкових недосконалостей форми дослідив J.W. Hutchinson. Огляд робіт, в яких досліджена стійкість сферичних оболонок, наведено в книгах В.А. Баженова, Е.І. Григолюка, В.В. Кабанова, В.І. Мяченкова та інших вчених.

В дисертаційній роботі досліджена проектна надійність полусфери та сферичного сегменту (120°) при дії поверхневого тиску. Оболонки задані зі сталим радіусом $R=0,04\text{ м}$ та товщиною стінки t від $0,1\text{ мм}$ до 1 мм з кроком $0,1\text{ мм}$, виготовленою зі сталі з механічними характеристиками: $E=2,06\cdot 10^{11}\text{ Па}$, $\rho=7850\text{ кг/м}^3$, $\mu=0,3$. Скінченноелементні моделі сферичних досконалих оболонок (рис. 15) сформовано в циліндричних координатах. Для моделювання стінок оболонок використано плоскі чотирикутні та трикутні скінченні елементи з шістьма ступенями вільності у вузлі. Поверхневий тиск задано у вигляді зовнішнього розподіленого навантаження на всі елементи моделі оболонки. Розглянуто два варіанти граничних умов: жорстке кріплення та шарнірне обпирання.

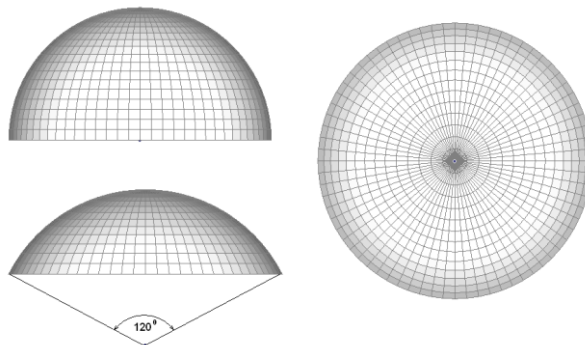


Рис. 15. Скінченноелементні моделі сферичних досконалих оболонок

Задача втрати стійкості досконалих сферичних оболонок виконана у лінійній та нелінійній постановках за допомогою методу Ланцоша та методу Ньютона-Рафсона відповідно (рис. 16).

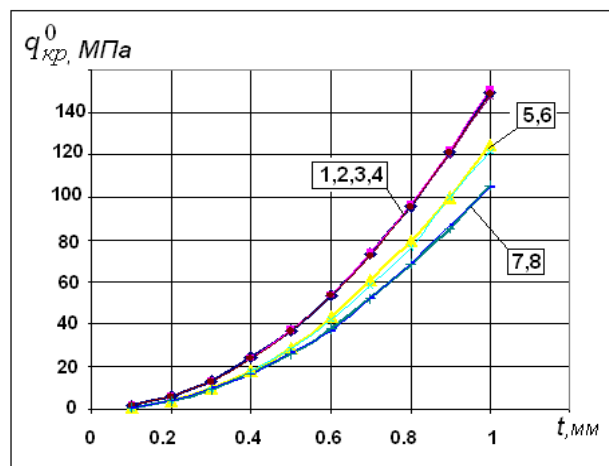


Рис. 16. Залежності критичного поверхневого тиску від товщини стінки сферичних досконалих оболонок: 1, 2, 3, 4 – лінійна задача стійкості; 5, 6 – нелінійна задача статки (жорстке кріплення); 7, 8 – нелінійна задача статки (шарнірне обпирання)

Форми деформування досконалих сферичних оболонок з товщиною стінки $t = 1$ мм в граничному стані представлені на рис. 17.

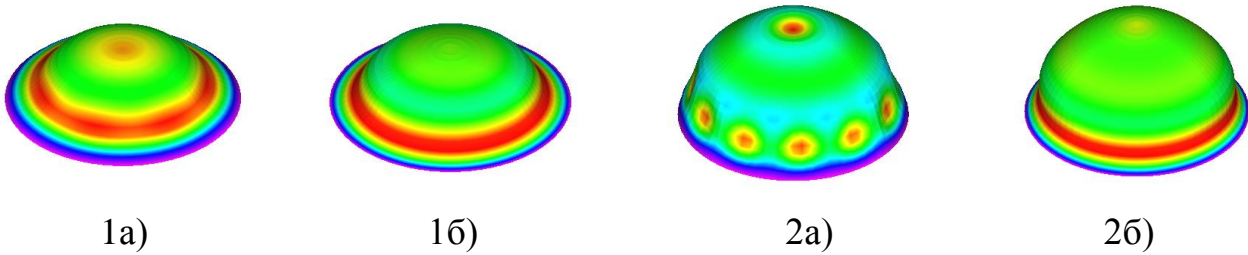


Рис. 17. Форми деформування сферичного сегменту (1) та півсфери (2) ($\delta/t = 0$) в граничному стані при жорсткому кріпленні (а) та шарнірному обпиранні (б)

Область безвідмовної за стійкістю роботи визначена для сферичних оболонок товщиною 1 мм. Недосконалість стінки з відносною максимальною амплітудою $\delta/t = [0,1; 0,4; 0,8; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6]$ змодельована у вигляді нижчої форми втрати стійкості досконалої оболонки відповідно до товщини та видом кріплення.

Геометрична нелінійна задача статки при дії поверхневого тиску розв'язана без і з урахуванням реалізації умов забезпечення міцності оболонки ($\sigma = 240$ МПа). Форми деформування оболонки з недосконалістьями ($\delta/t = 1$) в граничному стані наведені на рис. 18.

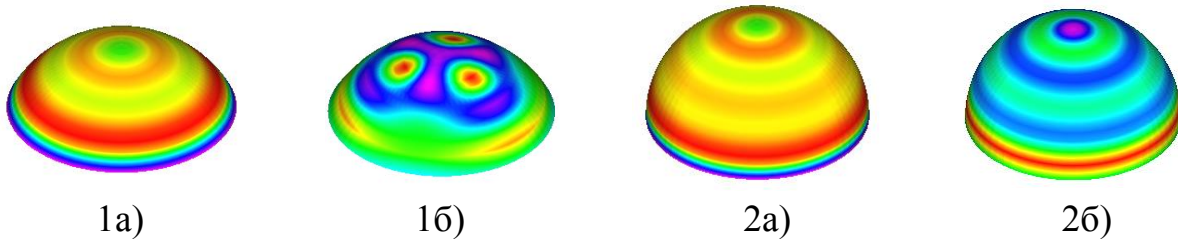


Рис. 18. Форми деформування сферичного сегменту (1) та півсфери (2) в граничному стані з недосконалістьями ($\delta/t = 1$) при жорсткому кріпленні (а) та сферичному обпиранні (б)

На рис. 19 представлені критичні навантаження $\tilde{q}_{кр}^{нед}$ і $q_{кр}^{нед}$, які отримані відповідно без і з урахуванням реалізації умов забезпечення міцності оболонки. Бачимо, що зі зростанням амплітуди недосконалість критичне значення навантаження зменшується, але при незначних амплітудах недосконалість оболонки в деяких випадках має місце його збільшення.

Область, яка обмежена кривими та осями координат, є областю безвідмовної за стійкістю роботи недосконалих сферичних оболонок з різними геометричними параметрами та граничними умовами. Надійність буде забезпечена, якщо буде виконана умова (38).

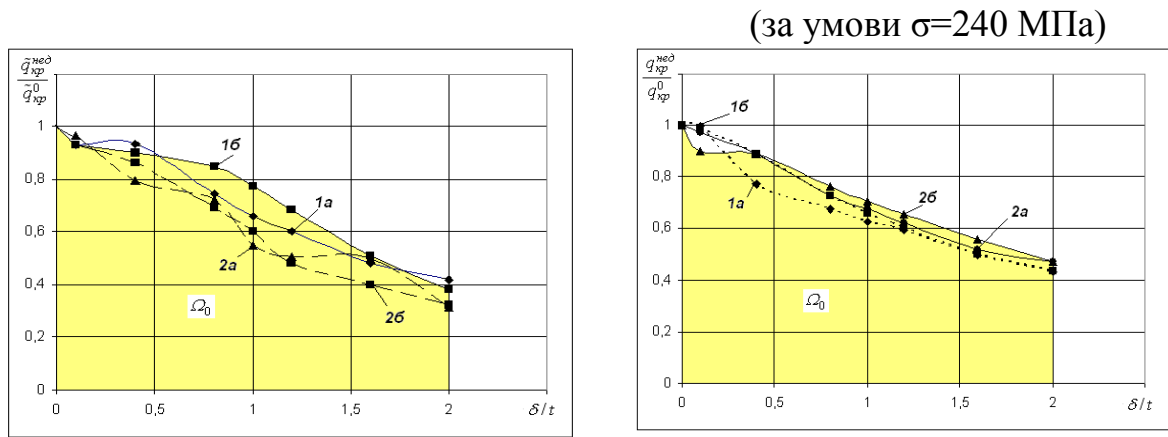


Рис. 19. Залежність відносного критичного поверхневого тиску від максимальної амплітуди недосконалості півсфери (1) та сферичного сегменту (2) з товщиною стінки 1 мм і жорстким кріпленням (а) та шарнірним обпиранням (б) відповідно

В розділі представлена чисельна реалізація методу скінченних елементів до оцінки надійності тонких оболонок за коефіцієнтами запасу їх загальної стійкості на прикладі аналізу впливу потоншення стінки резервуару від корозії металу при дії ваги палива без і з урахуванням захисної ємності.

В п'ятому розділі наведено ймовірнісний підхід до визначення експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконалостями форми та його чисельна реалізація методом скінченних елементів.

Як приклад, оцінена експлуатаційна надійність паливного резервуару з реальними недосконалостями форми при дії поверхневого тиску, який розташовано на Українській антарктичній станції „Академик Вернадський”. Резервуар РВС-200 представляє собою тонку циліндричну оболонку висотою 5,96 м, діаметром 6,63 м і товщиною $t=0,005$ м з відповідними механічними характеристиками. Реальні недосконалості стінки резервуару, отримані в результаті технічного діагностування і представлені на рис. 20 у вигляді відхилень від вертикалі.

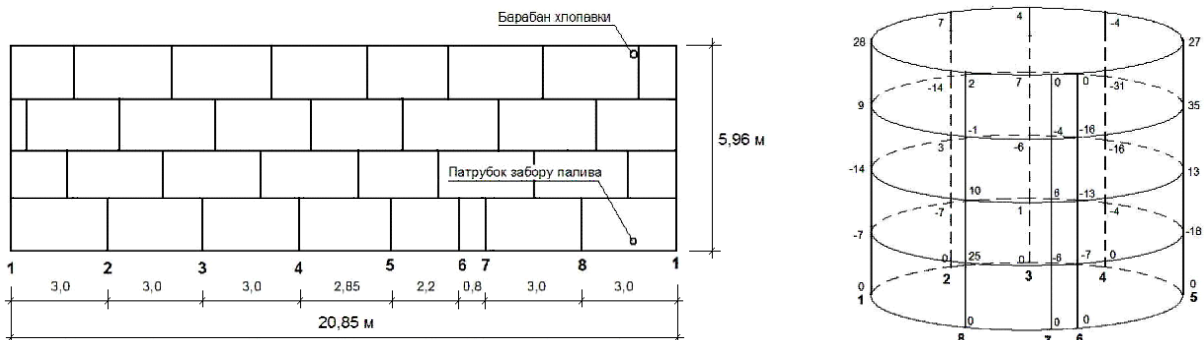
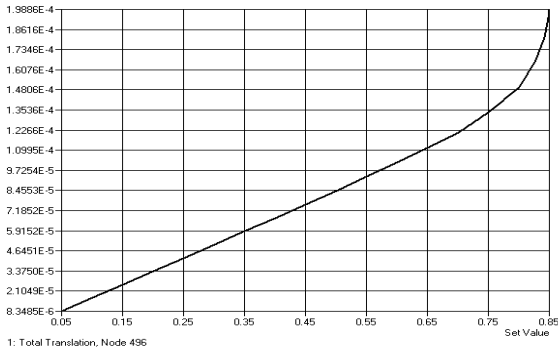


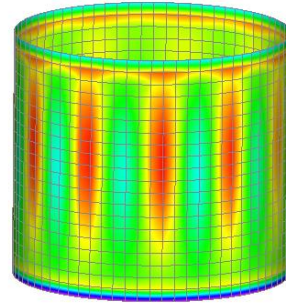
Рис. 20 – Стінка резервуару з реальними відхиленнями від вертикалі

Побудовані дві скінченноелементні моделі резервуару без і з реальними недосконалостями форми із застосуванням сплайн-кривих, які реалізовані в

програмному комплексі NASTRAN. Навантаження подано у вигляді зовнішнього поверхневого тиску на елементи стінки оболонки. Розв'язана геометрично нелінійна задача статки методом Ньютона-Рафсона. На рис. 21 та 22 представлені криві навантаження (а) та ізополя переміщень (б) в стінці оболонки в граничному стані відповідно без і з урахуванням реальних недосконалостей.

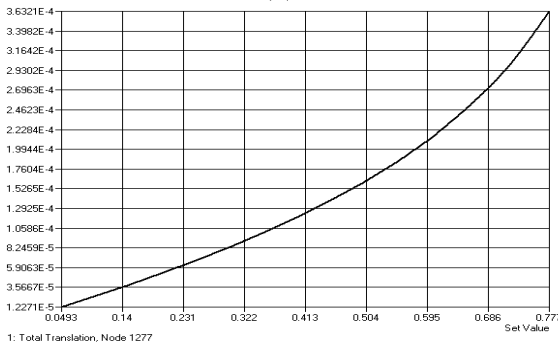


а)

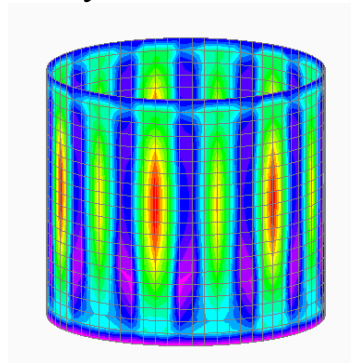


б)

Рис. 21. Крива навантаження (а) та ізополя переміщень (б) досконалої оболонки в граничному стані



а)



б)

Рис. 22. Оболонка з реальними недосконалостями форми: крива навантаження(а), ізополя переміщень (б) в граничному стані

Втрата стійкості ідеальної оболонки відбулася при граничному навантаженні $q_{кр}^H = 0,85q_0 = 12,750 \text{ кПа}$, оболонки з недосконалостями $q_{кр}^{ned} = 0,777q_0 = 11,655 \text{ кПа}$.

Експлуатаційна надійність резервуара з реальними недосконалостями оцінена по відношенню до проектної надійності оболонки зі змодельованими недосконалостями. Модель недосконалості прийнята у вигляді нижчої форми втрати стійкості ідеальної оболонки при дії поверхневого тиску, яка отримана при розв'язанні задачі стійкості в лінійній постановці. Максимальна амплітуда недосконалості приймалася пропорційною до товщини стінки оболонки в діапазоні $\delta/t = (0,1 \div 1,6)$. Стійкість оболонки зі змодельованими недосконалостями досліджена в геометрично нелінійній постановці методом Ньютона-Рафсона. Визначені граничні (критичні) навантаження відповідно до максимальної амплітуди змодельованої недосконалості форми (рис. 23, а). Графік функції рівномірного розподілу щільності ймовірності недосконалості $f_x(u)$ при $\xi = 1,6$ представлена на рис. 23, в. Проектна надійність оболонки визначена за формулами (31) і (32), крива якої представлена на рис. 23, б.

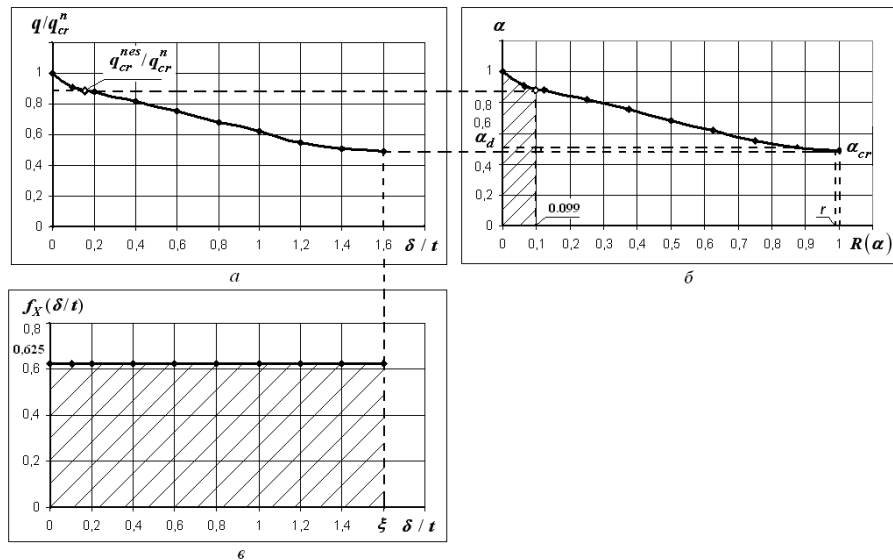


Рис. 23. Проектна надійність оболонки: крива критичних навантажень (а), крива проектної надійності (б), функція щільності ймовірності недосконалостей (в)

З урахуванням необхідної проектної надійності $r = 0,99999$ допустиме значення поверхневого тиску складо $\alpha_{don} = 0,498001$. Тобто, безвідмовна робота резервуара забезпечена при $\alpha \leq 0,498001$. Відносна величина критичного навантаження складо $q_{кр}^{нед} / q_{кр}^n = 11,655 / 12,750 = 0,914$. При $\alpha \geq 0,914$ стійкість резервуара не забезпечена.

Ймовірність відмови оболонки за рахунок наявності недосконалостей форми дорівнює $Prob(\alpha_{кр} < \alpha) = P_{fail} = 0,099$. Ймовірність безвідмовної роботи, яка є експлуатаційною надійністю за стійкістю резервуара з реальними недосконалостями форми, визначена за формулою

$$R^{нед} = r - P_{fail}, \quad (39)$$

Експлуатаційна надійність резервуара та ймовірність його безвідмовної роботи складає $R^{нед} = r - P_{fail} = 0,99999 - 0,099 = 0,90099$.

В роботі визначена експлуатаційна надійність нафтоналивного резервуару з реальними недосконалостями форми при дії комбінованого навантаження. Дана оцінка застосування кілець жорсткості для підвищення експлуатаційної надійності за стійкістю нафтоналивного резервуару при дії комбінованого навантаження.

Стальний резервуар представляє собою циліндричну оболонку, яка має такі геометричні характеристики: $R_{cp} = 19,963$ м, $H = 17,88$ м, товщина стінки через кожні 1,49 м змінюється по висоті і має значення $t = [15,24 - 7,16]$ мм. Відхилення недосконалої поверхні від ідеальної для точок перетину твірних с горизонтальними границями поясів оболонки отримано при їх вимірюванні. Кільця жорсткості виготовлені із сталі і мають складений переріз у вигляді тавра 100x300x8 (мм). Скінченноелементна модель оболонки створена в програмному комплексі NASTRAN з візуалізацією відхилень твірних у масштабі 20:1 (рис. 24).

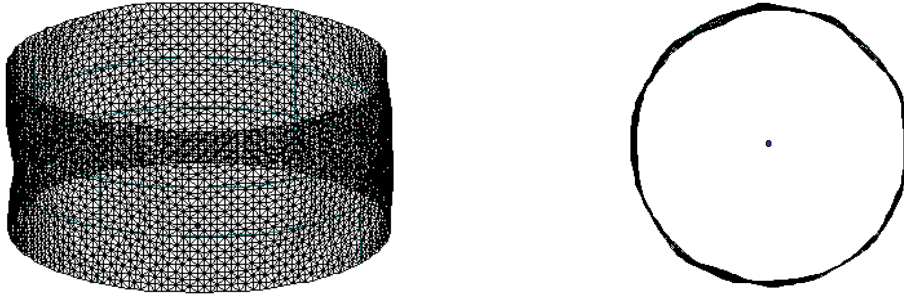


Рис. 24. Скінченноелементна модель резервуара з візуалізацією реальних відхилень (М 20:1) в двох проекціях

Спочатку досліджена стійкість досконалої оболонки без і з урахуванням кілець жорсткості при окремій дії осьового стиснення і поверхневого тиску в лінійній постановці методом Ланцоша. Як приклад, на рис. 25 представлена нижча форма втрати стійкості оболонки без і з двома кільцями жорсткості при дії поверхневого тиску.

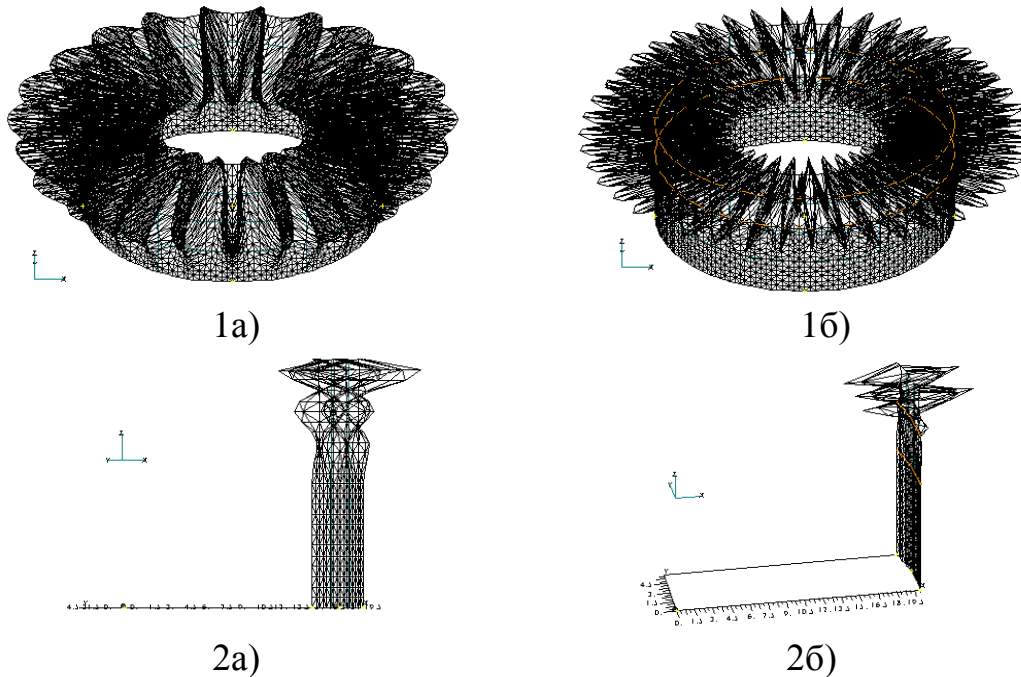


Рис. 25. Нижча форма втрати стійкості досконалої оболонки при окремій дії поверхневого тиску (1) та осьового стиснення (2): без (а) і з двома кільцями жорсткості (б)

Критичні сполучення осьового стиснення та бокового тиску визначено за формулами

$$\left[\tilde{P}_{кр}^*; \tilde{q}_{кр}^* \right] = \left[\tilde{\mu} \alpha P_{кр}^0; \tilde{\mu} (1 - \alpha) q_{кр}^0 \right], \quad \left[P_{кр}^*; q_{кр}^* \right] = \left[\mu \alpha P_{кр}^0; \mu (1 - \alpha) q_{кр}^0 \right], \quad (40)$$

де $P_{кр}^0 = 384957,1 \text{ Н/м}$ та $q_{кр}^0 = 4226,44 \text{ Н/м}^2$ – критичні значення відповідно осьового стиснення та поверхневого тиску при їх окремій дії на досконалу оболонку; α – безрозмірний коефіцієнт сполучення навантажень, який набуває значення від 0 до 1 з кроком 0,1; $\tilde{\mu}$ і μ – коефіцієнти критичного сполучення

навантажень для досконалої оболонки відповідно без і з урахуванням кілець жорсткості.

Далі досліджена стійкість досконалої оболонки з кільцями жорсткості при дії комбінованого навантаження при різних коефіцієнтах α . Нижча форми втрати стійкості досконалої оболонки з кільцями жорсткості при $\alpha = 0,5$ представлена на рис. 25.

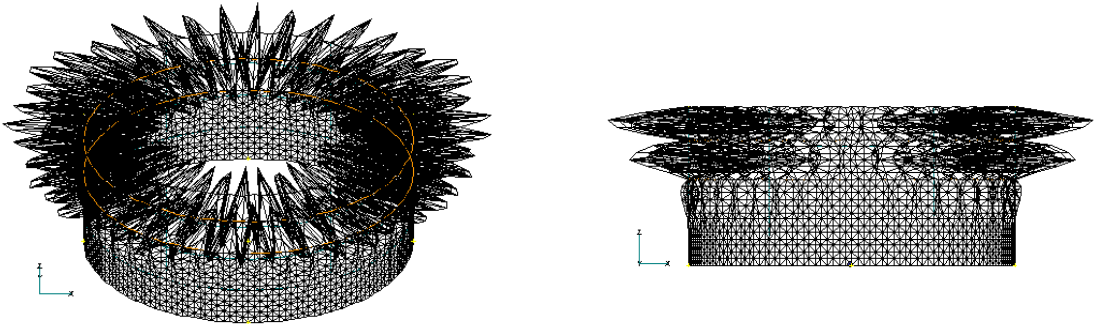


Рис. 25. Нижча форма втрати стійкості досконалої оболонки з двома кільцями жорсткості при дії комбінованого навантаження $\alpha = 0,5$

Оцінено вплив реальних недосконалостей на стійкість оболонки з кільцями жорсткості. Розв'язана нелінійна задача статки за допомогою методу Ньютона-Рафсона. Критичне сполучення навантажень на недосконалу оболонку з кільцями жорсткості визначено за формулою: $[P_{кр}^{нед}; q_{кр}^{нед}] = \beta_{кр} [P_{кр}^*; q_{кр}^*]$, де $\beta_{кр}$ – коефіцієнт критичного сполучення навантажень. Як приклад, на рис. 26 показані форми деформування оболонки на різних стадіях навантаження при дії комбінованого навантаження з $\alpha = 0,3$. Втрата стійкості оболонки відбулася при $\beta_{кр} = 0,559$.

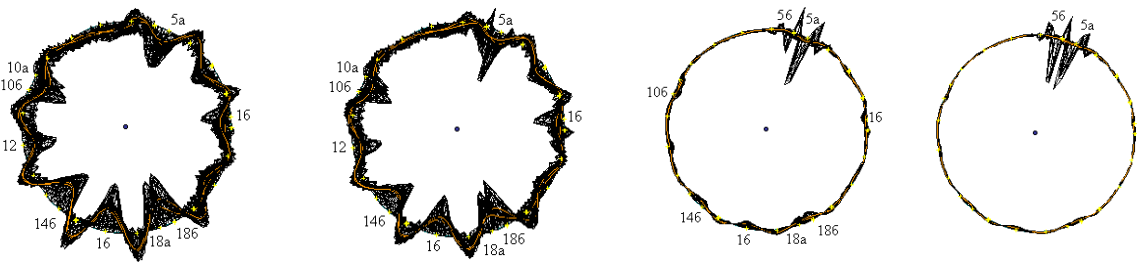


Рис. 26. Форми деформування недосконалої оболонки з кільцями жорсткості на різних кроках комбінованого навантаження ($\alpha = 0,3$)

На рис. 27, а представлені області стійкості досконалої оболонки без кілець $\tilde{\Omega}_0$ і з двома кільцями Ω_0 жорсткості при дії комбінованого навантаження. На рис. 27, б представлені області розрахункового комбінованого навантаження від вітрового тиску, снігового навантаження та ваги покриття оболонки з розпирним кільцем жорсткості (1), стійкості досконалої Ω_0 і недосконалої оболонки з двома кільцями жорсткості $\Omega^{нед}$.

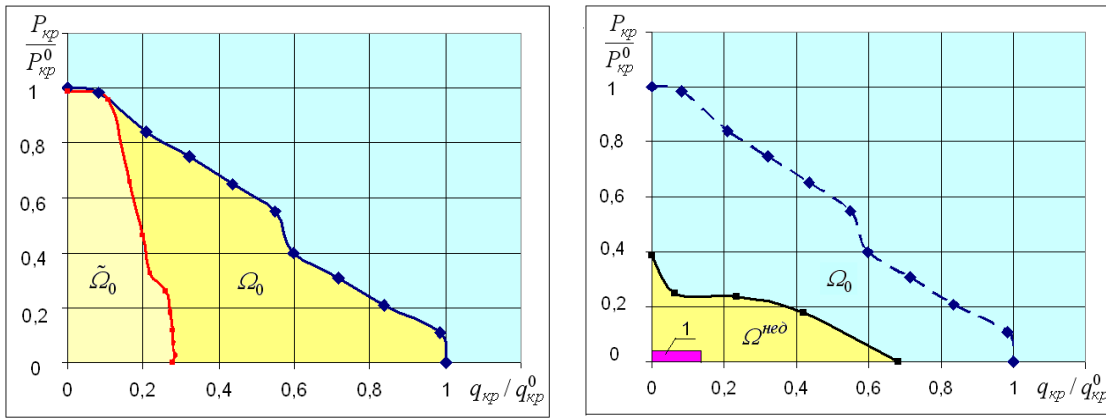


Рис. 27. Область стійкості досконалої (а) оболонки і з реальними недосконаlostями (б) при дії комбінованого навантаження

Кільця жорсткості збільшили область стійкості резервуара. Перебування реакції резервуара $S(\tau)$ в допустимій області стійкості Ω^{ned} на протязі інтервалу часу $[0 \leq \tau \leq T]$ забезпечує його безвідмовну за стійкістю роботу.

В розділі представлено порівняльний аналіз експлуатаційної надійності чотирьох нафтоналивних резервуарів з реальними недосконаlostями форми при дії комбінованого навантаження.

В шостому розділі представлено ймовірнісний підхід та його чисельно аналітичну реалізацію до оцінки ризику аварії тонких оболонок в наслідок втрати їх загальної стійкості за рахунок наявності реальних недосконаlostей форми. Виконана оцінка ризику аварії нафтоналивного резервуара після 10 років його експлуатації. Ризик аварії оцінюється на основі теорем теорії ймовірності, підходів нечіткої логіки, методів прийняття рішень в умовах невизначеності як перевищення фактичною ймовірністю аварії теоретичної, закон розподілу якої відповідає однопараметричному розподілу Релея. Области прийнятних значень ризику аварії визначаються за величиною інформаційної ентропії і подаються у вигляді графіку. Громізка процедура визначення математичного сподівання надійності резервуара за допомогою статистичної обробки даних про стан конструкцій методом Монте-Карло замінена ефективним методом визначення експлуатаційної надійності за кривою проектної надійності, наведеного в розділі 5. Безпечний ресурс недосконалих оболонок визначається на основі його фактичного зносу.

В сьомому розділі наведено скінченноелементне моделювання тонких оболонкових конструкцій з дефектами зварних швів для багатокласового розпізнавання та прогнозування їх технічного стану. Дана оцінка безпечної експлуатації тонких оболонок при різних варіантах розповсюдження дефектів у зварних швах. В місцях розташування датчиків визначаються нейромережеві класифікатори: деформації і напруження в оболонці при дії експлуатаційного навантаження за допомогою розв'язання геометрично нелінійної задачі статики методом Ньютона-Рафсона та власні частоти коливань, які отримані методом Ланцоша з урахуванням напружено-деформованого стану оболонок при дії експлуатаційного навантаження.

ВИСНОВКИ

Основні результати, отримані в дисертаційній роботі, полягають у наступному:

- розроблено новий ймовірнісний підхід до визначення проектної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок (циліндричних, сферичних, довгих гнучких, оболонок-опор) з недосконаlostями форми при окремії та сумісній дії статичних навантажень з чисельною реалізацією методом скінченних елементів;

- запропонована нова чисельна реалізація методу скінченних елементів до визначення в ймовірнісній постановці експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми;

- побудована нова модифікована схема методу скінченних елементів до розв'язання проблеми нелінійного деформування та стійкості тонких оболонок з довільними недосконаlostями форми з векторною апроксимацією функції переміщень у загальній криволінійній системі координат та запропоновані ефективні методи її розв'язання;

- розроблені і реалізовані алгоритми комп'ютерного моделювання тонких оболонок зі змодельованими і реальними недосконаlostями форми за стінок оболонок за допомогою процедур програмного комплексу NASTRAN та створених автором програм для формування нових вузлових координат моделі та візуалізації недосконаlostей в заданому масштабі;

- розроблено ефективний ймовірнісний підхід до оцінки ризику аварії тонких оболонок з реальними недосконаlostями форми в наслідок втрати загальної стійкості та визначення безпечного ресурсу;

- розв'язані прикладні задачі дослідження впливу геометрії, граничних умов, корозії металу, кілець жорсткості та дефектів зварних швів на загальну стійкість, надійність та безпечну експлуатацію тонких оболонок;

- розроблено новий алгоритм комп'ютерного скінченноелементного моделювання тонких оболонок з дефектами зварних швів для багатокласового розпізнавання і прогнозування їх технічного стану;

- отримано розв'язки задач стійкості, надійності та безпеки реальних оболонкових конструкцій, які мають прикладне значення в будівництві, енергетичній сфері та техніці;

- достовірність отриманих в дисертаційній роботі результатів обґрунтовується строгістю математичних перетворень, узгодженням чисельних результатів з аналітичними результатами інших авторів, збіжністю результатів в залежності від числа невідомих скінченноелементної моделі та точності розв'язання системи рівнянь.

В даній дисертаційній роботі сукупність отриманих результатів являє собою розв'язання актуальної науково-технічної проблеми будівельної механіки чисельної реалізації в ймовірнісній постановці задачі надійності і безпеки тонких оболонкових конструкції з недосконаlostями форми.

Результати дисертаційної роботи використано для надання рекомендацій із забезпечення безаварійної експлуатації системи паливного резервуара із захисною ємністю на українській антарктичній станції "Академік Вернадський"; оболонки-опори цистерни з рідиною на заводі "Оболонь" в м. Києві, чотирьох нафтоналивних резервуарів, розташованих в Одеській і Миколаївській областях України.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

а) монографії:

1. Лук'янченко О.О. Розв'язання проблеми надійності і безпеки оболонкових структур з недосконаlostями форми методами обчислювальної механіки. – Київ: Вид-во „Каравела”, 2019. – 198 с.
2. Лук'янченко О.О. The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory / О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 134 с.
3. Структурний моніторинг вертикальних сталевих резервуарів / Н.І. Бурау, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, С.О. Цибульник. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 160 с.

б) статті в наукових фахових виданнях України:

4. Стійкість стінок циліндричних оболонок при комбінованому навантаженні з урахуванням недосконаlostей форми / Є.О. Гоцуляк, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, В.В. Шах // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип. 79. – С. 63-72.
5. Оцінка впливу початкових недосконаlostей циліндричних оболонок резервуарів на їх стійкість при дії бокового тиску / Є.О. Гоцуляк, А.Ю. Барвінко, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, В.В. Шах // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2008. – Вип. 82. – С. 48-54.
6. Лук'янченко О.О. Моделювання початкових недосконаlostей циліндричної оболонки при дослідженні її стійкості при дії комбінованого навантаження / О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, І.Г. Гаран // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2009. – Вип. 84. – С. 97-103.
7. Побудова поверхні критичних сполучень осьового та бічного стиснення циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконаlostями / Є.О. Гоцуляк, О.О. Лук'янченко, В.В. Шах // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2010. – Вип. 85. – С. 23-30.
8. Оцінка рівня конструкційної безпеки нафтоналивного резервуара / Є.С. Дехтярюк, О.О. Лук'янченко, В.В. Шах // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2010. – Вип. 86. – С. 22-29.
9. Несуча спроможність паливного резервуара в системі з захисною ємністю / О.А. Киричук, О.О. Лук'янченко, О.В. Кузько // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2013. – Вип. 91. – С. 76-83.
10. Дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з початковими недосконаlostями форми / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 96. – С. 99-115.
11. Лук'янченко О.О. Evaluation of metal corrosion impact on load bearing capacity of the fuel reservoir / О.О. Лук'янченко, Ю.В. Ворона, О.В. Костіна, О.В. Кузько, О.А. Киричук // Український Антарктичний журнал. – 2015. – Вип. 14. – С. 246-255.
12. Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2018. – Вип. 100. – С. 27-39.

13. Лук'янченко О.О. Модальний аналіз захисної ємності резервуара з урахуванням послідовного виникнення дефектів у зварних швах стінки / О.О. Лук'янченко, Н.І. Бурау, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. – Вип. 102. – С. 199-206.

в) статті, що включені в наукових періодичних видань інших держав, та у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:

14. Построение геометрически нелинейных конечноэлементных моделей тонких оболочек с несовершенствами форм / Є.О. Гоцуляк, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, І.Г. Гаран // Міжнародний науковий журнал «Прикладна механіка». – 2011. – Вип. 47, №3. – С. 89-101.
15. Стійкість циліндричної оболонки-опори з недосконалостями форми при комбінованому навантаженні / Є.О. Гоцуляк, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, І.Г. Гаран // Міжнародний науковий журнал «Проблеми міцності». – 2011. – №5. – С. 127-134.
16. Імовірнісний підхід до визначення надійності недосконалої оболонки-опори / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Міжнародний науковий журнал «Проблеми міцності». – 2014. – №4. – С. 152-161.
17. Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // «Strength of Materials». – 2014. – Vol. 46, №4. – P. 567-574.
18. Нелінійна стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки з недосконалостями форми / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Міжнародний науковий журнал «Проблеми міцності». – 2016. – №2. – С. 140-147.
19. Nonlinear Bending Stability of a Long Flexible Cylindrical Shell with Geometrical Imperfections / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Міжнародний науковий журнал «Strength of Materials». – 2016. – Vol. 48, №2. – P. 1-7.
20. Vibration Condition Monitoring of the Vertical Steel Tanks / Н.І. Бурау, О.О. Лук'янченко, С.А. Цибульник, Д.В. Шевчук // Міжнародний науковий журнал «Vibrations in Physical Systems». – 2016. – Vol. 27. – P. 53-60.
21. Лук'янченко О.О. Дослідження статичних та динамічних характеристик складної тонкостінної оболонкової конструкції з тріщинами / О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, Н.І. Бурау, О.В. Кузько // Міжнародний науковий журнал «Проблеми міцності». – 2016. – №3. – С. 78-88.
22. Investigation of Static and Dynamic Characteristics of Complex Thin-Walled Shell Structure with Cracks / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, О.В. Геращенко // Міжнародний науковий журнал «Strength of Materials». – 2016. – Vol. 48, №3. – P. 401-410.
23. Monitoring of the Crack Propagation in Welded Joint of the Tank Using Multi-Class Recognition / Н.І. Бурау, С.С. Рупич, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна // Міжнародний науковий журнал «Vibrations in Physical Systems». – 2018. – Vol. 29 (2018013). – Pages 8.

24. Лук'янченко О.О. Надійність тонких оболонок з реальними недосконалостями форми / О.О. Лук'янченко, Ю.В. Ворона, О.В. Костіна, М.О. Вабіщевич, О.М. Палій // Вісник КПІ. Серія Приладобудування. – 2019. – Вип. 58(2). – С. 34-40.
 25. Багатокласове розпізнавання технічного стану зварного резервуару з дефектами з використанням нейромережевого класифікатора / С.С. Рупіч, О.О. Лук'янченко // Вісник КПІ. Серія Приладобудування. – 2019. – Вип. 58(2), С. 23-28.
 26. Лук'янченко О.О. Curvilinear finite-element modeling in stability problems of thin shells with shape imperfections (article in monograph). Scientific foundations of modern engineering / О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна // ISG. Boston: Primedia eLaunch. – 2020. – P. 81-86.
- г) основні публікації по доповідям на міжнародних та відчизняних конференціях
27. Побудова геометрично нелінійних МСЕ моделей для тонких оболонок довільної форми та методи їх розрахунку / Є.О. Гоцуляк, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна, І.Г. Гаран // XVII Conference «Theoretical Foundation of Civil Engineering, Polish-Ukrainian-Lithuanian Trans-actions» (Warsaw, September 2010) Д., 2010. – С. 107-114.
 28. Mathematical simulation of the fuel reservoir behavior in the system with the protective capacity for determination of the system structural safety / О.А. Киричук, О.О. Лук'янченко, О.В. Кузько // VI Міжнародна Антарктична Конференція «Інтернаціоналізація досліджень в Антарктиці – шлях до духовної єдності людства» (м. Київ, 15-17 травня 2013 р.) К., 2013. – С. 347-349.
 29. Лук'янченко О.О. Evaluation of metal corrosion impact on load bearing capacity of the fuel reservoir / О.О. Лук'янченко, Ю.В. Ворона, О.В. Кузько // VII Міжнародна Антарктична Конференція «Антарктичні дослідження: нові горизонти та пріоритети» / (Київ, 12-14 травня 2015 р.) К., 2019. – С. 154-156.
 30. Комп'ютерне моделювання зварних оболонкових конструкцій з тріщинами / В.А. Баженов, О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна // Міжнародна наукова конференція „Математичні проблеми технічної механіки – 2017” / (Дніпродзержинськ, 17-20 квітня 2017 р.) Д., 2017. – С. 6.
 31. Лук'янченко О.О. Wavelet analysis features to study stochastic behavior of complex casing construction / О.О. Лук'янченко, Ю.В. Ворона, О.В. Костіна, О.В. Кузько // VIII Міжнародна Антарктична Конференція «25-річчя приєднання України до Договору про Антарктику» / (Київ, 16-18 травня 2017 р.) К., 2017. – С. 186-187.
 32. Лук'янченко О.О. Stability of thin spherical shells with shape imperfections / О.О. Лук'янченко, О.В. Костіна // V International Interdisciplinary Scientific Conference «Social Development Towards values. Ethics-Technology-Society» / (Zabrze Polska, September 25-27, 2019) Zabrze Polska, 2019. – С. 101-102.
 33. Лук'янченко О.О. The problem of structures „viability” and modern methods of its solution / О.О. Лук'янченко, О.В. Кузько, М.О. Вабіщевич // IX Міжнародна Антарктична Конференція «60-річчя підписання Договору про Антарктику 1959» / (Київ, 14-16 травня 2019) К., 2019. – С. 169-170.

АНОТАЦІЯ

Лук'янченко О.О. Чисельна реалізація методу скінченних елементів при ймовірнісній постановці задач надійності та безпеки тонких оболонок з недосконаlostями форми. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.23.17 – будівельна механіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, Київ, 2020.

Розроблено новий ймовірнісний підхід до визначення проектної надійності за стійкістю тонких оболонок з недосконаlostями форми, який базується на основних положеннях В.В. Болотіна та чисельно реалізований методом скінченних елементів. Побудована нова модифікована схема методу скінченних елементів до розв'язання проблеми нелінійного деформування і стійкості тонких оболонок з довільними недосконаlostями форми з векторною апроксимацією функції переміщень, що представлена рядом Маклорена в загальній криволінійній системі координат. Запропоновані і реалізовані ефективні алгоритми комп'ютерного моделювання недосконаlostей форми тонких оболонок із застосуванням програмного комплексу NASTRAN і створеної автором програми формування нових вузлових координат моделі, яка адаптована до даного комплексу. Запропоновано алгоритм побудови кривих (поверхонь) проектної надійності тонких оболонок при різних видах навантаження відповідно до заданих функцій розподілу щільності ймовірності недосконаlostей форми та кривих (поверхонь) граничних значень навантажень, отриманих при розв'язанні геометрично нелінійної задачі статички методом Ньютона-Рафсона. Запропоновано новий ймовірнісний підхід до визначення експлуатаційної надійності за загальною стійкістю тонких оболонок з реальними недосконаlostями. Представлено алгоритм комп'ютерного моделювання реальних недосконаlostей за допомогою сплайн-кривих з можливою візуалізацією в заданому масштабі. Розроблено ефективний ймовірнісний підхід до оцінки ризику аварії тонких недосконаlastих оболонок в наслідок втрати загальної стійкості, який оцінюється на основі теорем теорії ймовірності, підходів нечіткої логіки, методів прийняття рішень в умовах невизначеності як перевищення фактичною ймовірністю аварії теоретичної, закон розподілу якої відповідає однопараметричному розподілу Релея. Області прийнятних значень ризику аварії визначаються за величиною інформаційної ентропії. Отримано нові розв'язки практичних задач дослідження впливу геометрії, граничних умов, корозії металу, кілець жорсткості та дефектів зварних швів на загальну стійкість, надійність та безпечну експлуатацію тонких оболонок. Розроблено новий алгоритм комп'ютерного скінченноелементного моделювання тонких оболонок з дефектами зварних швів з урахуванням їх розповсюдження для багатокласового розпізнавання та прогнозування технічного стану оболонок. В місцях розташування датчиків визначаються нейромережеві класифікатори: деформації, напруження і частоти власних коливань з урахуванням напружено-деформованого стану оболонок при дії експлуатаційних навантажень.

Ключові слова: тонкі оболонки, недосконаlastі форми, стійкість, напружено-деформований стан, критичні навантаження, проектна та експлуатаційна надійність, ризик аварій, метод скінченних елементів, ймовірнісний підхід.

SUMMARY

Lukianchenko O.O. Numerical implementation of the finite element method in the probabilistic formulation of problems of reliability and safety of thin shells with shape imperfections. - Qualifying scientific work as manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of technical sciences on a specialty 05.23.17 - structural mechanics. - Kyiv National University of Construction and Architecture of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2020.

A new numerical approach is developed. The approach is based on the finite element method and the main provisions of V.V. Bolotin on how to determine in the probabilistic formulation the design reliability of the stability of thin shells with shape imperfections. A new modified scheme of the finite element method is constructed to solve the problem of nonlinear deformation and stability of thin shells with arbitrary shape imperfections in the general curvilinear coordinate system. The stiffness matrix of a curvilinear finite element is constructed by means of a vector approximation of the displacement function represented by the Maclaurin series. Effective algorithms of computer modeling of shape imperfections of thin shells with the use of the NASTRAN program. The program of forming new coordinates of nodes of the shell model with the maximum amplitude of imperfections, developed by the author and adapted to NASTRAN program are applied as well. An algorithm for constructing curves (surfaces) of design reliability of thin shells under different types of loads according to given functions of the shape imperfections probability distribution is proposed. This algorithm uses curves (surfaces) of critical values of loads obtained by solving geometrically nonlinear statics problem by Newton-Raphson method. A new numerical approach to determining the operational reliability of the stability of thin shells with real shape imperfections is proposed using spline curves of the NASTRAN software with the possibility of their visualization at a given scale is presented and applied. An effective probabilistic approach to risk assessment of thin shell failures with real shape imperfections due to loss of general stability has been developed. The risk is estimated on the basis of probability theory theorems, fuzzy logic approaches, decision-making methods in conditions of uncertainty as exceeding the actual probability of a theoretical accident, the distribution law of which corresponds to the one-parameter Rayleigh distribution. Areas of acceptable values of accident risk are determined by the value of information entropy. The cumbersome procedure for determining the mathematical expectation of the reliability of the tank using statistical processing of data on the state of structures by the Monte Carlo method has been replaced by an effective method for determining the operational reliability of the design reliability curve. New solutions of practical problems of influence of geometry, boundary conditions, corrosion of metal, rings of rigidity and defects of welds on the general stability, reliability and safe operation of thin shells are received. A new algorithm for computer finite element modeling of thin shells with weld defects has been developed, taking into account their development for multiclass recognition and prediction of their technical condition. The following neural network classifiers are determined at the locations of sensors: deformations, stresses and natural frequencies of oscillations.

Keywords: thin shells, shape imperfections, stability, stress-strain state, critical loads, design and operational reliability, accident risk, finite element method, probabilistic approach.